



الجامعة الافتراضية السورية  
SYRIAN VIRTUAL UNIVERSITY

# الأمواج الكهرطيسية وخطوط النقل

د. خالد يزبك



ISSN: 2617-989X



Books & References

## الأمواج الكهرطيسية وخطوط النقل

الدكتور خالد يزبك

من منشورات الجامعة الافتراضية السورية

الجمهورية العربية السورية 2020

هذا الكتاب منشور تحت رخصة المشاع المبدع – النسب للمؤلف – حظر الاشتقاق (CC– BY– ND 4.0)

<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/legalcode.ar>

يحق للمستخدم بموجب هذه الرخصة نسخ هذا الكتاب ومشاركته وإعادة نشره أو توزيعه بأية صيغة وبأية وسيلة للنشر ولأية غاية تجارية أو غير تجارية، وذلك شريطة عدم التعديل على الكتاب وعدم الاشتقاق منه وعلى أن ينسب للمؤلف الأصلي على الشكل الآتي حصراً:

د. خالد يزبك، الإجازة في تقانة الاتصالات BACT، من منشورات الجامعة الافتراضية السورية، الجمهورية العربية السورية، 2020

متوفر للتحميل من موسوعة الجامعة <https://pedia.svuonline.org/>

## Electromagnetic Waves and Transmission Lines

Dr. Khaled Yazbek

Publications of the Syrian Virtual University (SVU)

Syrian Arab Republic, 2020

Published under the license:

Creative Commons Attributions- NoDerivatives 4.0

International (CC-BY-ND 4.0)

<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/legalcode>

Available for download at: <https://pedia.svuonline.org/>



## الفهرس

3	..... <i>Vector Analysis</i> الفصل الأول: التحليل الشعاعي
5	..... Vector Algebra – Revision 1. مراجعة جبر الأشعة
7	..... General coordinate systems 2. جمل الإحداثيات العامة
11	..... التحويل بين جمل الإحداثيات. 3.
12	..... Integrals 4. أنواع التكامل
17	..... Derivatives 5. الاشتقاق
22	..... Divergence Theorem 6. نظرية التدرج
22	..... Stokes' Theorem 7. نظرية ستوكس
23	..... أمثلة محلولة
	<b>الفصل الثاني: محاولة فهم الحقول الكهرومغناطيسية والإشعاع الكهرومغناطيسي بدون معادلات Try</b>
28	.. <i>understanding electromagnetic fields and antenna radiation without equation</i>
	1. أهمية فهم الحقول الكهرومغناطيسية والإشعاع Importance of understanding fields and
30	.....electromagnetic antenna radiation
31	..... The energy goes back and forth 2. الطاقة في ذهاب وإياب
35	..... Transient state 3. ظاهرة عابرة
36	..... The field of un oscillating charge 4. الحقل الناتج عن شحنة مهتزة
39	..... Radiation from oscillating charges 5. الإشعاع من شحنات مهتزة
41	..... Near and far field 6. الحقل القريب والحقل البعيد
42	..... Summary 7. الخلاصة
43	..... تمارين
46	..... <i>Electromagnetic Theory</i> الفصل الثالث: نظرية الكهرومغناطيسية
48	..... Introduction 1. مقدمة
50	..... Electromagnetic Spectrum 2. الطيف الكهرومغناطيسي
54	..... Static and dynamic fields 3. الحقول الساكنة والمتغيرة
55	..... Material media 4. الأوساط المادية
56	..... Traveling waves (المسافرة) 5. الأمواج الراحلة
57	..... Maxwell's Equation's 6. معادلات ماكسويل
66	..... Summary 7. الخلاصة

67.....	<b>Electromagnetic Wave Propagation</b>	الفصل الرابع: انتشار الموجة الكهرومغناطيسية
69.....	Constitutive parameters and relations	1. المحددات والعلاقات التكوينية
71.....	Boundary conditions	2. الشروط الحدية
74.....	Wave Equation	3. معادلة الموجة
82.....	Plane Wave Polarization	4. استقطاب الموجة المستوية
85.....	Plane Wave in Free-Space	5. الموجة المستوية في الفضاء الحر
86.....	Energy and power of electromagnetic wave	6. الطاقة والانتعاش للموجة الكهرومغناطيسية
88.....	Plane wave reflection	7. انعكاس الموجة المستوية
97.....		تمارين
101.....	<b>Transmission Line Theory and Types</b>	الفصل الخامس: نظرية وأنواع خطوط النقل
105.....	Electrical size	1. البعد الكهربائي
107.....	The lumped element circuit model	2. النموذج الكهربائي لخط النقل
109.....	Wave Propagation on a Transmission Line	3. انتشار الموجة على خط النقل
111.....	Characteristic Impedance of a Transmission Line	4. الممانعة المميزة لخط النقل
112.....	Lossless Transmission Line	5. خط النقل عديم الفقد
113.....	Transmission line in a circuit	6. خط النقل ضمن دائرة
120.....	Maximum power transfer	7. نظرية نقل الانتعاش العظمى
123.....	Transmission Lines and Waveguides Types	8. أنواع خطوط النقل ودلائل الموجة
126.....		ملاحظة علمية عامة
127.....		تمارين محلولة
136.....	<b>Smith Chart</b>	الفصل السادس: مخطط سميث
139.....	Reflection coefficient and impedance	1. معامل الانعكاس والممانعة
144.....	VSWR circles	2. دوائر VSWR
146.....	Input impedance of a transmission line	3. ممانعة الدخل لخط النقل
148.....	Impedance – Admittance transformation	4. التحويل بين الممانعة والسماحية
149.....	Standing wave properties on a transmission line	5. خواص الموجة المستقرة على خط النقل
151.....	A transmission line terminated in a short circuit	6. خط النقل مقصور النهاية
152.....	A transmission line terminated in an open circuit	7. خط النقل مفتوح النهاية
153.....		إعادة حل تمارين الفصل السابق باستخدام مخطط سميث
155.....		تمارين الفصل



الفصل الأول:

التحليل الشعاعي

**Vector Analysis**

## الكلمات المفتاحية:

شعاع الوحدة Unit vector، الجداء السلمي Scalar product or dot product، الجداء الشعاعي Vector، الإحداثيات الديكارتية Cartesian Coordinates، الإحداثيات الاسطوانية product or cross product، الإحداثيات الكروية Spherical Coordinates، التكامل الحجمي Cylindrical Coordinates Volume، التكامل السطحي Surface Integral، التكامل الخطي Line Integral، التدرج Gradient، التفرق Integral، الدوار (اللف) Curl، نظرية التدرج Divergence Theorem، نظرية ستوكس Theorem Stokes.

## ملخص:

نقدم في هذا الفصل تذكرة سريعة بحسابات الأشعة التي تستخدم في نظرية الكهربية. نستعرض أولاً جبر الأشعة وخواص العمليات على الأشعة، وجمل الإحداثيات الديكارتية والأسطوانية والكروية. ثم ننتقل إلى التذكير بأنواع التكامل، الحجمي والسطحي والخطي، ودلالاتها الفيزيائية. ونذكر كذلك بأهم المشتقات المستخدمة في الكهربية، التدرج والتفرق والدوار، ودلالاتها الفيزيائية في الكهربية. ونهي التذكير بالنظريتين الأساسيتين المرتبطتين بهذه المشتقات والتطبيقات المفيدة.

## أهداف تعليمية:

يراجع الطالب في هذا الفصل معلوماته حول:

1. جبر الأشعة وخواص العمليات عليها
2. جمل الإحداثيات الديكارتية والأسطوانية والكروية
3. أنواع التكامل، الحجمي والسطحي والخطي، ودلالاتها الفيزيائية
4. المشتقات المستخدمة في الكهربية، التدرج والتفرق والدوار، ودلالاتها الفيزيائية
5. نظرية التدرج (نظرية غاوس) ونظرية ستوكس

## 1. مراجعة جبر الأشعة Vector Algebra – Revision

نرمز لشعاع الواحدة Unit vector بحرف صغير غامق a

نرمز لشعاع الواحدة باتجاه الشعاع A بالرمز  $a_A$

إذا كان  $|A| = A$

فإن  $A = a_A A$

يمكن جمع وطرح الأشعة كما يلي



الجداء السلمي Scalar product or dot product معرف كما يلي

$$A \cdot B = AB \cos \theta_{AB}$$

حيث  $\theta_{AB}$  تمثل الزاوية بين A و B

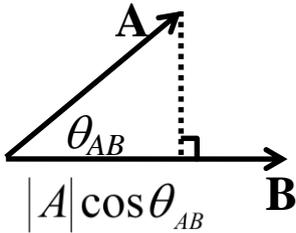
خواص الجداء السلمي: تبديلي commutative وتوزيعي distributive

$$A \cdot B = B \cdot A \quad \text{commutative}$$

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \quad \text{distributive}$$

لاحظ أن الجداء A.B.C لا معنى له.

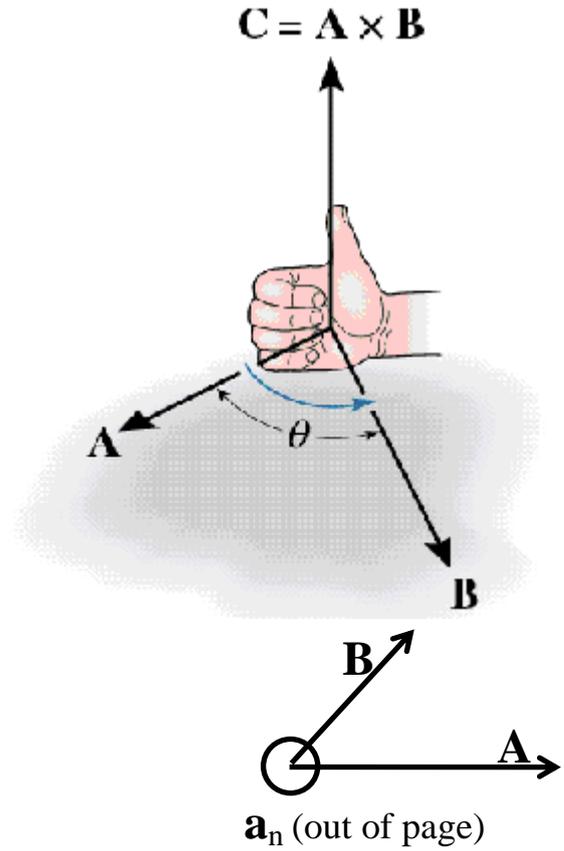
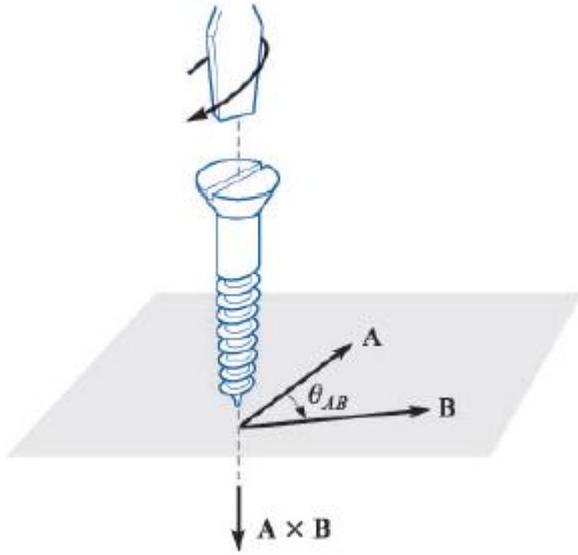
إسقاط شعاع على آخر (أو مركبة شعاع باتجاه الآخر):  $A \cos \theta_{AB} = A a_B$



الجداء الشعاعي Vector product or cross product معرف كما يلي

$$A \times B = a_n AB \sin \theta_{AB}$$

حيث  $a_n$  يمثل شعاع الواحدة الناظم على A و B (حسب قاعدة اليد اليمنى)



خواص الجداء الشعاعي: غير تبديلي not commutative وتوزييعي distributive وغير تجميعي not associative

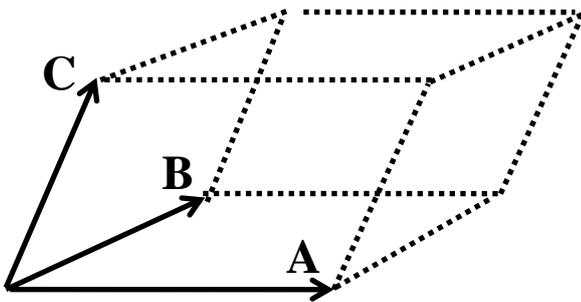
$A \times B = - B \times A$	not commutative
$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$	distributive
$A \times (B \times C) \neq (A \times B) \times C$	not associative

الجداء الشعاعي الثلاثي يعطي حجم متوازي مستطيلات أضلاعه A و B و C

$$A \cdot (B \times C) = B \cdot (C \times A) = C \cdot (A \times B)$$

لاحظ أن:

$$A \cdot (B \times C) = -A \cdot (C \times B) = -C \cdot (B \times A)$$



## 2. جمل الإحداثيات العامة

### a. الإحداثيات الديكارتية Cartesian Coordinates

أشعة القاعدة هي أشعة الواحدة في الاتجاهات  $x, y, z$

الجداء السلمي لأشعة الواحدة:

$$a_x \cdot a_x = a_y \cdot a_y = a_z \cdot a_z = 1$$

$$a_x \cdot a_y = a_x \cdot a_z = a_y \cdot a_z = 0$$

الجداء الشعاعي لأشعة الواحدة:

$$a_x \times a_y = a_z$$

$$a_y \times a_z = a_x$$

$$a_z \times a_x = a_y$$

$$a_x \times a_x = a_y \times a_y = a_z \times a_z = 0$$

يكتب الشعاع  $A$  على الشكل

$$A = a_x A_x + a_y A_y + a_z A_z$$

الجداء السلمي

$$A \cdot B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

الجداء الشعاعي

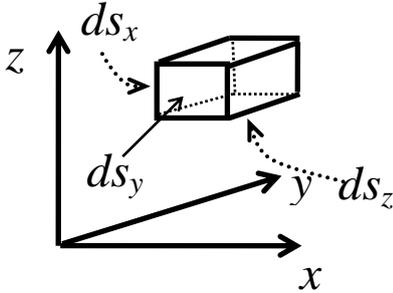
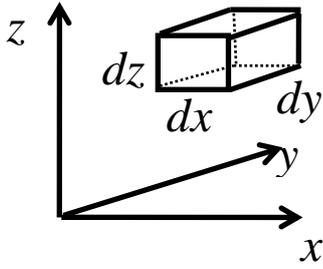
$$A \times B = a_x (A_y B_z - A_z B_y) + a_y (A_z B_x - A_x B_z) + a_z (A_x B_y - A_y B_x)$$

أو يكتب على شكل محدد مصفوفة:

$$A \times B = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

انتقال صغير Small displacement

$$dl = a_x dx + a_y dy + a_z dz$$



العنصر الحجمي Volume element

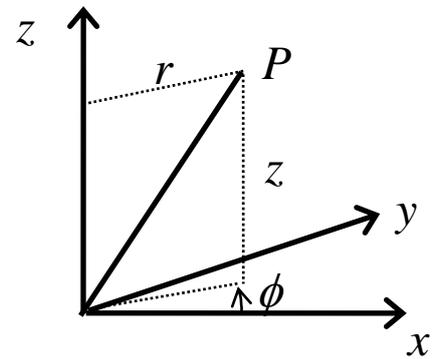
$$dv = dx dy dz$$

العنصر السطحي Surface element (سطوح ناظمة على أشعة الواحدة)

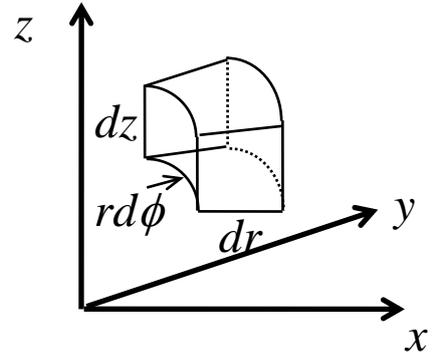
$$ds_x = dy dz$$

$$ds_y = dz dx$$

$$ds_z = dx dy$$

**b.** الإحداثيات الاسطوانية Cylindrical Coordinates  $(r, \phi, z)$  $r$  هي المسافة عن المحور  $z$  (أي نصف قطر الأسطوانة) $\phi$  هي الزاوية بين المحور  $x$  ومسقط  $P$  على المستوي  $xy$ 

أشعة القاعدة هي أشعة الواحدة  $ar, a\phi, az$  في اتجاه تزايد  $r, \phi, z$   
 هذه الاتجاهات متعامدة وبالتالي لها نفس خواص الإحداثيات الديكارتية بالنسبة للجداء السلمي والشعاعي



$$a_r \times a_\phi = a_z$$

$$a_\phi \times a_z = a_r$$

$$a_z \times a_r = a_\phi$$

انتقال صغير

$$dl = a_r dr + a_\phi r d\phi + a_z dz$$

العنصر السطحي

$$ds_r = r d\phi dz$$

$$ds_\phi = dr dz$$

$$ds_z = r dr d\phi$$

العنصر الحجمي

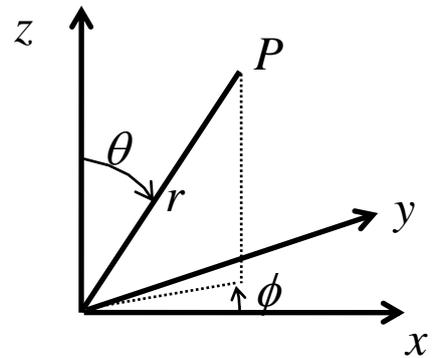
$$dv = r dr d\phi dz$$

c. الإحداثيات الكروية Spherical Coordinates  $(r, \theta, \phi)$ .

r هي المسافة عن المبدأ (أي نصف قطر الكرة)

 $\theta$  هي الزاوية بين المحور z و P $\phi$  هي الزاوية بين المحور z ومسقط P على المستوي xyأشعة القاعدة هي أشعة الوحدة  $a_r, a_\theta, a_\phi$  في اتجاه تزايد  $r, \theta, \phi$ 

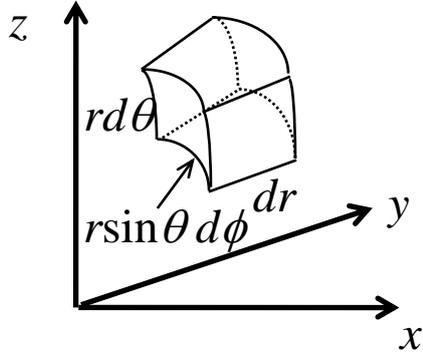
هذه الاتجاهات متعامدة وبالتالي لها نفس خواص الإحداثيات الديكارتية بالنسبة للجاء السلمي والشعاعي



$$a_r \times a_\theta = a_\phi$$

$$a_\theta \times a_\phi = a_r$$

$$a_\phi \times a_r = a_\theta$$



$$ds_r = r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$ds_\theta = r \sin \theta \, dr \, d\phi$$

$$ds_\phi = r \, dr \, d\theta$$

انتقال صغير

$$dl = a_r dr + a_\theta r d\theta + a_\phi r \sin \theta d\phi$$

العنصر السطحي

$$ds_r = r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$ds_\theta = r \sin \theta \, dr \, d\phi$$

$$ds_\phi = r \, dr \, d\theta$$

العنصر الحجمي

$$dv = r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

### 3. التحويل بين جمل الإحداثيات

يمكن استخدام الجداول التالية لتحويل أشعة الواحدة ومركبات الأشعة بين جمل الإحداثيات الثلاثة العامة. التحويل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات الاسطوانية:

	$\hat{x}$	$\hat{y}$	$\hat{z}$
$\hat{\rho}$	$\cos \phi$	$\sin \phi$	0
$\hat{\phi}$	$-\sin \phi$	$\cos \phi$	0
$\hat{z}$	0	0	1

مثال: للحصول على شعاع الواحدة  $a_r$  في الإحداثيات الاسطوانية نكتب:

$$\hat{\rho} = a_r = \hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi$$

وللحصول على مركبة الشعاع  $A_r$  في الإحداثيات الاسطوانية نكتب:

$$A_r = A_x \cos \phi + A_y \sin \phi$$

التحويل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات الكروية:

	$\hat{x}$	$\hat{y}$	$\hat{z}$
$\hat{r}$	$\sin \theta \cos \phi$	$\sin \theta \sin \phi$	$\cos \theta$
$\hat{\theta}$	$\cos \theta \cos \phi$	$\cos \theta \sin \phi$	$-\sin \theta$
$\hat{\phi}$	$-\sin \phi$	$\cos \phi$	0

التحويل من الإحداثيات الاسطوانية إلى الإحداثيات الكروية:

	$\hat{\rho}$	$\hat{\phi}$	$\hat{z}$
$\hat{r}$	$\sin \theta$	0	$\cos \theta$
$\hat{\theta}$	$\cos \theta$	0	$-\sin \theta$
$\hat{\phi}$	0	1	0

## 4. أنواع التكامل Integrals

مثال عن التكامل الحجمي Volume Integral

$$\int_V \rho \, dv$$

حزمة من الإلكترونات محصورة بين كرتين، نصف قطرها 2 cm و 5 cm فإذا كانت كثافة الشحنة.

$$\rho = -\frac{3 \times 10^{-8}}{r^4} \cos^2 \phi \text{ [C.m}^{-3}\text{]}$$

احسب الشحنة الكلية في المنطقة المحصورة بين الكرتين.

**الحل:**

الشحنة الكلية

$$Q = \int_V \rho \, dv$$

نقترح استخدام الإحداثيات الكروية

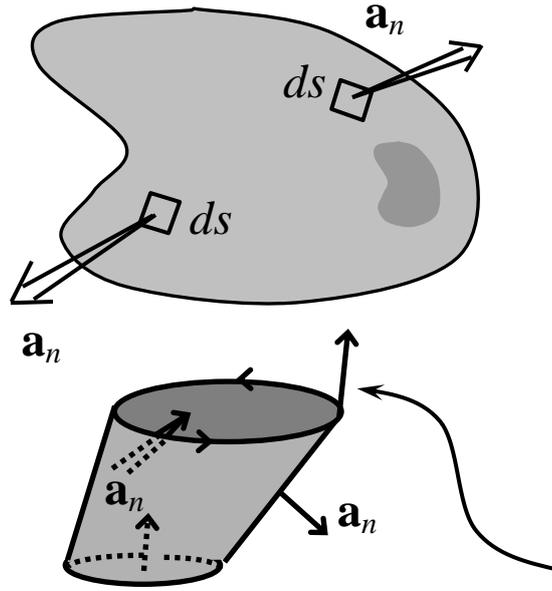
$$dv = r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_{0.02}^{0.05} \rho r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_{0.02}^{0.05} \frac{-3 \times 10^{-8}}{r^2} \cos^2 \phi \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi \\ &= -3 \times 10^{-8} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ -\frac{1}{r} \right]_{0.02}^{0.05} \cos^2 \phi \sin \theta \, d\theta \, d\phi \\ Q &= -3 \times 10^{-8} \left( -\frac{1}{0.05} + \frac{1}{0.02} \right) \int_0^{2\pi} [-\cos \theta]_0^\pi \cos^2 \phi \, d\phi \\ &= -9 \times 10^{-7} \times 2 \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi \, d\phi \\ &= -1.8 \times 10^{-6} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} (1 + \cos 2\phi) \, d\phi \\ &= -9 \times 10^{-5} \left[ \phi + \frac{\sin 2\phi}{2} \right]_0^{2\pi} \\ &= -1.8\pi \times 10^{-6} \text{ C} \end{aligned}$$

التكامل السطحي Surface Integral

$$\int_S A \, ds$$

هو التدفق الكلي للشعاع A عبر السطح S



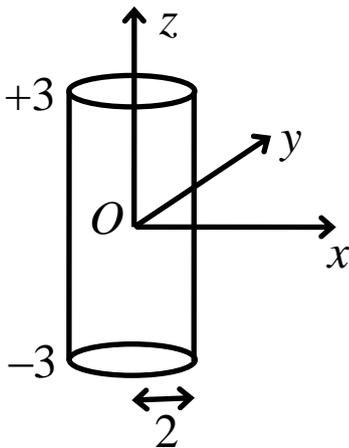
إذا كان السطح مغلقاً، أي يحتوي حجماً، وكان  $ds = a_n ds$  حيث  $a_n$  الناظم الموجه لخارج الحجم، نكتب:

$$\oint_S A ds .$$

إذا لم يكن السطح مغلقاً، نحدد  $a_n$  بقاعدة اليد اليمنى: الأصابع حول المحيط بالاتجاه العرضاني، فتشير الإبهام باتجاه الموجب.

مثال

احسب تدفق الحقل الشعاعي  $F = a_r \frac{k_1}{r} + a_z k_2 z$  عبر سطح أسطوانة حول المحور  $z$  نصف قطره  $r = 2$  وارتفاعها  $z = \pm 3$



$$\begin{aligned} Flux &= \oint_S F \cdot ds \\ &= \int_{top} F \cdot a_n ds + \int_{bottom} F \cdot a_n ds + \int_{side} F \cdot a_n ds \end{aligned}$$

1. نسمي حقلاً لمقدار ما  $G$  في المنطقة  $D$  في اللحظة  $t$ ، مجموعة القيم التي يأخذها  $G$  في نقاط هذه المنطقة في اللحظة  $t$  المذكورة. بهذا المعنى لدينا حقول سلمية وحقول شعاعية.

الوجه الأعلى للأسطوانة

$$z = 3 \text{ and } a_n = a_z \Rightarrow F \cdot a_n = \frac{k_1}{r} a_r \cdot a_z + k_2 z a_z \cdot a_z = k_2 z = 3k_2$$

$$ds = r dr d\phi$$

$$\text{So } \int_{top} F \cdot a_n ds = \int_0^{2\pi} \int_0^2 3k_2 r dr d\phi = \int_0^{2\pi} 3k_2 \left[ \frac{1}{2} r^2 \right]_0^2 d\phi = 6k_2 [\phi]_0^{2\pi} = 12\pi k_2$$

الوجه الأسفل للأسطوانة

$$z = -3 \text{ and } a_n = -a_z \Rightarrow F \cdot a_n = -\frac{k_1}{r} a_r \cdot a_z - k_2 z a_z \cdot a_z = -k_2 z = 3k_2,$$

$$ds = r dr d\phi$$

$$\int_{bottom} F \cdot a_n ds = \int_0^{2\pi} \int_0^2 3k_2 r dr d\phi = \int_0^{2\pi} 3k_2 \left[ \frac{1}{2} r^2 \right]_0^2 d\phi = 6k_2 [\phi]_0^{2\pi} = 12\pi k_2$$

الوجه الجانبي للأسطوانة

$$r = 2 \text{ and } a_n = a_r \Rightarrow F \cdot a_n = \frac{k_1}{r} a_r \cdot a_r + k_2 z a_z \cdot a_r = \frac{k_1}{r} = \frac{k_1}{2}$$

$$ds = r d\phi dz = 2d\phi dz .$$

$$\int_{side} F \cdot a_n ds = \int_{-3}^3 \int_0^{2\pi} k_1 d\phi dz = \int_{-3}^3 k_1 2\pi dz = k_1 2\pi [z]_{-3}^3 = 12\pi k_1$$

ويكون التدفق الكلي

$$flux = \oint_S F \cdot ds = 12\pi k_1 + 24\pi k_2$$

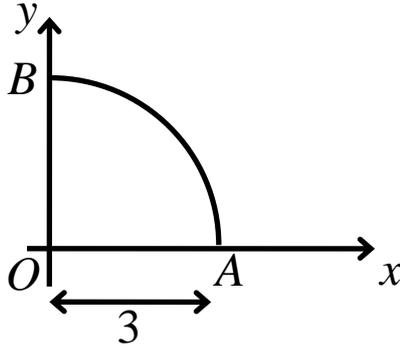
## التكامل الخطي Line Integral

تكامل على طول منحنى في الفضاء. نسمي عادة التكامل الخطي على مسار بالجولان circulation

كالمعمل المنجز بقوة  $F$  مطبقة على جسم يذهب من النقطة  $A$  إلى  $B$

$$\int_A^B F \cdot dl$$

مثال: حساب التكامل الخطي للشعاع  $F$  على طول المنحنى  $OABO$



$$F = a_x x y - a_y 2x$$

الحل:

$$\oint F \cdot dl = \int_O^A F \cdot dl + \int_A^B F \cdot dl + \int_B^O F \cdot dl$$

$$\begin{aligned} F \cdot dl &= (a_x F_x + a_y F_y) \cdot (a_x dx + a_y dy) \\ &= (a_x x y - a_y 2x) \cdot (a_x dx + a_y dy) \\ &= x y dx - 2x dy \end{aligned}$$

نكامل على المسار  $OA$  باتجاه  $x$ :

فيكون لدينا  $dy = 0$

وبالتالي

$$\int_O^A F \cdot dl = 0$$

نكامل على المسار  $AB$  حيث لدينا  $x^2 + y^2 = 9$

$$\int_A^B F \cdot dl = \int_A^B x y dx - \int_A^B 2x dy = \int_3^0 x \sqrt{9-x^2} dx - \int_0^3 2\sqrt{9-y^2} dy$$

$$\begin{aligned} &= \left[ \frac{1}{3} (9-x^2)^{3/2} \right]_3^0 - \left[ y \sqrt{9-y^2} + 9 \sin^{-1} \left( \frac{y}{3} \right) \right]_0^3 \text{ using integral tables} \\ &= -9(1 + \pi/2) \end{aligned}$$

نكامل على المسار BO باتجاه y:

فيكون لدينا  $x = dx = 0$

$$\int_B^O F dl = 0$$

$$\oint_{OABO} F dl = -9\left(1 + \frac{\pi}{2}\right)$$

ملاحظة: يعتمد جولان الشعاع بين نقطتين على الطريق المسلوک بينهما، وفي حال استقلال هذا الجولان عن الطريق المسلوک، نقول عن الحقل الشعاعي إنه محافظ conservative. نستنتج أن جولان الحقل الشعاعي المحافظ على أي مسار مغلق يكون معدوماً.

## 5. الاشتقاق Derivatives

### a. التدرج Gradient

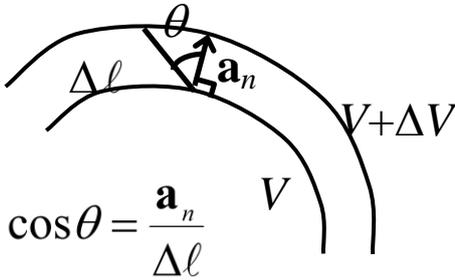
يكون الحقل السلمي  $V$  تابعاً للموضع،  $(x, y, z)$  في الإحداثيات الديكارتية. أمثلة عن التدرج: الارتفاع في خارطة طبوغرافية: خط الحقل (الارتفاع) هو كفاف (مسار محيطي contour) الضغط في خارطة الطقس: خطوط الحقل هي خطوط تساوي الضغط الجوي في أي اتجاه، يعطي المقدار  $\frac{dV}{d\ell}$  معدل تغير  $V$  في ذلك الاتجاه

أمثلة على تدرج حقل سلمي:

ميل الأرض على خارطة طبوغرافية

تدرج الضغط على خطوط تساوي الضغط الجوي

ما هو الميل الأعظمي لحقل سلمي - التدرج؟



ليكن لدينا سطحاً تساوي الكمون عند القيمتين  $V$  و  $V + \Delta V$ . الانتقال من سطح لآخر في اتجاه ما يقابله معدل تغير مقداره

$$\frac{\Delta V}{\Delta \ell}$$

يجب أن يكون هذا المعدل أعظماً إذا كان  $\Delta \ell$  أصغرياً، أي أن  $\Delta \ell$  في اتجاه الناظم  $a_n$ . في أي اتجاه  $a_t$  يكون الميل:

$$\text{slope} = \frac{dV}{d\ell} \approx \frac{\Delta V}{\Delta \ell} = \frac{\Delta V}{\Delta \ell_n / \cos \theta} = \frac{\Delta V}{\Delta \ell_n} \cos \theta \approx \frac{dV}{d\ell_n} \cos \theta$$

$$\therefore dV = \frac{dV}{d\ell_n} \cos \theta d\ell = \frac{\partial V}{\partial \ell_n} a_n a_t d\ell$$

نسمي تدرج  $V$  ونكتبه  $\text{grad} V$  أو  $\nabla V$ ، الحقل الشعاعي المعروف كما يلي:

$$\text{grad } V \equiv \nabla V \equiv \frac{\partial V}{\partial \ell_n} a_n$$

ويعطي

$$dV = \nabla V \cdot a_t d\ell = \nabla V \cdot dl$$

في الإحداثيات الديكارتية

$$\text{grad}V = \nabla V = a_x \frac{\partial V}{\partial x} + a_y \frac{\partial V}{\partial y} + a_z \frac{\partial V}{\partial z} = \left( a_x \frac{\partial}{\partial x} + a_y \frac{\partial}{\partial y} + a_z \frac{\partial}{\partial z} \right) V$$

في الإحداثيات الكروية

$$\nabla V = a_r \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r} a_\theta \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} a_\phi \frac{\partial V}{\partial \phi} = \left( a_r \frac{\partial}{\partial r} + a_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + a_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) V$$

في الإحداثيات الأسطوانية

$$\nabla V = \left( a_r \frac{\partial}{\partial r} + a_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} + a_z \frac{\partial}{\partial z} \right) V$$

**b. التفرق Divergence**

تفرق حقل شعاعي في أي نقطة هو قياس لتدفق خطوط الحقل من هذه النقطة. أي أن تفرق الحقل الشعاعي F في نقطة هو تدفق F الصافي باتجاه الخارج بوحدة الحجم، حيث ينتهي الحجم حول النقطة إلى الصفر.

$$\text{div}F = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \oint_S F \cdot ds$$

في الإحداثيات الديكارتية

$$\text{div}F = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \equiv \nabla \cdot F$$

في الإحداثيات الاسطوانية

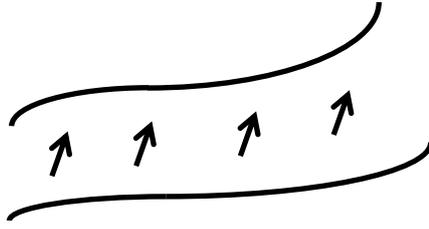
$$\nabla \cdot \bar{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

في الإحداثيات الكروية

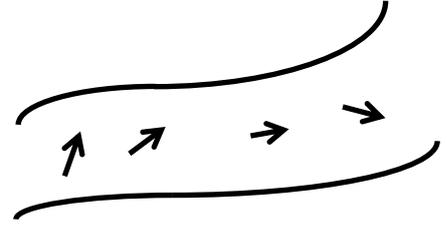
$$\nabla \cdot \bar{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

**c.** الدوّار (اللف) Curl

هو قياس لدوران حقل شعاعي، مثل جريان سائل في أنبوب المشار له بسهم الاختبار في السائل.



جريان غير دوّار



جريان دوّار

يعتمد الدوّار على الاتجاه، وهو مقدار شعاعي.

رأينا أن التفرق هو كثافة تدفق، أما الدوار فهو كثافة جولان. لإيجاد مركبة الدوار في أي اتجاه، نحسب كثافة الجولان حول منحنى ناظم على ذلك الاتجاه.

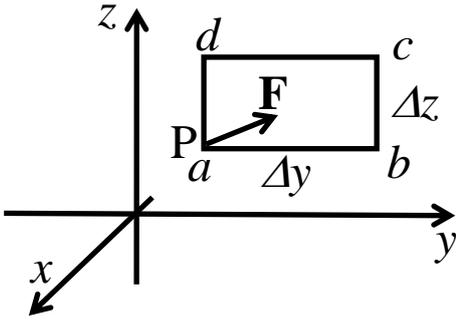
$$\text{curl } F = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta s} \oint_C F \cdot dl \right\} a_n$$

في الإحداثيات الديكارتية

لحساب مركبة الدوار للحقل  $F$  باتجاه  $x$  نحسب

$$\oint_{abcd} F \cdot dl$$

حول المنحني abcda في المستوي yz الناظم على x.



$$ab: dl = \Delta y a_y \text{ so } F \cdot dl = F_y \Delta y$$

$$cd: dl = -\Delta y a_y \text{ so } F \cdot dl = -\left(F_y + \frac{\partial F_y}{\partial z} \Delta z\right) \Delta y$$

$$da: F \cdot dl = -F_z \Delta z$$

$$bc: F \cdot dl = \left(F_z + \frac{\partial F_z}{\partial y} \Delta y\right) \Delta z$$

$$\text{So } \oint_{abcda} F \cdot dl = \frac{\partial F_z}{\partial y} \Delta y \Delta z - \frac{\partial F_y}{\partial z} \Delta z \Delta y \cdot$$

بما أن مساحة المنطقة المحصورة بالمنحني المغلق هي  $\Delta s = \Delta y \Delta z$  ، تكون مركبة الدوار باتجاه x

$$(\text{curl } F)_x = \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \cdot$$

ويكون الدوار الكلي للحقل F:

$$\text{curl } F = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right) a_x + \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right) a_y + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right) a_z$$

أو يكتب على الشكل

$$\text{curl } F = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

أو على الشكل

$$\text{curl } F = \nabla \times F$$

$$\nabla \times \bar{A} = \hat{\rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \hat{\phi} \left( \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) + \hat{z} \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial (\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right]$$

$$\nabla \times \bar{A} = \frac{\hat{r}}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] + \frac{\hat{\theta}}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right]$$

## 6. نظرية التدرج Divergence Theorem

بما أن التدرج يعبر عن كثافة تدفق، فالتكامل الحجمي للتدرج سيعطي التدفق الكلي. هذا ما يعرف بنظرية التدرج:

$$\int_V \text{div } A = \oint_S A \cdot ds \quad \text{Divergence Theorem}$$

لاحظ أن نظرية التدرج تربط التكامل الحجمي بالتكامل السطحي لذلك الحجم .

## 7. نظرية ستوكس Stokes Theorem

بما أن الدوار يعبر عن كثافة جولان، يمكن أن نتوقع أن التكامل السطحي لدوار حقل شعاعي على سطح مفتوح سيعطي الجولان الكلي لهذا الحقل الشعاعي على مسار مغلق يحدّ السطح:

$$\int_S \text{curl } A \cdot ds = \oint_C A \cdot dl$$

## أمثلة محلولة

## مثال 1

أوجد شعاع الوحدة الممتد من مبدأ الإحداثيات الديكارتية باتجاه النقطة  $P(2, -2, -1)$ .

**الحل:**

نشكّل أولاً الشعاع الواصل من المبدأ باتجاه النقطة  $P$ :

$$P = 2a_x - 2a_y - a_z$$

ثم نحسب طول الشعاع

$$|P| = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = 3$$

وأخيراً نحصل على شعاع الوحدة المطلوب بقسمة الشعاع  $P$  على طويلته:

$$a_p = \frac{P}{|P|} = \frac{2}{3}a_x - \frac{2}{3}a_y - \frac{1}{3}a_z$$

## مثال 2

لدينا الحقل الشعاعي

$$G = y a_x - 2.5x a_y + 3 a_z$$

والنقطة  $Q(4, 5, 2)$ . المطلوب إيجاد الحقل  $G$  عند  $Q$ ؛ وإيجاد المركبة السلمية للحقل  $G$  عند  $Q$  في الاتجاه

$$a_N = \frac{1}{3}(2 a_x + a_y - 2 a_z)$$

وإيجاد المركبة الشعاعية للحقل  $G$  عند  $Q$  في الاتجاه  $a_N$ ؛ وأخيراً إيجاد الزاوية بين الحقل  $G(r_Q)$  والاتجاه  $a_N$ .

**الحل:**

نعوض إحداثيات النقطة  $Q$  في عبارة الحقل  $G$  لنحصل على الحقل  $G$  عند  $Q$ :

$$G(r_Q) = 5a_x - 10a_y + 3a_z$$

ثم نحصل على المركبة السلمية للحقل  $G$  عند  $Q$  في الاتجاه  $a_N$  بحساب الجداء السلمي

$$G \cdot a_N = (5a_x - 10a_y + 3a_z) \cdot \frac{1}{3}(2a_x + a_y - 2a_z) = \frac{1}{3}(10 - 10 - 6) = -2$$

ونحصل على المركبة الشعاعية للحقل  $G$  عند  $Q$  في الاتجاه  $a_N$  بضرب شعاع الوحدة  $a_N$  بالمركبة السلمية للحقل  $G$

عند  $Q$ :

$$(G \cdot a_N) a_N = -(2) \frac{1}{3}(2a_x + a_y - 2a_z) = -1.333a_x - 0.667a_y + 1.333a_z$$

نحسب الزاوية بين الحقل  $G(r_Q)$  والاتجاه  $a_N$  من علاقة الجداء السلمي:

$$-2 = \sqrt{25 + 100 + 9} \cos \theta_{Ga}$$

لنحصل على

$$\theta_{Ga} = \cos^{-1} \frac{-2}{\sqrt{134}} = 99.9^\circ$$

## السؤال الأول: مراجعة المقادير السلمية والشعاعية

1. نقول عن مقدار أنه سلمي إذا أمكن تمثيله: (10 درجة)

a. بقيمة وحيدة

b. بعدد حقيقي

c. بعدد عقدي

d. كل الإجابات السابقة صحيحة

2. نقول عن مقدار أنه شعاعي (10 درجة)

a. إذا أمكن تمثيله بعدد عقدي

b. إذا أمكن تمثيله بعددين حقيقيين

c. إذا كان له طولية واتجاه

d. إذا كان ثنائي البعد فقط

(راجع معلوماتك من المرحلة ما قبل الجامعية. كمثال عن مقدار سلمي حقيقي: الكتلة، الضغط، الكثافة. كمثال

عن مقدار سلمي عقدي: الفولطية الجيبية. كمثال عن مقدار شعاعي: القوة، السرعة، التسارع/التباطؤ)

## السؤال الثاني: تعريف الحقل (10 درجة)

1. يرتبط مفهوم الحقل دائماً

a. بمنطقة محددة

b. بكامل الفضاء

c. بنقطة محددة

d. بفترة زمنية محددة

2. تتغير قيمة الحقل بشكل عام مع (10 درجة)

a. الموضع فقط

b. الزمن فقط

c. الموضع والزمن

d. الارتفاع فقط

3. يكون الحقل (10 درجة)

a. سلمياً فقط

b. شعاعياً فقط

c. سلمياً أو شعاعياً

d. سلمياً وشعاعياً

(راجع تعريف الحقل. كمثال عن حقل سلمي: درجة الحرارة في كوب ماء ساخن، الكثافة في أي نقطة من

الأرض. كمثال عن حقل شعاعي: تدرج الحرارة في قضيب اللحم، الحقل المغناطيسي الأرضي)

## السؤال الثالث: جبر الأشعة

1. يتمتع طرح الأشعة (5 درجة)

a. بالخاصية التبديلية

b. بالخاصية التجميعية

c. بالخاصية التوزيعية

d. بالخاصية التبديلية وبالخاصية التجميعية وبالخاصية التوزيعية

2. للأشعة في مستوٍ واحد (5 درجة)

a. مركبة أفقية

b. مركبة شاقولية

c. مركبتان أفقية وشاقولية

d. ثلاث مركبات

3. حاصل جمع شعاعين في مستوٍ واحد هو شعاع (5 درجة)

a. يقع في نفس المستوي

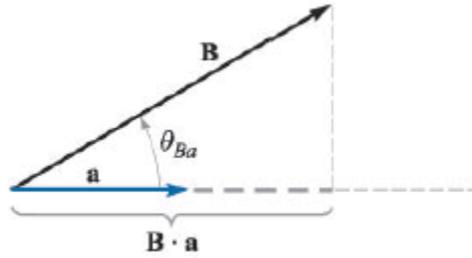
b. له مركبتان أفقية وشاقولية

c. مركبته الأفقية هي حاصل جمع مركبتي الشعاعين الأفقيتين جبرياً

d. مركبته الشاقولية هي حاصل جمع مركبتي الشعاعين الشاقوليتين جبرياً

e. كل الإجابات السابقة صحيحة

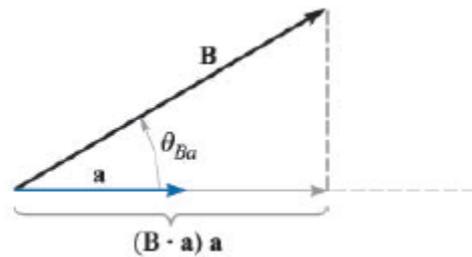
4. في الشكل أدناه، مسقط B باتجاه a هو  $B \cdot a$  (المركبة السلمية) (5 درجة)



a. صح

b. خطأ

5. في الشكل أدناه، مسقط B باتجاه a هو  $B \cdot a$  (المركبة السلمية) (5 درجة)



a. صح

b. خطأ

6. الجداء الشعاعي لشعاعين هو (5 درجة)

- a. شعاع في نفس المستوي الذي يحتوي الشعاعين
- b. شعاع ناظم على المستوي الذي يحتوي الشعاعين
- c. مقدار سلمي
- d. مسقط أحد الشعاعين على الآخر

7. يتمتع الجداء الشعاعي (5 درجة)

- a. بالخاصية التبديلية
- b. بالخاصية التجميعية
- c. بالخاصية التوزيعية
- d. بالخاصية التبديلية وبالخاصية التجميعية وبالخاصية التوزيعية  
(راجع جبر الأشعة)

السؤال الرابع: الاشتقاق

1. تدرج حقل سلمي هو حقل شعاعي (5 درجة)

- a. صح
- b. خطأ

2. يعطى معدل التغير الأعظمي لحقل سلمي (5 درجة)

- a. بتدرج الحقل السلمي
- b. بالتكامل الخطي للحقل السلمي
- c. بتفرق الحقل السلمي
- d. بدوار الحقل السلمي

3. إذا كان تفرق حقل شعاعي موجباً في نقطة، فهذا يعني أن (5 درجة)

- a. النقطة هي منبع للحقل الشعاعي
- b. النقطة هي مصرف للحقل الشعاعي
- c. الحقل الشعاعي في الاتجاه الموجب
- d. الحقل الشعاعي متزايد

(راجع الدلالة الفيزيائية للاشتقاق)

الجواب	السؤال	
d	1	السؤال الأول
c	2	
a	1	السؤال الثاني
c	2	
c	3	
d	1	السؤال الثالث
c	2	
e	3	
a	4	
a	5	
b	6	
c	7	
	1	السؤال الرابع
	2	
	3	



## الفصل الثاني:

محاولة فهم الحقول الكهرطيسيّة والإشعاع الكهرطيسي بدون معادلات

**Try understanding electromagnetic fields and antenna radiation  
without equations**

## الكلمات المفتاحية:

الحقول الكهرومغناطيسية Electromagnetic Fields، الإشعاع الكهرومغناطيسي Electromagnetic Radiation، الحقول الكهرومغناطيسية الرديّة Reactive-، الحقول الكهرومغناطيسية المشعّة Radiated-، الحقل الكهربائي Electric Field، الحقل المغناطيسي Magnetic Field، التوافق الكهرومغناطيسي Electromagnetic Compatibility، الطاقة الرديّة Reactive Energy، الطاقة المخزونة Radiated Energy، الطاقة المخزونة Stored Energy، قانون لورنتز Lorentz's law، طول الموجة Wavelength، الحقل القريب Near Field، الحقل البعيد Far Field، إشعاع الهوائي Antenna Radiation.

## ملخص:

نحاول في هذا الفصل التعرف على مفهوم الحقول الكهرومغناطيسية والإشعاع الكهرومغناطيسي دون الحاجة لمعادلات ماكسويل التي تشكل أساس نظرية الكهرومغناطيسية. نحاول في البداية شرح ماهية الحقول الرديّة والحقول المشعّة والفروقات بينها فيزيائياً، ودلالة هذه المفاهيم وارتباطها بمفهوم الطاقة الكهرومغناطيسية، وكيف تأخذ هذه الطاقة أشكالاً مختلفة حسب طبيعة الحقل المرتبطة به. كما نحاول شرح كيف تتغير الحقول حسب حالة المنبع الذي ينتجها، وأثر حالة المنبع الساكنة أو المتحركة، ونوع الحركة. نحاول كذلك شرح مفهوم الإشعاع الكهرومغناطيسي من هوائي بسيط ومعروف وكيف يرتبط الإشعاع بطول الهوائي نسبة لطول موجة المنبع. وأخيراً نحاول شرح علاقة الإشعاع بالمسافة انطلاقاً من الهوائي، وكيفية ارتباط ذلك بمفهوم الحقل القريب والحقل البعيد.

## أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- ماهية الحقول الرديّة والحقول المشعّة
- الفرق بين الحقول الكهرومغناطيسية الرديّة والحقول الكهرومغناطيسية المشعّة
- مفهوم الطاقة الكهرومغناطيسية الرديّة والطاقة الكهرومغناطيسية المشعّة
- طبيعة الحقول الناتجة عن منابع ساكنة أو متحركة أو مهتزة
- علاقة الطاقة المشعّة بطول الهوائي والبعد عنه.

ملاحظة: المرجع الأساسي للنص والأشكال:

Electromagnetics explained, Ron Schmitt, Newnes, 2002 by Elsevier Science

## 1. أهمية فهم الحقول الكهربية والإشعاع

فهم الحقول الكهربية والإشعاع له أهمية كبيرة في هندسة الأمواج المكمروية والراديوية، والاتصالات بشكل عام. حيث النقاط (استقبال) الموجة وانتشارها من المواضيع الأساسية. كذلك فهم هذه الحقول أو الأمواج هام لحماية التجهيزات الإلكترونية التمثيلية والرقمية، بما فيها نظم الاتصالات، من التداخل، وهو ما يعرف بالتوافق الكهربي Electromagnetic Compatibility-EMC. يهتم التوافق الكهربي بمنع الأجهزة والدارات المكونة للنظم الإلكترونية من توليد إشعاعات (أمواج) راديوية وحقول كهربية من شأنها أن تؤثر في عمل وسلوك الدارات والنظم الأخرى العاملة في محيطها، وكلما ازدادت الترددات أصبح تحقيق التوافق الكهربي أصعب.

لفهم الآلية التي تشع وفقها الدارات الطاقة، لا نحتاج لمعادلات ماكسويل.

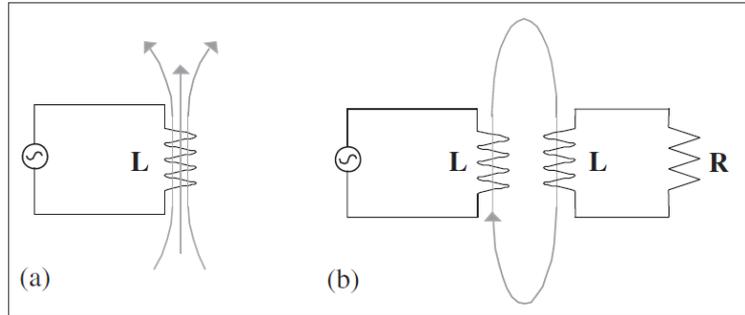
لنأخذ حالة الخلاف التالية: مهندس كهربائي يخبر صديقه المحامي عن مشروع بيته الإلكتروني الجديد. يسكن المهندس قرب خطوط التوتر العالي، ويصمم جهازاً لقرنه مع استطاعة الحقل الكهربي المتولد من التيار 60 HZ المار بخطوط التوتر العالي. يصرح المحامي مباشرة أن ما يخطط المهندس لفعله هو سرقة من مؤسسة ذات منفعة عامة. يغضب المهندس من هذا التصريح ويرد "هذه هي المشكلة معك أيها المحامي، تدافع عن القوانين دون النظر في حقيقة الأشياء. الطاقة الكهربية المتسربة من خطوط التوتر العالي تشع وتضيع سواء استخدمت جهازي أم لم أستخدمه". لكن المحامي ما زال يصر على أن المهندس يسرق.

من المحق؟ المحامي محق، مع أنه ربما لا يعرف الفرق بين الحقول الكهربية الرديّة والمشعة. فالحقل المحيط بخطوط التوتر العالي يكون رديّاً reactive، يعني أنه يخزن الطاقة، بعكس الطاقة المشعة، إذاً المهندس يسرق الطاقة من الخطوط. ولكن لماذا؟ لماذا بعض الدارات تنتج حقولاً تخزن الطاقة، في حين أخرى تنتج حقولاً تشع الطاقة؟

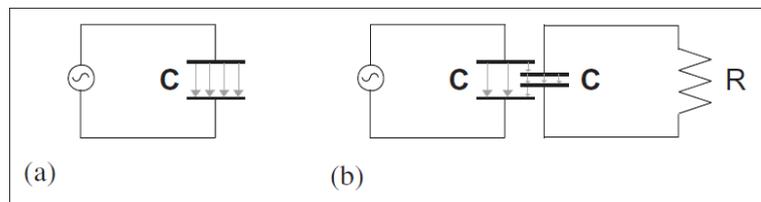
## 2. الطاقة في ذهاب واياب

لنتعمق في تفحص هذه الحالة. لتكن الدارة في الشكل 1-a. الدارة مكوّنة من منبع استطاعة متناوب AC يغذي ملفاً  $L$ . فإذا كان الملف مثاليّاً لا تضيع أية طاقة من المنبع، مع أن الملف ينتج حقلاً كهرومغناطيسياً. بما أنه لا تضيع طاقة، فالحقل الناتج يخزن الطاقة. الدارة تضخ الاستطاعة للحقل، والحقل بدوره يعيد الطاقة للدارة. وبسبب دورية هذه الطاقة، يكون تيار وجهد الملف على فرق صفة  $90^\circ$ ، ينتج إذاً ممانعة رديّة  $Z_L = j\omega L$ . إن طبيعة الممانعة الرديّة تفسّر لماذا تسمى الحقول التي تخزن الطاقة بالرديّة.

نضع في الشكل 1-b دارة ثانية بقرب الأولى مكوّنة من ملف ومقاومة، يقترن الحقل من  $L_1$  مع  $L_2$  ويسبب مرور تيار في المقاومة (تشكّل الحقول المقرونة محوّلًا). ينقل الحقل الرديّ الطاقة من المنبع إلى المقاومة (الحمل)، مع أنّ الدارة الأولى لم تتغيّر وليست على تماس فيزيائي مباشر مع الثانية. يدل ذلك على أنّ الحقل الرديّ يمكن أن يخزن الطاقة أو أن ينقلها، حسب الأجهزة الكهربائية أو المغناطيسية الموجودة ضمن منطقة الحقل. فهذا الحقل الرديّ "يتفاعل مع" أو يؤثر في الأجهزة المتواجدة ضمن منطقة تأثيره. بشكل مشابه، تنتج المكثفات حقلاً رديّاً يمكن أن يخزن الطاقة أو ينقلها، كما في الشكل 2.

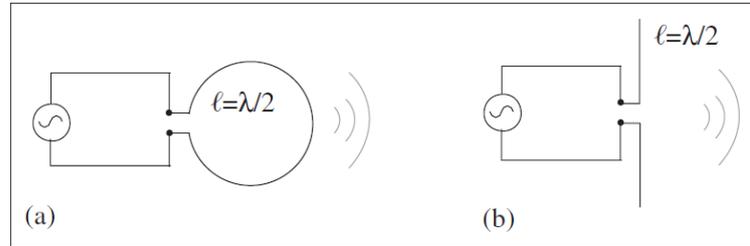


شكل 1: (a)-تشكّل الوشعة حقلاً رديّاً يخزن الطاقة، (b)- إضافة وشيعة أخرى بجوارها دون وصل أومي سيحول جزء من الطاقة المخزونة في الحقل الردي إلى الحمل.



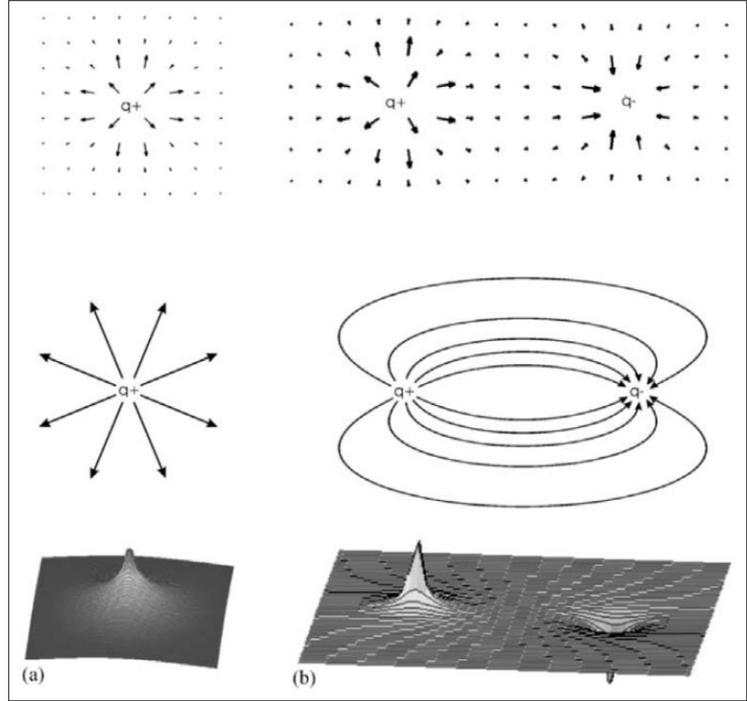
شكل 2: (a)- يشكّل المكثف حقلاً رديّاً يخزن الطاقة، (b)- إضافة مكثف آخر دون وصل أومي سيحول جزء من الطاقة المخزونة في الحقل الردي إلى الحمل.

الآن، لتكن الدارة في الشكل 3. لدينا منبع جهد متناوب يغذي هوائيين من نوعين مختلفين، الأول هو حلقة يساوي محيطها إلى نصف طول موجة المنبع، والثاني هو ثنائي قطب dipole يساوي طوله إلى نصف طول موجة المنبع. بعكس الدارات السابقة، تشع الهوائيات حقولاً منتشرة تحمل الطاقة باستمرار بعيداً عن المنبع. الطاقة ليست مخزونة لكن تنتشر انطلاقاً من المنبع بصرف النظر عن وجود هوائي استقبال أم لا. هذه الطاقة الضائعة تبدو للمنبع كمقاومة بطريقة مشابهة لآلية الضياع في مقاومة على شكل حرارة. إذاً نعود إلى قضية المهندس والمحامي: اعتقد المهندس أن خطوط التوتر العالي بقرب منزله تشع الطاقة كالهوائي، وما كان يريد فعله هو أن يجمع هذه الطاقة المشعة بهوائي استقبال. فعندما كان المهندس يقيس الحقل في بيته، كان يقيس الحقل الردي المحيط بخطوط التوتر العالي. وعندما يشغل اختراعه، فإنه يقرنه إلى الحقل الردي ويستهلك من الطاقة المخزونة في ذلك الحقل. هذه الحالة مشابهة للدارة في الشكل 1-b. إذاً المهندس في الواقع يسرق الاستطاعة.



شكل 3: الهوائيان الأساسيان هما (a) - الهوائي الحلقي بمحيط يساوي إلى نصف طول موجة المنبع، (b) - الهوائي ثنائي القطب بطول يساوي إلى نصف طول موجة المنبع. توضّح الأمثلة السابقة خواص الحقول الكهرومغناطيسية الرديّة والمشعة، لكن تبقى الإجابة على السؤال: لماذا أو كيف يحدث الإشعاع؟ لفهم الإشعاع من الأفضل البدء بتحليل الحقل الناتج عن شحنة نقطية. من أجل جسيم وحيد مشحون، كالإلكترون، يشكّل الحقل الكهربائي مخططاً قطرياً بسيطاً (شكل 4)، حيث جرى الاتفاق على اعتبار خطوط الحقل تتجه للخارج من أجل شحنة موجبة (+) وتتجه للداخل من أجل شحنة سالبة (-). يبقى هذا الحقل بدون تغيير مع الزمن، ولذلك يسمّى ساكناً، ويخزن طاقة الجسيم الكهرومغناطيسية. عندما تتواجد شحنة أخرى، يؤثر الحقل عليها بقوة ويتمّ نقل الطاقة. ولكن عندما لا يوجد أي جسيم آخر مشحون، فليس للحقل أي تأثير بل يخزن الطاقة. حقيقة أن الطاقة تنتقل من الحقل فقط بوجود جسم مشحون آخر هي من الخواص المحددة للحقل الساكن. لكن هذه الحقيقة لن تبقى صحيحة في حال الحقل المشعّ كما سنرى لاحقاً. لنعتبر نفس الجسيم المشحون يتحرك بسرعة ثابتة، أقل بكثير من سرعة الضوء. يحمل الجسيم الحقل أينما ذهب وفي كل لحظة، فالحقل يبدو نفسه كما في الحالة الساكنة (شكل 5-a). إضافة لذلك، بما أنّ الشحنة تتحرك الآن، فإنّ حقلاً مغناطيسياً يحيط بالشحنة على شكل أسطوانة بحسب قانون لورنتز Lorentz's law. إنّ الحقل المغناطيسي نتيجة لكون الحقل الكهربائي المتحرك ينتج حقلاً مغناطيسياً والعكس بالعكس.

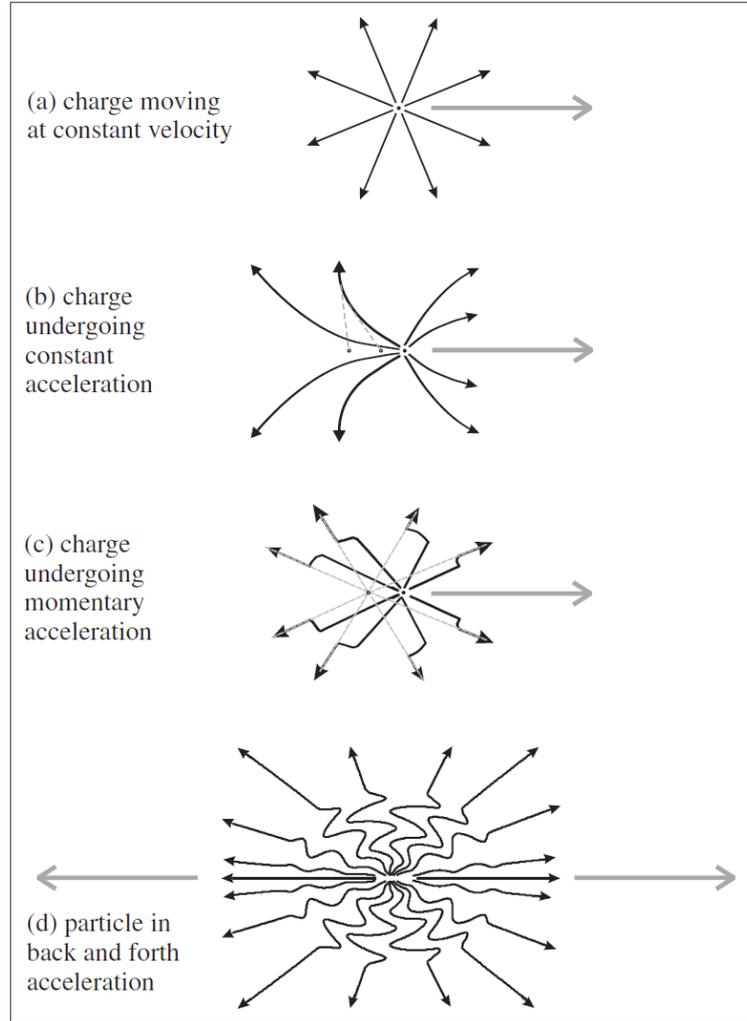
يخزن كل من الحقلين الكهربائي والمغناطيسي الطاقة كما في حالة الشحنة الساكنة، وتنقل الحقول قوى كهربائية ومغناطيسية فقط عند تواجد شحنات أخرى. سنهمل الحقل المغناطيسي في الوصف التالي للتبسيط.



شكل 4: إظهار الحقل الكهربائي الناتج عن (a) شحنة ساكنة، (b) ثنائي قطب، كأشعة، وكأشعة وخطوط انسيابية موجهة، وكمحنى لقيمة لوغاريتم الطويلة.

عندما يأخذ الجسم المشحون بالتسارع، تبدأ خطوط الحقل بالانحناء (شكل b-5). تساعد نظرية النسبية لأينشتاين في فهم لماذا تنحني خطوط الحقل. لا يمكن لأي جسيم، أو طاقة، أو معلومة أن تسافر بسرعة أسرع من الضوء. فهذه النهاية الحدية للسرعة تصلح للحقول كما تصلح للأجسام. من أجل تلك القضية، يعتبر الحقل مجموعة من الأجسام الافتراضية. على سبيل المثال، إذا تشكل جسيم مشحون فجأة، فلن يظهر حقله بنفس اللحظة في كل مكان. بل سيظهر الحقل مباشرة حول الجسم وبعدها يتوسع خارجاً بسرعة الضوء. مثلاً يستغرق الضوء حوالي ثمان دقائق ليسافر من الشمس إلى الأرض. فإذا حصل وانطفأت الشمس فجأة، سيشعر الناس على الأرض بذلك بعد ثمان دقائق. بشكل مشابه، عندما يتحرك الجسيم، يجري تحديث الحقل باستمرار حسب الوصفة الجديدة، لكن هذه المعلومة تنتشر بسرعة الضوء. بينما تتأثر النقاط في الفضاء المحيط بالجسيم بالحقل الموافق للمكان المعتاد أن يكون فيه. يعرف هذا التأخير بزمناً التأخير. مع ذلك، تتغلب طبيعة الحقل الكهرومغناطيسي على التأخير بأن تتوقع أين سيكون الجسيم اعتماداً على سرعته السابقة. لذلك لا تنحني خطوط الحقل في حال كان الجسيم يتحرك بسرعة ثابتة. ينشأ هذا السلوك من نظرية النسبية الخاصة لأينشتاين، التي تنص على أن السرعة قياس نسبي وليس مطلق. علاوة على ذلك، تتوافق خطوط الحقل المنحنية لشحنة مع الطاقة المشعة.

وبناء عليه، إذا كانت خطوط الحقل مستقيمة في مشهد نقطة مراقب، يتطلب مبدأ انحفاظ الطاقة أن يدرك كل المراقبين الخطوط مستقيمة.



شكل 5: خطوط الحقل لشحنة بحالات حركة مختلفة (تظهر مواضع الجسيم وخطوط الحقل في أزمنة سابقة باللون الرمادي) (a) شحنة متحركة بسرعة ثابتة (b) شحنة بتسارع ثابت (c) شحنة بتسارع لحظي عابر (d) جسيم يتسارع ذاهباً وإياباً.

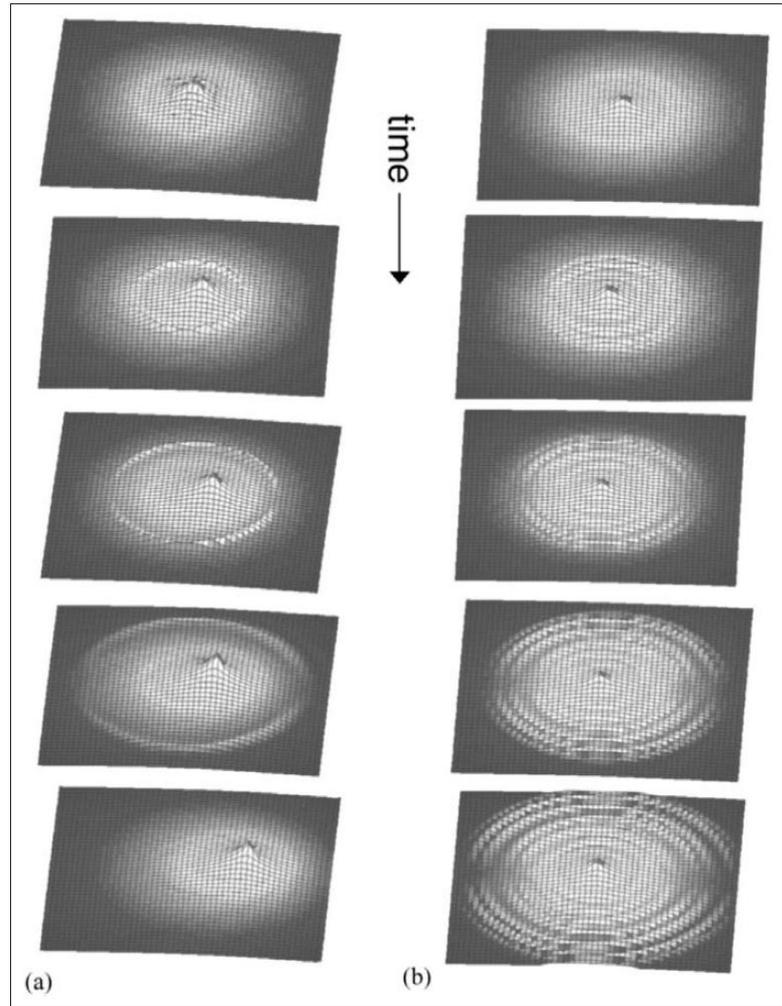
### 3. ظاهرة عابرة

حتى نفهم لماذا الانحناء في خطوط الحقل المنحنية لشحنة بحركة متسارعة يقابله طاقة مشعّة؟ لتكن شحنة تبدأ حركتها من السكون بقوة نبضية طُبقت عليها. عندما يتسارع الجسيم، تظهر انحناءات في خطوط الحقل المحيط مباشرة بالجسيم. تنتشر هذه الانحناءات بعيداً عن الشحنة وتقوم بتحديث باقي خطوط الحقل المتأخرة خلفه (شكل 5-c). ويستهلك جزء من الطاقة المطبقة بالقوة المحركة لتنتشر هذه الانحناءات في الحقل. علاوة على ذلك، تحمل هذه الانحناءات معها طاقة هي إشعاع كهرومغناطيسي. وبما أنّ هذه الانحناءات عابرة، يبيّن تحليل فورييه أنّها مكوّنة من تركيب عدّة ترددات. كما أنّ الشحنة المتسارعة بهذه الطريقة تشعّ الطاقة أنياً عند عدّة ترددات. يمكننا أيضاً تحليل هذه الظاهرة من منظور الطاقة الحركية. إنها تكتسب قوة لتسارع الجسيم. وتنقل هذه القوة الطاقة إلى الجسيم، أي تزيد طاقته الحركية. يصلح هذا التحليل للحقل الناتج عن الجسيم المشحون. فالطاقة مطلوبة لتسارع الحقل. تنتشر هذه الطاقة نحو الخارج كالموجة، مسببة زيادة الطاقة الحركية للحقل (شكل 6-a). ينشأ الإشعاع الكهرومغناطيسي، سواء كان حراري أو راديوي أو ضوئي، من تغيير طاقة الجسيم المشحون أو الإلكترون. وينطبق ذلك بشكل عام، ليس فقط على تغيير طاقة الإلكترون الحر الناتج عن تسارع أو تباطؤ، ولكن ينطبق أيضاً على تغيير حالة الطاقة الكمومية quantum-energy state (أو المدارية orbital) للإلكترونات التي تنتقل بين الذرات.

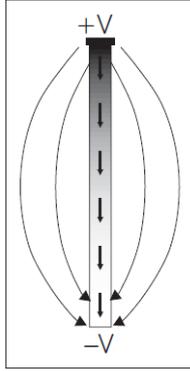
#### 4. الحقل الناتج عن شحنة مهتزة

في حال كانت حركة الشحنة دائرية، يكون تسارعها جيبياً. في الواقع، يحدث التسارع الجيبي لكل شحنة تتحرك بطريقة اهتزازية. في هذه الحالة، تكون الانحناءات في الحقل متغيرة باستمرار وجيبية، وتظهر الإشعاعات الكهروضوئية فقط عند تردد الاهتزاز الجيبي نفسه. فالشحنة المهتزة تنتج أمواجاً بتموجات (مطالات) صغيرة تنتشر خارجاً، مشابهة بطريقة ما للأمواج الناتجة على سطح الماء عند رمي حجر (شكل 6-b).

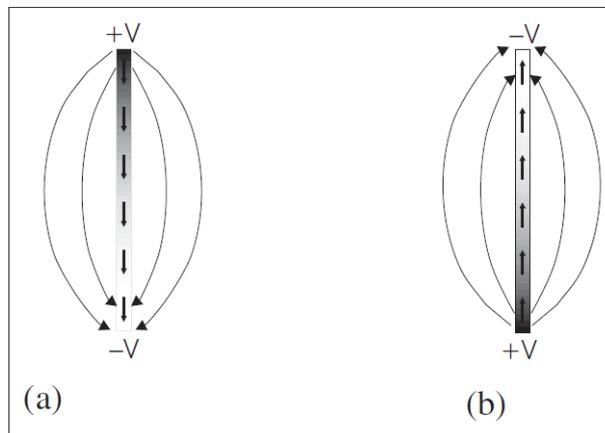
عندما نطبق جهداً ساكناً على طول سلك، ينتج تيار متناسب معه وفق قانون أوم المعروف  $I = V/R$ . يتكوّن التيار الساكن dc العابر للسلك من الإلكترونات المهاجرة. ومع أن مسارات الإلكترونات عشوائية ومعقدة، إلا أنّ الحركة المتوسطة لهذه الإلكترونات كمجموعة تسبّب انجرافاً ثابتاً للشحنة. علاوة على ذلك، يمكن إهمال خصوصيات كلّ إلكترون جزئياً، ونمذجة التيار كشحنة وهمية ترحل بسرعة ثابتة. ولا يحدث إشعاع كون الشحنات تتحرك بسرعة ثابتة أي بدون تسارع. يبيّن الشكل 7 الحقل الناتج عن تيار ساكن. إذا كان الجهد المطبق على السلك يهتزّ ببطء عند التردد  $f_0$ ، يأخذ الحقل الكهربائي المرافق نفس شكل الشحنة dc، ما عدا أنّ الشدة تتغير بين قيمتين موجبة وسالبة (شكل 8).



شكل 6: مشاهد متتالية للحقل الكهربائي الناتج عن شحنات متسارعة (a) شحنة متسارعة من السكون بقوة نبضية قصيرة (b) شحنة متسارعة جيبياً من السكون على المحور الأفقي.



شكل 7: الحقل الكهربائي المحيط بسلك يمر فيه تيار ساكن. يظهر التظليل باللون الرمادي مستويات الجهد النسبية داخل السلك. وتظهر الأسهم التيار.



شكل 8: الحقل الكهربائي المحيط بسلك يمر فيه تيار AC متغير ببطء. (a) في اللحظة 0. (b) في اللحظة  $T/2$  (بعد نصف دورة).

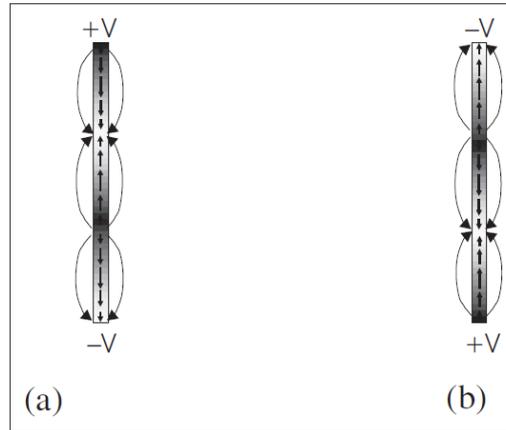
## 5. الإشعاع من شحنات مهتزة

يرتبط التردد  $f$  بطول الموجة  $\lambda$  بالعلاقة المعروفة  $\lambda = c/f$ ، حيث تمثل  $c$  سرعة الضوء في الفضاء الحر. يمكننا تعريف الاهتزاز البطيء بأنه التردد الذي يقابل طول موجة أكبر بكثير من طول السلك. ويسمى هذا عادة بالشرط الشبه الساكن quasistatic (نظرية الدارات الكهربائية). في هذه الحالة، يتغير التيار في السلك بشكل جيبي، وتهتز الشحنة الفعالة جيبياً. بالنتيجة، تشع الشحنات المهتزة طاقة كهرومغناطيسية عند التردد  $f_0$ . وتكون الاستطاعة (الطاقة بالنسبة للزمن) المشعة متناسبة مع شدة التيار وطول السلك لأن هذان المقداران يزيدان من كمية الشحنة المتحركة. كذلك، تكون الاستطاعة المشعة متناسبة مع التردد، لأن الشحنة تتسارع أكثر عند ترددات أعلى.

وهكذا يمكن التعبير عن الاستطاعة المشعة جيبياً بأنها متناسبة مع التيار  $\times$  الطول  $\times$  التردد. يتضح جلياً من هذه العلاقة لماذا تشع الترددات الراديوية Radio Frequency–RF بسهولة أكثر من الترددات المنخفضة. وبما أن طول الموجة متناسب عكساً مع التردد، تصبح العلاقة الجبرية المكافئة أن الاستطاعة المشعة متناسبة مع التيار  $\times$  الطول / طول الموجة.

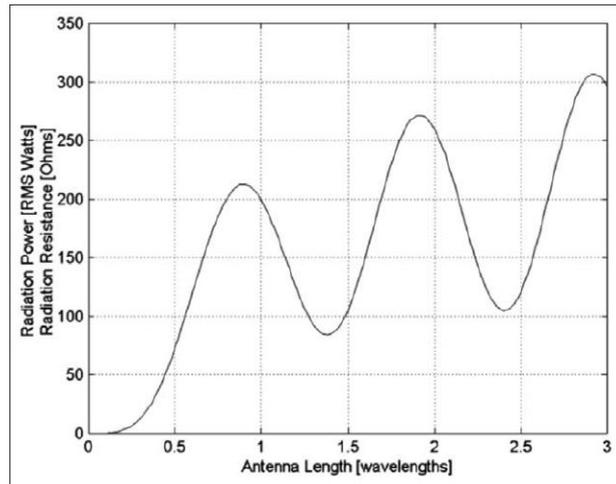
إذاً، عند جهد وتردد معطى لمنبع ما، تكون الاستطاعة المشعة متناسبة مع طول السلك. بكلمات أخرى، كلما كان طول الهوائي أكبر، كلما شغ أكثر.

اعتبرنا حتى الآن حالة الاهتزاز البطيء فقط. عندما يزداد تردد جهد المنبع بحيث يصبح طول الموجة مساوياً لطول السلك تقريباً أو أقل منه، لا تبقى حالة شبه السكون صحيحة. فالتيار ليس نفسه على طول السلك كما يبدو في الشكل 9 (نظرية الكهرومغناطيسية). في الواقع، يتجه التيار بشكل مختلف في مواضع مختلفة على السلك مسبباً تداخلات هدامة، كما في حالة أمواج البحر المتصادمة باتجاهات متعاكسة، إذ تحاول كل موجة إلغاء الأخرى. والنتيجة هي أن الإشعاع لم يعد متناسب مباشرة مع طول السلك (الهوائي).



شكل 9: الحقل الكهربائي المحيط بسلك يمرّ فيه تيار AC متغيّر بسرعة (a) في اللحظة 0 (b) في اللحظة  $T/2$  (بعد نصف دورة).

يظهر الشكل 10 منحنيّاً بيانياً للاستطاعة المشعّة بدلالة طول الهوائي. عندما يكون طول الهوائي أقصر من طول الموجة، تكون الاستطاعة المشعّة متناسبة تقريباً مع طول الهوائي. لكن من أجل أطوال سلك قريبة من طول الموجة، أو أطول، تصبح الاستطاعة المشعّة متزايدة ببطء ومهتزة. إذاً لماذا يكون طول الهوائي  $\lambda/2$  (هوائي ثنائي القطب dipole) أو  $\lambda/4$  (هوائي وحيد القطب monopole)؟ إنّ التناقص في الاستطاعة المشعّة بدلالة طول السلك يفسّر جزئياً لماذا يكون طول هوائي ثنائي القطب  $\lambda/2$  عادة أقصر من طول الموجة. واختير الطول  $\lambda/2$  لأن الهوائي عند هذا الطول يكافئ دائرة طنين كهربائية (في حالة تجاوب resonance)، ما يجعل ممانعته الكهربائية حقيقية ومخطّطه الإشعاعي بسيط وعريض.



الشكل 10: الاستطاعة المشعّة بدلالة طول الهوائي

## 6. الحقل القريب والحقل البعيد

رأينا أنّ للدائرة المتوازية AC حقل رديّ وحقل مشعّ. يسمّى الحقل الرديّ لمنبع (دائرة أو نظام) الحقل القريب لأنّه يكون مركزاً قرب المنبع. وبشكل مشابه، يسمّى الحقل المشعّ بالحقل البعيد لأنّ آثاره تمتدّ بعيداً عن المنبع. سنشرح لماذا؟

يمكن تمثيل كثافة الاستطاعة لحقل كهرومغناطيسي على مسافة  $r$  من المنبع بسلسلة  $1/r$  من الشكل:

$$\text{Field power density} = P_D = \frac{C_1}{r^2} + \frac{C_2}{r^3} + \frac{C_3}{r^4} + \dots$$

لنتخيل الآن كرة نصف قطرها  $r$  ومركزها في المنبع. يمكن حساب الاستطاعة الكليّة العابرة لسطح الكرة بضرب كثافة الاستطاعة بمساحة السطح:

$$\text{Total power leaving sphere} = (4\pi r^2)P_D = 4\pi \left( C_1 + \frac{C_2}{r} + \frac{C_3}{r^2} + \dots \right)$$

عندما نتفحص هذه الصيغة، نجد أنّ الحدّ الأول ثابت. مهما كان سطح الكرة، الاستطاعة العابرة للكرة لها نفس الكمية. هذه النتيجة هي طريقة رياضيّة لبيان أنّ الاستطاعة تتدفق بعيداً عن المنبع. لذلك ينتج الحدّ الأول عن الحقل المشعّ فقط. وكلّما زادت المسافة  $r$ ، تصبح الحدود الأخرى مهملة، ويبقى الحدّ الثابت فقط الذي يعبر عن الإشعاع. وبالعكس، من أجل مسافات قريبة من المنبع (قيم صغيرة للمسافة  $r$ )، تصبح الحدود غير الثابتة أكبر بكثير، ويصبح الحد الثابت مهملاً. هذه الحدود غير الثابتة مجتمعة تعبر عن الاستطاعة المخزونة في الحقل الرديّ. يقع عادة الحدّ الفاصل بين الحقل القريب والحقل البعيد عند  $(2\pi)/\lambda$ . إضافة لذلك، يصبح الحقل الرديّ عادة مهملاً على مسافة 3 إلى  $10\lambda$ . من المفيد حساب الحدود عند ترددات مختلفة. عند التردد 60 Hz، يقع الحدّ الفاصل عند حوالي 800 km، لذلك تحدث كلّ حالات التداخل عند هذا التردد في الحقل القريب. وعند التردد 100 MHz، يقع الحدّ الفاصل عند حوالي 0.5 m، ما يجعل هذا التردد مناسباً للاتصالات الراديوية. وعند التردد  $5 \times 10^{14}$  Hz (الأمواج الضوئيّة)، يقع الحدّ الفاصل عند حوالي  $0.1 \mu\text{m}$ ، ممّا يفسّر لماذا تبدو المنابع الضوئيّة (كاللمبة) مشعّة دائماً، ولا تبدو أبداً منابع رديّة.

تتمتّع الحقول القريبة والبعيدة بخواص أخرى. يكون شكل الحقل القريب مرتبطاً ارتباطاً وثيقاً ببنية المنبع. بينما يصبح الحقل البعيد مستقلاً عنه، أخذاً شكل الأمواج الكرويّة. وعلى مسافات بعيدة، يأخذ الحقل البعيد شكل الموجة المستوية الراحلة. نعبر عادة عن نسبة طويّلة الحقل الكهربائي إلى طويّلة الحقل المغناطيسي بممانعة الموجة. تكون ممانعة الموجة للحقل القريب تابعاً لدائرة المنبع، بينما تكون في الحقل البعيد تابعاً للوسط فقط، وتصبح مساوية لممانعة الوسط  $\eta$ ، حيث  $\eta = 377 \Omega$  في الفضاء الحرّ.

## 7. الخلاصة:

- تنتج الشحنات الساكنة والمتحركة بسرعة ثابتة حقولاً رديّة، وتنتج الشحنات المتسارعة حقولاً مشعّة إضافة للحقول الرديّة.
- تسبّب المنابع dc انجرافاً في الشحنة وبالتالي تنتج حقولاً رديّة، وتسبّب المنابع AC تسارعاً في حركة الشحنة، وتنتج حقولاً مشعّة وحقولاً رديّة.
- تحمل الحقول المشعّة الطاقة بعيداً عن المنبع، بصرف النظر عن وجود دارة مستقبلية أم لا.
- في غياب دارة أخرى، تخزن الحقول الرديّة الطاقة سعويّاً وتحريضياً، وبوجود دارة أخرى، يمكن أن تنقل الحقول الرديّة الطاقة عبر قرنها سعويّاً أو تحريضياً.
- يزداد الإشعاع بشكل عام مع التردد وطول الهوائي. بالمثل، يمكن إهمال أثر الإشعاع وخطوط النقل عندما تكون الأسلاك أقصر بكثير من طول الموجة.
- تعتمد خواصّ الحقل الرديّ بشكل أساسي على دارة المنبع، بينما تكون خواص الحقل المشعّ، كمانعة الموجة، مستقلّة عن المنبع.

## مذاكرة (لكل سؤال 10 علامات، وعلامة النجاح 60 من 100)

1. الحقل الردي يمكن أن يخزن الطاقة أو أن ينقلها

a. صح

b. خطأ

(راجع ماهية الحقول الرديّة والحقول المشعة)

2. تشعّ الهوائيات حقولاً منتشرة تحمل الطاقة باستمرار بعيداً عن المنبع

a. صح

b. خطأ

(راجع ماهية الحقول الرديّة والحقول المشعة)

3. الطاقة المشعة من هوائي هي طاقة مخزونة وتنتشر انطلاقاً من الهوائي

a. صح

b. خطأ

(راجع مفهوم الطاقة الكهرومغناطيسية المشعة)

4. تنتج الشحنات الساكنة والمتحركة بسرعة ثابتة حقولاً مشعة

a. صح

b. خطأ

(راجع طبيعة الحقول الناتجة عن منابع ساكنة أو متحركة أو مهتزة)

5. تنتج الشحنات المتسارعة حقولاً رديّة فقط.

a. صح

b. خطأ

(راجع طبيعة الحقول الناتجة عن منابع ساكنة أو متحركة أو مهتزة)

6. ينشأ الإشعاع الكهرومغناطيسي من تغيير طاقة الجسيم المشحون.

a. صح

b. خطأ

(راجع مفهوم الإشعاع)

7. تتناسب الاستطاعة المشعة مع البعد عن الهوائي

a. صح

b. خطأ

(راجع مفهوم الحقل القريب والحقل البعيد)

8. تتناسب الاستطاعة المشعة عكساً مع طول الهوائي

a. صح

b. خطأ

(راجع علاقة الطاقة المشعة بطول الهوائي)

9. تعتمد خواصّ الحقل الرديّ بشكل أساسي على الوسط

a. صح

b. خطأ

(راجع مفهوم الحقل القريب والحقل البعيد)

10. ترتبط خواص الحقل المشع بالوسط.

a. صح

b. خطأ

(راجع مفهوم الحقل القريب والحقل البعيد)

السؤال	الجواب
1	a
2	a
3	b
4	b
5	b
6	a
7	b
8	b
9	b
10	a



الفصل الثالث:

نظرية الكهرومغناطيسية

**Electromagnetic Theory**

## الكلمات المفتاحية:

الحقول الساكنة Static Fields، الحقول المتغيرة مع الزمن Time-Varying (Dynamic) Fields، الحقول الكهروضوئية المتغيرة جيبياً (أو توافقياً) Time-harmonic Electromagnetic Fields، الطيف الكهروضوئي Electromagnetic Spectrum، معادلات ماكسويل Maxwell's Equation's، الطول الكهربائي Electrical length، الأوساط المادية Material media، الأمواج الراحلة (المسافرة) Traveling waves.

## ملخص:

نتعرف في هذا الفصل على الطيف الكهروضوئي بمختلف محدداته، ونطاقاته، وتطبيقات كل نطاق. ثم نتعرف على معادلات ماكسويل، التي تشكل أساس نظرية الكهروضوئية، بشكلها التفاضلي والتكاملي. نحاول في البداية شرح ماهية الحقول الساكنة والحقول المتغيرة مع الزمن والفروقات بينها فيزيائياً، وخواص الأوساط المادية، ليتعرف الطالب على المعنى الفيزيائي لمعادلات ماكسويل.

## أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- الطيف الكهروضوئي
- الحقول الساكنة والحقول المتغيرة مع الزمن
- معادلات ماكسويل بشكلها التفاضلي والتكاملي
- خواص الأوساط المادية

## 1. مقدمة Introduction

ترتبط نظرية الكهرومغناطيسية بين ظواهر واسعة ومتنوعة، تمتد من الإلكترونيات إلى الأمواج الراديوية والضوء. سنحاول فهم الظواهر الكهرومغناطيسية من خلال تطوير بعض المفاهيم الفيزيائية الأساسية والإحساس بها، لبناء الثقة والمهارات اللازمة لمواجهة المسائل كما في الحياة الواقعية، بصرف النظر عن نوعية التأهيل (هندسي، تقني، أم علوم أساسية).

تعتمد الأشكال المختلفة للأمواج الكهرومغناطيسية وتطبيقاتها على سلوك الموجة عند ترددات مختلفة. تعلمنا أن الأمواج الكهرومغناطيسية مكونة من حزم طاقة تدعى الفوتونات photons. تزداد طاقة الفوتون عند الترددات العالية، ويصبح تأثيرها على مستوى الجزيئات والذرات المكونة للمادة. بينما عند الترددات المنخفضة، يكون طول الموجة كبيراً جداً مقارنة بأبعاد الدارة التي نتعامل معها، وهكذا يمكننا إجراء العديد من التقريبات، وهو ما نعرفه بنظرية الدارات الكهرومغناطيسية.

### • حاجتنا للكهرومغناطيسية The need for electromagnetics

هناك أسباب عديدة تجعل أي مهندس أو تقني يحتاج لفهم نظرية الكهرومغناطيسية. إنها ضرورية لتحقيق التوافق الكهرومغناطيسي، بحيث تعمل الأجهزة الإلكترونية دون أن تؤثر أو تتأثر بالأجهزة والبيئة المحيطة - كما رأينا في الفصل السابق - وضرورية لفهم الإلكترونيات الرقمية عالية السرعة، والترددات الراديوية، وكذلك ضرورية للاتصالات الضوئية، وشبكات الحواسيب التي تعمل بترددات عالية، لذلك يعمل مصممو النظم الرقمية حالياً في الجزء الراديوي والمكروي من الطيف. وأصبح من المهم بالنسبة لهم فهم الحقول الكهرومغناطيسية والإشعاع وخطوط النقل، وذلك للحفاظ على شكل الإشارة وسلامتها عند نقلها بالإشعاع أو عبر خطوط نقل، ولتحقيق التوافق الكهرومغناطيسي. تشع الإشارات عالية السرعة بسهولة أكبر، مما يسبب التداخل مع الأجهزة المجاورة، وفيما بينها. فالخطوط الناقلة للإشارة في الدارة يمكن أن تسبب انعكاساً للموجة وتشويهاً لشكل الإشارة الرقمية إذا كان المسار طويلاً نسبياً. كذلك أدى الطلب على زيادة عرض الحزمة لشبكة الإنترنت إلى زيادة سرعة الدارات الرقمية أكثر فأكثر.

إن فهم الكهرومغناطيسية بالنسبة لمصمم الدارات الراديوية حيوي ومطلوب. فعندما نفهم المبادئ الأساسية ونطور إحساسنا بسلوك الأمواج والحقول الكهرومغناطيسية، يزول الغموض.

غدت الاتصالات البصرية هامة لشبكات الاتصالات التي تستخدم الألياف البصرية، وتزيد من حدود سرعة الإلكترونيات. ينمو هذا المجال بسرعة، وبالتأكيد سينمو بازدياد في المستقبل القريب.

### • الطول الكهربائي Electrical length

الطول الكهربائي هو مفهوم هام للمساعدة في فهم الكهرومغناطيسية. إنه قياس بدون أبعاد فيزيائية لطول سلك أو دارة عند تردد ما. إنه معرف بنسبة الطول الفيزيائي  $L$  إلى طول الموجة  $L/\lambda = EL$ . فعند التردد 1 kHz يكون طوله الكهربائي  $3 \times 10^{-6}$ . فإذا كان لدينا هوائي طوله متر واحد، يكون طوله  $3 \times 10^{-6} \lambda$  عند التردد 1 kHz. فهذا الهوائي قصير جداً كهربائياً عند التردد 1 kHz. بينما عند التردد 100 MHz (ترددات

البث الإذاعي (FM)، يكون الطول الكهربي لهذا الهوائي 0.3 ويعتبر طويلاً كهربائياً. وهكذا الدارات القصيرة كهربائياً يمكن وصفها بنظرية الدارات الكهربية، بينما الدارات الطويلة كهربائياً، نحتاج عند دراستها لنظرية الكهرطيسية.

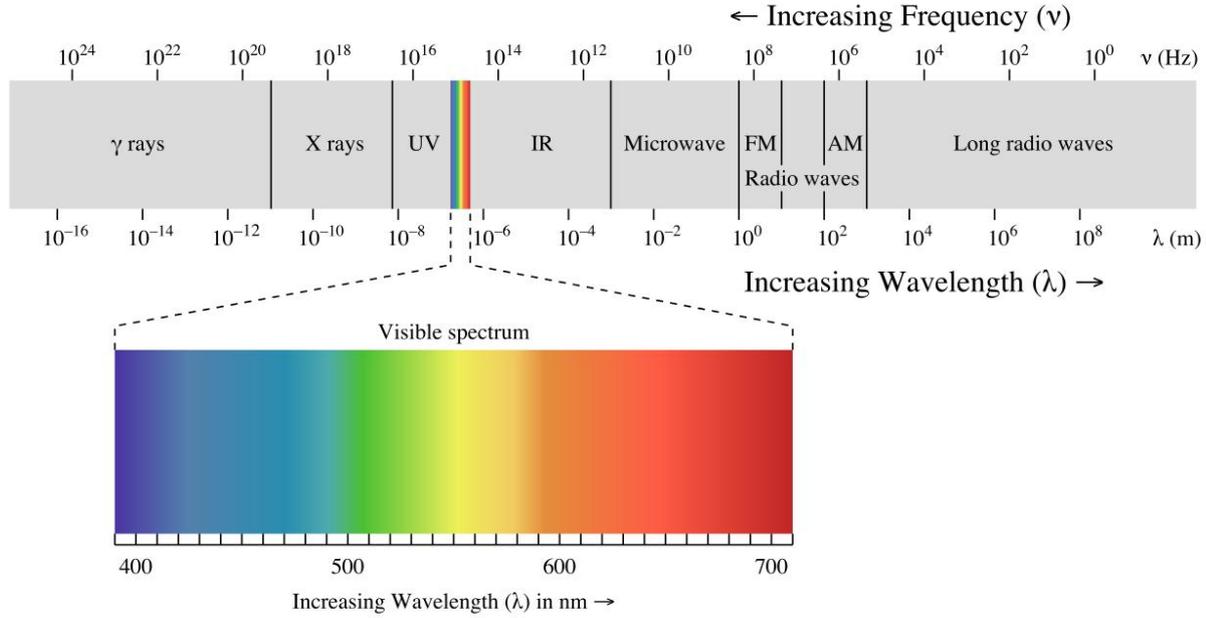
## 2. الطيف الكهرومغناطيسي Electromagnetic Spectrum

يختلف سلوك الأمواج الكهرومغناطيسي -كما ذكرنا- حسب التردد. لفهم ذلك، نعلم أن الكيمياء مبنية على البنية الذرية لكل مادة. رغم أن كل مادة مكونة من ذرات، وكل ذرة تحتوي على نواة من البروتونات والنيوترونات والإلكترونات المدارية. وهكذا تعتمد خواص كل مادة على عدد البروتونات في الذرة. لكن معرفة عدد البروتونات ليس إلا نقطة البدء لتعلم الكيمياء. كذلك الأمر بالنسبة للطيف الكهرومغناطيسي المبين في الشكل -1-. إنه نقطة البدء لفهم الأمواج الكهرومغناطيسية، ليس إلا.

وللفهم الجيد للكهرومغناطيسية، من المهم أن نرى المسائل المختلفة من وجهات نظر مختلفة. فمن أجل أي تردد لموجة، هناك طول موجة مقابل ذلك، وهناك دور زمني، وكذلك طاقة كمومية quantum of energy.

التردد  $f$  هو عدد الاهتزازات في الثانية، وطول الموجة  $\lambda$  هو المسافة اللازمة لتكرر الموجة نفسها (المسافة الفاصلة بين ذروتين للموجة)، والعلاقة بينهما هي  $\lambda = c/f$ . الدور الزمني  $T$  هو الزمن اللازم لتكرر الموجة نفسها (الزمن الفاصل بين ذروتين للموجة)، أي  $T = 1/f$ . طاقة الفوتون  $E$  هي القيمة الصغرى للطاقة التي يمكن نقلها عند هذا التردد، أي  $E = h \times f$ ، حيث يرمز  $c$  لسرعة الضوء في الخلاء  $c = 3 \times 10^8$  m/s، ويرمز  $h = 6.626 \times 10^{-34}$  J·s لثابت بلانك Planck.

إن رؤية المسائل المختلفة من وجهات نظر مختلفة يعني أنه، حسب التطبيق، سيكون أحد المحددات السابقة المرتبطة فيما بينها مفيداً أكثر من غيره. فعندما نحلل خطوط النقل الرقمية، نقارن زمن صعود الإشارة بزمن العبور على الخط. وعندما نصمم هوائي إرسال أو استقبال، فمن البديهي أن نقارن طول الموجة بطول الهوائي. وعندما ندرس استقطاب مادة نقارن تردد الموجة بتردد التجاوب resonant frequency للمادة على مستوى الجزيئات. وعندما ندرس تفاعل الأشعة ما تحت الحمراء، أو فوق البنفسجية، أو الضوئية، أو الأشعة X، مع مادة ما، نقارن طاقة الفوتون بطاقة المدار للإلكترونات في الذرة.



الشكل -1-: الطيف الكهرومغناطيسي

أشعة  $\gamma$ ، وأشعة  $X$ ، والأشعة تحت الحمراء وفوق البنفسجية، والأمواج الراديوية، والضوء المرئي، كلها تنتمي لعائلة من الأمواج تشغل ما يسمى بالطيف الكهرومغناطيسي (الشكل -1-). تسمى كل هذه الأشكال من الأمواج "الأمواج الكهرومغناطيسية" Electromagnetic (EM) waves، وذلك لتمتعها بالصفات المشتركة التالية:

- مكونة من حقلين كهربائي ومغناطيسي يهتزان عند نفس التردد  $f$ .
- سرعة انتشارها في الخلاء ثابت كوني معطى بسرعة الضوء في الخلاء  $c$ .
- طول الموجة  $\lambda$  مرتبط بتردد الاهتزاز  $f$  في الخلاء بالعلاقة:  $\lambda = c/f$ .

تتميز هذه الأمواج الكهرومغناطيسية بطول الموجة  $\lambda$  الخاص بها، أو بتردد الاهتزاز  $f$  المكافئ لطول الموجة. يشغل الجزء المرئي من الطيف الكهرومغناطيسي نطاقاً ضيقاً جداً من طول الموجة، إنه يمتد من  $\lambda = 0.4 \mu\text{m}$  (البنفسجي) إلى  $\lambda = 0.7 \mu\text{m}$  (الأحمر). عندما تنتقل على الطيف باتجاه أطوال موجة أقصر سنواجه الأشعة فوق البنفسجية، ثم أشعة  $X$  ثم  $\gamma$ . ومن علاقة طول الموجة بالتردد، يمكن تحديد كل من تلك النطاقات الطيفية بالنسبة لطول الموجة أو بالنسبة للتردد. لكن جرت العادة أن نستخدم طول الموجة لتحديد النطاقات الطيفية ذات طول الموجة  $\lambda < 1 \text{ mm}$ ، وأن نستخدم التردد لأطوال الموجة  $\lambda > 1 \text{ mm}$ ، أي في المنطقة الراديوية من الطيف الكهرومغناطيسي. وهذا الحد الفاصل عند  $\lambda = 1 \text{ mm}$  يكافئ تردداً قيمته  $f = 3 \times 10^{11} \text{ Hz}$  وهو الحد الفاصل في الفضاء الحر.

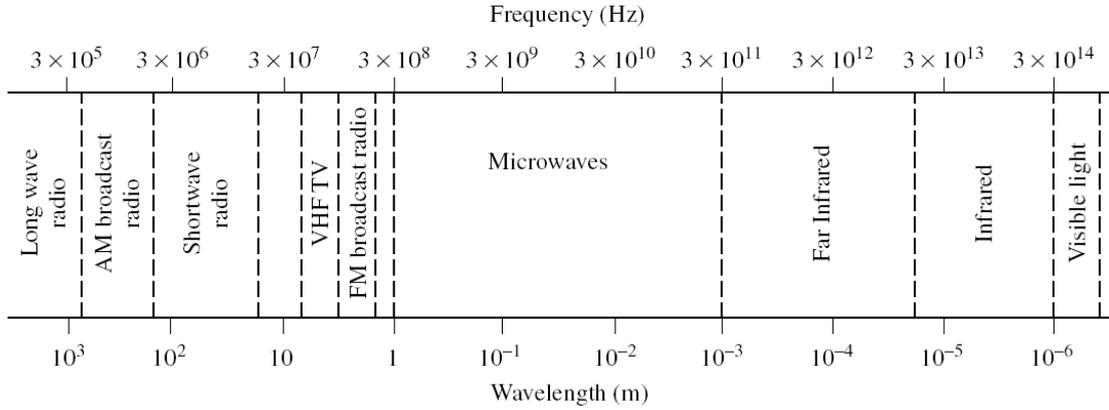
يتكون الطيف الراديوي من عدة نطاقات جزئية، ولكل من هذه النطاقات رمزها المحدد من الاتحاد الدولي للاتصالات International Telecommunications Union (ITU). وهناك تطبيقات مختلفة عند ترددات

مختلفة (الجدول -1) لأن آليات تحريضها مختلفة، ولأن خواص الموجة الكهرومغناطيسية المنتشرة في وسط مادي يمكن أن تختلف كثيراً من نطاق ترددي لآخر.

التطبيق	النطاق الترددي
كشف الأجسام المعدنية المغمورة	ELF: Extremely Low Frequency [3 – 30 ] Hz
استشعار بنية الأرض بالطريقة الجيوفيزيائية الكهرومغناطيسية	الترددات الأخفض حتى 0.1 Hz
الاتصالات مع الغواصات، ولبعض أنواع الاستشعار للغلاف الجوي Ionosphere	1 Hz – 1 kHz
الاتصالات مع الغواصات، الملاحه وتحديد الموقع	VLF: Very Low Frequency [3 – 30 ] kHz
بعض أشكال اتصالات الراديو وحالة الطقس للملاحه الجوية	LF: Low Frequency [30 – 300 ] kHz
البث الإذاعي AM	MF: Medium Frequency [300 kHz – 3 MHz ]
الاتصالات البعيدة المدى، البث الإذاعي على الموجة القصيرة لمسافات طويلة	HF: High Frequency [3 – 30 ] MHz
التلفزيون والبث الإذاعي FM، الاتصالات مع مركبات جوية وغيرها	VHF: Very High Frequency [30 – 300 ] MHz
ذو انشغالية عالية جداً: الرادارات والتلفزيون والاتصالات النقاله	UHF: Ultra High Frequency [300 MHz – 3 GHz ]
الاتصالات الراديوية نقطة لنقطة، الرادارات الأرضية ورادارات السفن	SHF: Super High Frequency [3 – 30 ] GHz
ضياعات عالية في الغلاف الجوي ضمن بعض النطاقات الجزئية، تستخدم لبعض التطبيقات المنزلية والطبية والمحدودة المدى، وضياعات قليلة ضمن بعض ما يسمى نوافذ الغلاف الجوي لرادارات تجنب اصطدام السيارات، ورادارات التصوير العسكرية	EHF: Extremely High Frequency [30 – 300 ] GHz

الجدول -1-: النطاقات الترددية والتطبيقات

جرى اصطلاح نطاق الأمواج المكروية Microwaves على أن يشمل النطاقات UHF, SHF, EHF، ويصطلح أحياناً تسمية النطاق EHF نطاق الأمواج المليمترية millimeter-wave band لأن طول الموجة يغطي المجال من 1 mm (300 GHz) حتى 1 cm (30 GHz).



#### Typical Frequencies

AM broadcast band	535–1605 kHz
Short wave radio band	3–30 MHz
FM broadcast band	88–108 MHz
VHF TV (2–4)	54–72 MHz
VHF TV (5–6)	76–88 MHz
UHF TV (7–13)	174–216 MHz
UHF TV (14–83)	470–890 MHz
US cellular telephone	824–849 MHz
	869–894 MHz
European GSM cellular	880–915 MHz
	925–960 MHz
GPS	1575.42 MHz
	1227.60 MHz
Microwave ovens	2.45 GHz
US DBS	11.7–12.5 GHz
US ISM bands	902–928 MHz
	2.400–2.484 GHz
	5.725–5.850 GHz
US UWB radio	3.1–10.6 GHz

#### Approximate Band Designations

Medium frequency	300 kHz to 3 MHz
High frequency (HF)	3 MHz to 30 MHz
Very high frequency (VHF)	30 MHz to 300 MHz
Ultra high frequency (UHF)	300 MHz to 3 GHz
L band	1–2 GHz
S band	2–4 GHz
C band	4–8 GHz
X band	8–12 GHz
Ku band	12–18 GHz
K band	18–26 GHz
Ka band	26–40 GHz
U band	40–60 GHz
V band	50–75 GHz
E band	60–90 GHz
W band	75–110 GHz
F band	90–140 GHz

### 3. الحقول الساكنة والمتغيرة Static and dynamic fields

بما أن الحقل الكهربائي  $E$  محكوم بالشحنة  $q$  والحقل المغناطيسي  $H$  محكوم بالتيار  $I = dq/dt$  (بمعدل تغير الشحنة مع الزمن)، وبما أن  $q$  و  $dq/dt$  متغيران مستقلان، لذلك يكون الحقلان الكهربائي والمغناطيسي الناتجان مستقلين طالما أن  $I$  بقي ثابتاً. لبرهان صحة ذلك، ليكن على سبيل المثال مقطع صغير من حزمة من الأجسام المشحونة التي تتحرك بسرعة ثابتة. فالشحنات المتحركة تشكل تياراً مستمراً  $dc$ . يكون الحقل الكهربائي الناتج محددًا بالشحنة الكلية  $q$  التي يحتويها ذلك المقطع من الحزمة. لا يعتمد الحقل المغناطيسي على  $q$ ، ولكن على معدل الشحنات (التيار) المتدفقة من خلال المقطع. يمكن لشحنات قليلة تتحرك بسرعة عالية أن تشكل نفس التيار الذي تشكله شحنات كثيرة تتحرك ببطء. في الحالتين، سيكون الحقل المغناطيسي المتعرض هو نفسه لأن التيار  $I$  هو نفسه، لكن الحقل الكهربائي المتعرض سيكون مختلفاً قليلاً لأن عدد الشحنات ليس نفسه.

الكهرباء الساكنة والمغناطيسية الساكنة، الموافقة لشحنات مستقرة والتيارات مستمرة، على الترتيب، هما حالة خاصة من الكهرومغناطيسية. إنهما فرعان مستقلان متميزان، لأن الحقلين الكهربائي والمغناطيسي المتعرضين غير مقرونين ببعضهما البعض. أما الفرع الثالث من الكهرومغناطيسية والأكثر عمومية فهو ما يسمى  $Dynamics$ ، ويشمل الحقول المتغيرة مع الزمن الناتجة عن منابع متغيرة مع الزمن، هي التيارات وكثافة الشحنات. فإذا كان التيار، المرتبط بحزمة من الأجسام المشحونة المتحركة، يتغير مع الزمن، فإن كمية الشحنة الموجودة في مقطع ما من الحزمة تتغير أيضاً مع الزمن، والعكس بالعكس.

وكما سنرى لاحقاً يصبح الحقلان الكهربائي والمغناطيسي مقرونين ببعضهما البعض في هذه الحالة. في الحقيقة، سيولد الحقل الكهربائي المتغير مع الزمن، حقلاً مغناطيسياً متغيراً مع الزمن، والعكس بالعكس.

## 4. الأوساط المادية Material media

نعبّر عن الخواص الكهربائية لوسط مادي بالسماحية  $\epsilon$ ، وتقاس بالفاراد بوحدة الطول (المتر)  $F/m$  أو Farads per meter، ونعبر عن خواصه المغناطيسية بالنفوذية  $\mu$ ، وتقاس بالهنري بوحدة الطول (المتر)  $H/m$  أو Henries per meter. أما الناقلية  $\sigma$  التي تقاس بالسيمنز  $S/m$  أو Siemens per meter، فتعبر عن مدى سهولة حركة الشحنات (الإلكترونات) في المادة. فإذا كانت  $\sigma = 0$  فالشحنات لا تتحرك أكثر من الأبعاد الذرية، ونقول عن المادة أنها عازل تام (perfect dielectric). وإذا كانت الناقلية  $\sigma \rightarrow \infty$ ، فالشحنات تتحرك بحرية تامة في المادة التي نقول عنها أنها ناقل تام (perfect conductor). هذه المحددات  $(\epsilon, \mu, \sigma)$  التي تعبر عن خواص المادة نسميها عادة المحددات التكوينية للمادة constitutive parameters. ونقول عن وسط مادي أنه متجانس homogeneous إذا كانت تلك المحددات التكوينية ثابتة في كل الوسط.

## 5. الأمواج الراحلة (المسافرة) Traveling waves

الأمواج هي نتيجة طبيعية للكثير من العمليات الفيزيائية: الأمواج والتموجات على البحار والبحيرات، الأمواج الصوتية التي تسافر عبر الهواء، الأمواج الميكانيكية على حبل مشدود، الأمواج الكهرطيسية التي تكوّن الضوء، أمواج الهزات الأرضية والكثير من الأمواج الأخرى. كل هذه الأنواع المختلفة من الأمواج لها الخواص المشتركة التالية:

- الأمواج المتحركة تحمل الطاقة من نقطة إلى أخرى.
  - الأمواج لها سرعة: فالموجة تسافر من نقطة إلى أخرى خلال فترة زمنية محددة. تسافر موجة الضوء في الخلاء بسرعة  $3 \times 10^8$  m/s، وتسافر موجة الصوت في الهواء بسرعة 330 m/s، أي أقل بحوالي مليون مرة.
  - بعض الأمواج لها خاصية الخطية: فالأمواج التي لا تؤثر على مرور الأمواج الأخرى تسمى خطية لأنها تمر خلال بعضها. الأمواج الكهرطيسية خطية كالأمواج الصوتية. عندما يتكلم شخصان مع بعضهما، تمر الأمواج الصوتية دون أن تعكس الواحدة الأخرى. كذلك الأمواج الكهرطيسية المنتشرة في الفضاء المحيط بنا والتي تتبع لنظم مختلفة (اتصالات خلوية، شبكات لاسلكية).
- هناك نوعان من الأمواج: أمواج عابرة (transient waves) تنشأ من تأثير قصير الأمد، وأمواج توافقية مستمرة (continuous harmonic waves) تنشأ من منبع يهتز جيئياً باستمرار، وهي الأمواج التي سنناقش انتشارها والتي تتغير جيئياً (توافقياً) مع الزمن.
- الخاصية الأساسية للموجة المنتشرة هي أنها إزعاج ذاتي مستمر للوسط self-sustaining disturbance الذي تنتشر عبره. فإذا كان هذا الإزعاج يتغير وفق بُعد واحد في الفضاء، نسمي الموجة وحيدة البعد one-dimensional wave، كالموجة المتشكلة من حبل مشدود. فالانتقال الشاقولي يتغير مع الزمن ومع الموضع على طول الحبل، أي أن الإزعاج يتغير وفق البعد الشاقولي فقط. أما الأمواج ثنائية البعد two-dimensional waves فهي تنتشر عبر سطح، ويمكن وصف إزعاجها بدلالة بعدين للفضاء. وبالمثل يمكن القول أن الأمواج ثلاثية الأبعاد تنتشر عبر حجم وإزعاجها تابع للأبعاد الثلاثة للحجم.

## 6. معادلات ماكسويل Maxwell's Equation's

تفيد قوانين الكهرباء والساكنة والمغناطيسية الساكنة في توقع التأثيرات في العديد من المسائل المتغيرة زمنياً، لكن التأثيرات الديناميكية الهامة لا يمكن وصفها بالعلاقات الساكنة، لذا تحتاج تلك الأنواع من المسائل لصياغة أكثر شمولية. من هذه الأثار الديناميكية نذكر توليد حقول كهربائية من حقول مغناطيسية متغيرة زمنياً كما يعبر عن ذلك قانون فاراداي. والأثر الآخر توليد حقل مغناطيسي من حقل كهربائي متغير زمنياً، كما يعبر عنه مفهوم تيار الانتقال الذي أوجده ماكسويل. فالحقلان الكهربائي والحقل المغناطيسي، بشكل عام، هما مقداران شعاعيان لهما طويلة (أو شدة) واتجاه. علاقات وتغيرات الحقلين الكهربائي والمغناطيسي والشحنات والتيارات المرافقة للموجة الكهرومغناطيسية محكومة بقوانين فيزيائية، تُعرف باسم معادلات ماكسويل، نسبة إلى العالم الفيزيائي والرياضي جيمس كلارك ماكسويل الذي وضع هذه المعادلات بناءً على تجارب عديدة قام بها مجموعة من العلماء قبله. إننا نعرف قانون فاراداي لأهميته في المحولات، والمحركات، والمولدات، والتسخين بالتحريض، وغير ذلك من الأجهزة. ويمكن بيان الأثر على شاشة راسم الإشارة بتحريك ملف من سلك خلال الحقل المغناطيسي الناتج عن مغناطيس قوي دائم.

الأثر الديناميكي الثاني، أثر تيار الانتقال، يمكن أن يكون معروفاً لنا بشكل أفضل من خلال مفهوم تيار السعة. إنه التيار الذي يمر في الناقلين الموصولين إلى لبوسي المكثف، والذي يزود اللبوسين بمعدل تغير الشحنة زمنياً. إن هذا التدفق الكهربائي المتغير في العازل بين اللبوسين يساهم في الحقل المغناطيسي الناتج، تماماً كما ساهم التيار في الناقل، ويعمل على إتمام مسار التيار. نجد تيارات الإزاحة أيضاً بجوار الشحنات المتحركة، ومن هنا أهمية ذلك في الصمامات أو العناصر الإلكترونية.

يوجد نتيجة أخرى لحقيقة أن كثافة تدفق مغناطيسي متغير ينتج تغييراً في الحقل الكهربائي، والعكس بالعكس: إن ذلك يقودنا إلى انتشار الموجة الكهرومغناطيسية. تنتج الظواهر العامة للأمواج عندما يتواجد شكلان للطاقة، ووجود معدل تغير زمني لأحدهما يؤدي إلى تغير الآخر. في موجة صوتية على سبيل المثال، يسبب تغير أولي في ضغط الهواء في موضع ما (طاقة كامنة) حركة في جزيئات الهواء (طاقة حركية)، أي تغيرات زمانية ومكانية. مما ينتج زيادة في ضغط الهواء في مكان آخر، وهكذا يستمر الأثر. بشكل مشابه، تغيير الحقل المغناطيسي (أو كثافة التدفق) في مكان ما، يولد تغييراً في الحقل الكهربائي زمنياً ومكانياً، حسب قانون فاراداي. والتغير الحاصل في الحقل الكهربائي ينتج بدوره تغييراً في الحقل المغناطيسي عبر تيار الانتقال، وهكذا دواليك. ويمكن تفسير ذلك من خلال مفهوم الطاقة مع تقدم الموجة يجري تبادل الطاقة بين الشكلين الكهربائي والمغناطيسي.

توجد الأمواج الكهرومغناطيسية في الطبيعة من خلال الإشعاع الناتج عن انتقال الذرات أو الجزيئات من مستويات طاقة إلى أخرى أدنى منها، بترددات تمتد من الأمواج المكروية حتى الضوء وأشعة X من الطيف الكهرومغناطيسي. يعتمد علم الفلك الراديوي Radio Astronomy على هذه الإشعاعات الطبيعية. بينما تعتمد نظم الاتصالات والملاحة والرادار وغير ذلك على قدرتنا على توليد أو قيادة أو تخزين أو إشعاع أو كشف الأمواج الكهرومغناطيسية. تُعرف المجموعة الكاملة من قوانين الظواهر الكهرومغناطيسية المتغيرة زمنياً بمعادلات ماكسويل.

- الحقول الكهرومغناطيسية المتغيرة جيبياً (أو توافقياً) Time-harmonic Electromagnetic Fields

رأينا أن الحقول يمكن أن تكون ساكنة أو متغيرة مع الزمن. الحقول الشعاعية المتغيرة مع الزمن هي توابع حقيقية للموضع  $(x, y, z)$  وللزمن  $t$ . نكتب ونعرف هذه الحقول ومنابعها المتغيرة مع الزمن على النحو الآتي:

$\vec{E}$ : الحقل الكهربائي، في V/m

$\vec{H}$ : الحقل المغناطيسي، في A/m

$\vec{D}$ : كثافة التدفق الكهربائي، في Coul/m<sup>2</sup>

$\vec{B}$ : كثافة التدفق المغناطيسي، في Wb/m<sup>2</sup>

$\vec{J}$ : كثافة التيار الكهربائي، في A/m<sup>2</sup>

$\rho$ : كثافة الشحنة الكهربائية، في Coul/m<sup>3</sup>

تكون تغيرات الحقول الكهرومغناطيسية مع الزمن في العديد من النظم العملية على شكل جيبي أو توافقى - time harmonic. ويمكن تمثيل هذه التغيرات رياضياً على الشكل  $e^{j\omega t}$ ، وكذلك ربط الحقول اللحظية بالشكل الرياضي العقدي (المطاور phasor)  $\vec{E}(x, y, z)$  كما يلي:

$$\vec{\mathcal{E}}(x, y, z, t) = \text{Re} \{ \vec{E}(x, y, z) e^{j\omega t} \}$$

أي أن الحقل اللحظي هو الجزء الحقيقي لجداء الحقل العقدي التابع للموضع فقط (بصيغة المطاور)  $\vec{E}(x, y, z)$  بالتابع الأسى  $e^{j\omega t}$ . من المفيد التنويه إلى أن طولية الحقل اللحظي تمثل قيمة الذروة peak، التي ترتبط بالقيمة الفعالة (rms) root-mean-square بالعلاقة:

$$peaak = \sqrt{2} rms$$

يمكن كتابة معادلات ماكسويل بالصيغتين التفاضلية والتكاملية بشكل أبسط إذا استخدمنا الحقول العقدية، وذلك بتعويض الحقول اللحظية بالحقول العقدية، ثم تعويض الاشتقاق بالنسبة للزمن بمعامل ضرب  $j\omega$ . الهدف من ذلك الحصول على صيغة لمعادلات ماكسويل يمكن حلها بشكل أبسط.

- الصيغة التفاضلية لمعادلات ماكسويل Differential form of Maxwell's Equation's

الصيغة التفاضلية لمعادلات ماكسويل هي الأكثر استخداماً لحل المسائل الكهرومغناطيسية. تستخدم لوصف وربط الحقول، وكثافة التيارات والشحنات في كل نقطة في الفضاء وفي أي لحظة من الزمن. صحة هذه المعادلات مبنية على فرضية أن الحقول لها قيمة وحيدة ومحدودة ومستمرة كتوابع للموضع والزمن، ومشتقاتها مستمرة. وفي حال وجود انقطاع في توزيع الشحنات والتيارات عند الحدود بين أوساط مختلفة، حيث تحصل تغيرات متقطعة في الخصائص الكهربائية والمغناطيسية للوسط، فإن الحقول ستتغير عبر هذه الحدود حسب

الانقطاع في توزيع الشحنات والتيارات، ويجري عادة التعبير عن ذلك بالشروط الحدية. لذلك لتوصيف الحقول في كل نقطة وفي كل لحظة، نحتاج لمعادلات ماكسويل مع الشروط الحدية. تكتب معادلات ماكسويل بالصيغة التفاضلية على الشكل:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0\end{aligned}$$

وتكتب هذه المعادلات بصيغة المطاور في حالة الحقول الكهربية المتغيرة جيبياً (أو توافقياً) على الشكل

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -j\omega\vec{B} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= j\omega\vec{D} + \vec{J} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0\end{aligned}$$

وذلك بتعويض الاشتقاق بالنسبة للزمن بمعامل ضرب  $j\omega$  - كما ذكرنا سابقاً. تنص معادلة ماكسويل الأولى (قانون فاراداي) على أن التدفق المغناطيسي (الحقل المغناطيسي) المتغير مع الزمن يولد حقلاً كهربائياً يتمتع بخاصية الدوران ( $\vec{\nabla} \times \vec{E} \neq 0$ ).

تنص معادلة ماكسويل الثانية (قانون أمبير) على أن التدفق الكهربائي (الحقل الكهربائي) المتغير مع الزمن أو التيار الكهربائي المتغير مع الزمن يولد حقلاً مغناطيسياً يتمتع بخاصية الدوران ( $\vec{\nabla} \times \vec{H} \neq 0$ ). ذكرنا سابقاً أن ماكسويل أضاف كثافة تيار الانتقال الكهربائي  $\partial\vec{D}/\partial t$  أو  $j\omega\vec{D}$  ليكمل قانون أمبير في الكهرباء الساكنة، كتمثيل لحركة الشحنات الحدية عند السطح عندما تتحرك في الفضاء الحر، أو تلك التي تتحرك في العازل وينشأ عنها تيار حقيقي. التيار الكهربائي المتغير مع الزمن  $\vec{J}$  يمكن أن يكون تيار نقل (conduction current)  $\sigma\vec{E}$  في حال وجود مادة ناقلة كسلك معدني، أو أن يكون تيار حمل (convection current)  $\rho\vec{v}$  في حال وجود كثافة شحنة تتحرك بسرعة  $\vec{v}$ .

تنص معادلة ماكسويل الثالثة (قانون غاوص) على أن خطوط الحقل الكهربائي يمكن إما أن تبدأ وتنتهي على الشحنات أو أن تكون مستمرة في حال  $\rho = 0$ . وتنص على أن كثافة الشحنة هي منبع لخطوط التدفق الكهربائي، فكل كولون واحد من الشحنة يتفرق عنه كولون واحد من التدفق الكهربائي.

تنص معادلة ماكسويل الرابعة (قانون غاوص) على أن خطوط الحقل المغناطيسي تكون دائماً مستمرة (مغلقة) لأنه لا يوجد شحنات مغناطيسية حرة في الطبيعة مثل الشحنات الكهربائية. لهذا السبب نجد دوماً خطوط التدفق المغناطيسي في حلقات مغلقة، ولا تتفرق أبداً من منبع نقطي كما في حالة التدفق الكهربائي. لذلك نلاحظ عدم التناظر بين معادلتى ماكسويل الأولى والثانية والنتيجة عن وجود تيار كهربائي وعدم وجود تيار مغناطيسي. نلاحظ كذلك التقابل بين الحقلين الكهربائي  $\vec{E}$  والمغناطيسي  $\vec{H}$  من جهة، وبين حقل التدفق الكهربائي  $\vec{D}$  والمغناطيسي  $\vec{B}$  من جهة أخرى.

بالنتيجة، تشكل معادلات ماكسويل الأربع أساس نظرية الكهروضوئية. وهي معادلات تفاضلية بالمشتقات الجزئية بالنسبة للموضع والزمن، وترتبط بين الحقلين الكهربائي والمغناطيسي من جهة، وترتبط هذين الحقلين بالمنابع (كثافة الشحنة وكثافة التيار).

## تمرين محلول:

كيف نستنتج معادلتنا ماكسويل الأولى والثانية من قانون فاراداي Faraday's Law وقانون أمبير Ampere's Law؟

بعد دراسة الحالة الساكنة للحقول الكهربائية والمغناطيسية في مقرر الفيزياء، تعرفنا هنا على مفهومين جديدين عند دراسة الحقول المتغيرة زمنياً هما: الحقل الكهربائي الناتج عن حقل مغناطيسي متغير زمنياً، والحقل المغناطيسي الناتج عن حقل كهربائي متغير زمنياً. نتج المفهوم الأول عن التجارب التي قام بها العالم فاراداي Faraday، ونتج المفهوم الثاني عن الأعمال النظرية للعالم ماكسويل، ساعده في ذلك مفهوم خطوط القوة lines of force الذي أدخله فاراداي عندما طور نظريته عن الكهرباء والمغناطيسية.

## 1. قانون فاراداي Faraday's Law

بعد أن أثبت Oersted أن التيار الكهربائي يؤثر في إبرة البوصلة، اعتمد فاراداي هذه النتيجة ليثبت أنه إذا كان التيار الكهربائي ينتج حقلاً مغناطيسياً، إذاً يجب أن يكون الحقل المغناطيسي قادراً على إنتاج تيار. تُعرف هذه الظاهرة بالتحريض الكهرومغناطيسي، ويدعى التيار المتولد تياراً محرّضاً مغناطيسياً. وينص قانون فاراداي على أنه ينشأ في دائرة مغلقة مناسبة قوة محرّكة كهربائية (فولطية) محرّضة تساوي وتعاكس معدل تغير التدفق المغناطيسي مع الزمن (مشتق التدفق المغناطيسي بالنسبة للزمن).

$$e(t) = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

وتُعرف القوة المحركة الكهربائية بالعلاقة

$$e(t) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

أي أنها الفولطية حول مسار مغلق محدد. لذلك يكون لدينا في الحالة الساكنة

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = 0$$

أي أن الحقل الكهربائي الناتج عن توزيع شحنة ساكن يعطي فرق كمون معدوم حول مسار مغلق.

التدفق المغناطيسي هو تكامل الحقل  $\vec{B}$  على السطح S:

$$e(t) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

وبتطبيق نظرية ستوكس Stokes' theorem على مسار مغلق

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

ومنه نحصل على معادلة ماكسويل الأولى بالصيغة التفاضلية (في نقطة):

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -j\omega \vec{B}$$

التي تبين أن الحقل المغناطيسي المتغير زمنياً يولد حقلاً كهربائياً، ويتمتع هذا الحقل بخاصية الدوران، أي أن جَوْلانه (تكامله الخطي) على مسار مغلق يكون غير معدوم.

## 2. تيار الانتقال Displacement current

أثبت ماكسويل أن قانون أمبير المطبق على الحقل المغناطيسي الساكن.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$$

غير صحيح في حالة الحقول المتغيرة مع الزمن، وأن حداً آخر يجب إضافته، سماه تيار الانتقال، ليصبح على الشكل:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} + j\omega \vec{D}$$

وهو يمثل معادلة ماكسويل الثانية بالصيغة التفاضلية. وبما أن أبعاد  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  هي كثافة تيار amperes per square meter [A/m<sup>2</sup>]. وأنه ينتج عن كثافة تدفق كهربائي (أو كثافة انتقال) متغير مع الزمن، لذلك سماه ماكسويل كثافة تيار الانتقال. وهو النوع الثالث من التيارات التي تعرفنا عليها وهي: تيار النقل conduction current في النواقل  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  الذي يمثل حركة الشحنات (عادة إلكترونات) في ناقل تكون كثافة الشحنة الإجمالية معدومة، وتيار الحمل convection current،  $\vec{J} = \rho \vec{v}$ ، الناتج عن حركة كثافة شحنة حجمية بسرعة  $\vec{v}$ .

في وسط غير ناقل يكون  $\vec{J} = \vec{0}$ ، وتصبح معادلة ماكسويل الثانية من الشكل

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = j\omega \vec{D}$$

حيث نلاحظ التناظر مع معادلة ماكسويل الأولى

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -j\omega \vec{B}$$

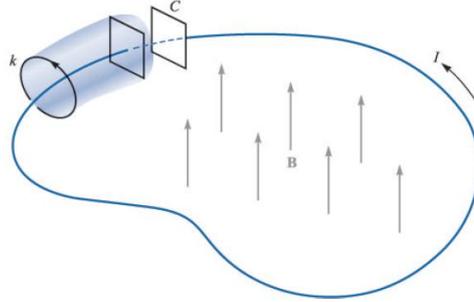
ونلاحظ أيضاً التماثل بين الأشعة  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  (الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي) وأشعة كثافة التدفق  $\vec{D}$  و  $\vec{B}$ . وهناك حالات يكون فيها التماثل بين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  وبين  $\vec{D}$  و  $\vec{H}$ .

وبتطبيق نظرية ستوكس نحصل على الصيغة التكاملية لمعادلة ماكسويل الثانية:

$$\oint H \, dL = I + I_d = I + \int_s \frac{\partial D}{\partial t} \, dS$$

- ما هي طبيعة كثافة تيار الانتقال؟ What is the nature of displacement current density?
- لندرس الدارة في الشكل -2- المكونة من مكثف من صفيحتين متوازيتين وسلك على شكل حلقة يصل بينهما. نطبق داخل الحلقة حقلاً مغناطيسياً متغيراً جيبياً مع الزمن لينتج قوة محرّكة كهربائية حول الحلقة المغلقة المكونة من السلك والمكثف:

$$emf = e(t) = V_0 \cos \omega t$$



بفرض أن المقاومة مهملة في الدارة، يكون التيار:

$$I = C \frac{d}{dt} e(t) = -\omega C V_0 \sin \omega t = -\omega \frac{\epsilon S}{d} V_0 \sin \omega t$$

لنطبق قانون أمبير على المسار المغلق  $k$  حول السلك، ونهمل حالياً تيار الانتقال

$$\oint_k \vec{H} \cdot d\vec{L} = I_k$$

هذا التكامل معرف لأن كل من المسار  $k$  والحقل  $\vec{H}$  معرفين. التيار  $I_k$  هو ذلك التيار عبر كل سطح محيطه المسار  $k$ . إذا اخترنا سطحاً بسيطاً يخرقه السلك كالسطح المستوي الدائري المحدد بالمسار  $k$ ، يكون التيار  $I_k$  هو تيار نقل. ليكن الآن المسار المغلق  $k$  هو فتحة الأسطوانة التي يمر أسفلها عبر لبوسي المكثف ويحتوي أحد اللبوسين. الآن، السلك لا يجتاز الاسطوانة، وبالتالي يكون التيار معدوماً. نحتاج الآن لأخذ تيار الانتقال بعين الاعتبار، وذلك داخل المكثف:

$$D = \epsilon E = \epsilon \left( \frac{V_0}{d} \cos \omega t \right)$$

وبالتالي

$$I_d = \frac{\partial D}{\partial t} S = -\omega \frac{\epsilon S}{d} V_0 \sin \omega t$$

$$I_d = \frac{\partial D}{\partial t} S = -\omega \frac{\epsilon S}{d} V_0 \sin \omega t$$

نلاحظ أن تيار الانتقال  $I_d$  هو نفسه تيار النقل  $I$  الذي حصلنا عليه في الدارة. إذن، تطبيق قانون أمبير للدارات المتضمن تيار الانتقال على المسار  $k$  يعطي قيمة محددة للتكامل الخطي للحقل  $\vec{H}$ . يجب أن تكون

هذه القيمة مساوية للتيار الكلي الذي يعبر السطح المختار. بالنسبة لبعض السطوح، يكون التيار بكليته هو تيار نقل، لكن بالنسبة لتلك السطوح التي تمر بين لبوسي المكثف، يكون تيار النقل معدوماً، ويكون تيار الانتقال الآن هو الذي يساوي للتكامل الخطي للحقل  $\vec{H}$ .

فيزيائياً، يخزن المكثف الشحنة الكهربائية ويكون الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثف أكبر بكثير من الحقل المتسرب خارجاً. لذلك نرتكب خطأً صغيراً عندما نهمل تيار الانتقال على كل تلك السطوح التي لا تمر بين اللبوسين.

يكون تيار الانتقال مرافقاً للحقول الكهربائية المتغيرة مع الزمن، وبالتالي يكون موجوداً في كل النواقل غير التامة الحاملة لتيار نقل متغير مع الزمن.

#### • الصيغة التكاملية لمعادلات ماكسويل Integral form of Maxwell's Equation's

تمثل الصيغة التفاضلية لمعادلات ماكسويل النموذج الرياضي لنظرية الكهروضوئية. أما الصيغة التكاملية لمعادلات ماكسويل هي الأسهل للفهم والتفسير الفيزيائي، نتعرف من خلالها على قوانين الكهروضوئية التجريبية التي جرى اشتقاق معادلات ماكسويل منها بالتعميم.

حصلنا على الصيغة التكاملية لمعادلة ماكسويل الأولى في التمرين المحلول حول استنتاج هذه المعادلة من قانون فاراداي:

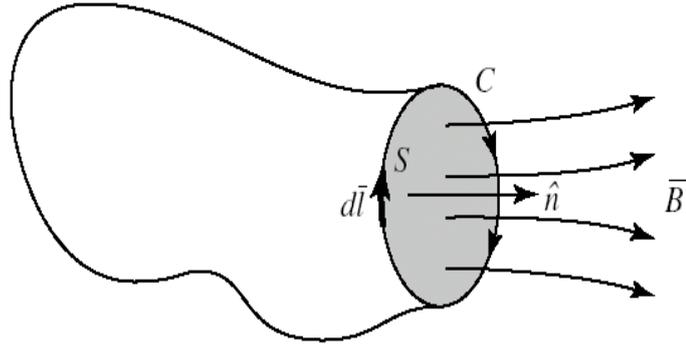
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{L} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

حيث يتم التكامل الخطي للحقل الكهربائي على مسار مغلق  $C$  حول السطح  $S$  الذي يتدفق منه الحقل المغناطيسي كما في الشكل -3-. وبتطبيق نظرية ستوكس على الصيغة التفاضلية لمعادلة ماكسويل الأولى نحصل على نفس المعادلة. نذكر هنا أن التكامل الخطي للحقل الكهربائي على مسار مغلق  $C$  يقيس دوران الحقل الكهربائي في الفضاء. إن هذه الصيغة تعبر عن قانون فاراداي التجريبي، وهو الأساس لقانون كيرشوف للجهد Kirchhoff's voltage law في دارة كهربائية.

وبتطبيق نظرية ستوكس نحصل على الصيغة التكاملية لمعادلة ماكسويل الثانية (قانون فاراداي التجريبي):

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{L} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + I$$

حيث يمثل  $I$  التيار الكهربائي الكلي الذي يعبر السطح  $S$ .



بتطبيق نظرية التفرق divergence theorem على الصيغة التفاضلية لمعادلة ماكسويل الثالثة والرابعة نحصل على الصيغة التكاملية:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho \cdot dv = Q$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

حيث  $V$  الحجم المحصور بالسطح المغلق  $S$ ، وتمثل  $Q$  الشحنة الكلية المحتواة في الحجم  $V$ . تعلمنا هذه الصيغة أن التدفق الكهربائي الكلي عبر السطح المغلق  $S$ ، يساوي إلى الشحنة الكلية المحتواة في الحجم  $V$  المحصور بالسطح المغلق  $S$ ، وأن التدفق المغناطيسي الكلي عبر السطح المغلق  $S$  يكون دوماً معدوماً لعدم وجود شحنات مغناطيسية كما ذكرنا سابقاً.

#### • معادلة الاستمرارية Continuity Equation

معادلات ماكسويل خطية لكنها ليست مستقلة خطياً، معنى ذلك أنه يمكن استنتاج بعض معادلات ماكسويل من أخرى. كما يمكن استنتاج معادلات أخرى مثل معادلة الاستمرارية. بتطبيق التفرق على معادلة ماكسويل الثانية، وأخذ معادلة ماكسويل الثالثة بالحسبان، مع العلم أن تفرق الدوار لأي شعاع يكون معدوماً دوماً، نحصل على معادلة الاستمرارية:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

تنص معادلة الاستمرارية على أن الشحنة محفوظة، أو أن التيار مستمر، لأن  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J}$  يمثل تدفق التيار من نقطة، ويمثل  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  معدل تغير الشحنة في نفس النقطة. هذه النتيجة هي التي قادت ماكسويل إلى ضرورة وجود كثافة تيار الانتقال  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ .

بتطبيق نظرية التفرق على الصيغة التفاضلية لمعادلة الاستمرارية نحصل على الصيغة التكاملية:

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dv = 0$$

التي منها جرى اشتقاق قانون كيرشوف للتيارات Kirchhoff's current law في دارة كهربائية.

## 7. الخلاصة

يبين الجدول التالي ما رأيناه في نظرية الكهربية (بعضها سنراه في الفصل التالي) وما يقابل ذلك من نظرية الدارات الكهربائية كتقريب لنظرية الكهربية.

Relations between electromagnetic field and circuit theories

Field theory	Circuit theory
1. $\mathcal{E}$ (electric field intensity)	1. $v$ (voltage)
2. $\mathcal{H}$ (magnetic field intensity)	2. $i$ (current)
3. $\mathcal{D}$ (electric flux density)	3. $\rho_{ev}$ (electric charge density)
4. $\mathcal{B}$ (magnetic flux density)	4. $\rho_{mv}$ (magnetic charge density)
5. $\mathcal{J}$ (electric current density)	5. $i_e$ (electric current)
6. $\mathcal{M}$ (magnetic current density)	6. $i_m$ (magnetic current)
7. $\mathcal{J}_d = \epsilon \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}$ (electric displacement current density)	7. $i = C \frac{dv}{dt}$ (current through a capacitor)
8. $\mathcal{M}_d = \mu \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}$ (magnetic displacement current density)	8. $v = L \frac{di}{dt}$ (voltage across an inductor)
9. Constitutive relations	9. Element laws
(a) $\mathcal{J}_c = \sigma \mathcal{E}$ (electric conduction current density)	(a) $i = Gv = \frac{1}{R}v$ (Ohm's law)
(b) $\mathcal{D} = \epsilon \mathcal{E}$ (dielectric material)	(b) $\mathcal{Q}_e = Cv$ (charge in a capacitor)
(c) $\mathcal{B} = \mu \mathcal{H}$ (magnetic material)	(c) $\psi = Li$ (flux of an inductor)
10. $\oint_C \mathcal{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathcal{B} \cdot d\mathbf{s}$ (Maxwell-Faraday equation)	10. $\sum v = -L_s \frac{\partial i}{\partial t} = 0$ (Kirchhoff's voltage law)
11. $\oiint_S \mathcal{J}_{ic} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho_{ev} dv = -\frac{\partial \mathcal{Q}_e}{\partial t}$ (continuity equation)	11. $\sum i = -\frac{\partial \mathcal{Q}_e}{\partial t} = -C_s \frac{\partial v}{\partial t} = 0$ (Kirchhoff's current law)
12. Power and energy densities	12. Power and energy
(a) $\oiint_S (\mathcal{E} \times \mathcal{H}) \cdot d\mathbf{s}$ (instantaneous power)	(a) $\mathcal{P} = vi$ (power-voltage-current relation)
(b) $\iiint_V \sigma \mathcal{E}^2 dv$ (dissipated power)	(b) $\mathcal{P}_d = Gv^2 = \frac{1}{R}v^2$ (power dissipated in a resistor)
(c) $\frac{1}{2} \iiint_V \epsilon \mathcal{E}^2 dv$ (electric stored energy)	(c) $\frac{1}{2} Cv^2$ (energy stored in a capacitor)
(d) $\frac{1}{2} \iiint_V \mu \mathcal{H}^2 dv$ (magnetic stored energy)	(d) $\frac{1}{2} Li^2$ (energy stored in an inductor)

**ملاحظة:** هذا الفصل تضمن بشكل أساسي معادلات ماكسويل التي سنستخدمها في الفصل التالي لفهم الموجة المستوية كحل لهذه المعادلات. لذلك من الأفضل أن تكون التمارين المحلولة والمذاكرة في نهاية الفصل التالي (حفاظاً على الهدف من البرنامج وعدم توريث الطالب بحسابات رياضية معقدة).



الفصل الرابع:

انتشار الموجة الكهرومغناطيسية

**Electromagnetic Wave Propagation**

## الكلمات المفتاحية:

معادلة الموجة Wave Equation، الموجة المستوية Plane Wave، المحددات التكوينية Constitutive parameters، العلاقات التكوينية Constitutive relations، الشروط الحدية Boundary Conditions، شرط الإشعاع Radiation Condition، الناقل الجيد Good Conductor، الناقل التام Perfect Conductor، انعكاس الموجة المستوية Plane Wave Reflection، نظرية بوينتينغ Poynting theorem، شعاع بوينتينغ Poynting vector.

## ملخص:

نتعرف في هذا الفصل على معادلة انتشار الموجة الكهرومغناطيسية، وعلى الموجة المستوية كحل أساسي لهذه المعادلة. يتعرف الطالب أولاً على محددات وخواص الأوساط المادية، ثم على العلاقات التكوينية المرتبطة بها. ويتعرف الطالب ثانياً على الشروط الحدية التي تخضع لها الموجة عند عبورها من وسط مادي لآخر، ويدرس بعض الحالات الخاصة كالناقل التام. بعد ذلك يدرس الطالب خواص الموجة المستوية كأبسط تطبيق لمعادلات ماكسويل، وبالتالي لمعادلة الموجة الكهرومغناطيسية، في أوساط مادية مختلفة. ويتعرف على ظواهر الانتشار في تلك الأوساط. سيستخدم الطالب نظرية بوينتينغ Poynting theorem لحساب الاستطاعة المحمولة بالموجة.

## أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- المحددات التكوينية للوسط والعلاقات التكوينية بين الحقول في الوسط
- الشروط الحدية التي تخضع لها الموجة عند عبورها من وسط مادي لآخر
- معادلة الموجة والحلول الممكنة كموجة مستوية في أوساط مادية مختلفة
- مفهوم استقطاب الموجة المستوية وأنواعه

تعرفنا في الفصل السابق على معادلات ماكسويل التي تشكل الأساس لنظرية الكهرومغناطيسية، وكيف تربط الحقول الكهربائية والمغناطيسية ببعضها وبالوسط الذي تنتشر فيه. سنبدأ في هذا الفصل بدراسة المحددات التكوينية Constitutive parameters للوسط، والعلاقات التكوينية Constitutive relations بين الحقول في الوسط، والشروط الحدية التي تخضع لها الموجة عند عبورها من وسط مادي لآخر، بعدها نتعرف على معادلة انتشار الموجة والحلول الممكنة، وظواهر الانتشار المختلفة، ومعادلة موازنة الاستطاعة المعروفة بنظرية بوينتينغ Poynting theorem.

## 1. المحددات والعلاقات التكوينية Constitutive parameters and relations

يتمتع كل وسط بخواص كهربائية ومغناطيسية نعبّر عنها بالمحددات التكوينية: السماحية  $\epsilon$ ، والنفاذية  $\mu$ ، والناقلية  $\sigma$ ، التي سبق أن عرفنا هذه المحددات في الفصل السابق. بما أن هذه المحددات تدل على الخواص الكهربائية والمغناطيسية للوسط، فإنها تأخذ قيماً وأشكالاً مختلفة حسب طبيعة الوسط. تعرف الطالب في مقرر الفيزياء على الأوساط العازلة والناقلة. لذلك نكتفي هنا بربط قيم المحددات بخواص الوسط. وننوه إلى أننا نستخدم صفة تكوينية لارتباطها ببنية الوسط (تكوين الوسط).

بالنسبة للوسط العازل، يؤدي تطبيق حقل كهربائي إلى استقطاب جزيئاته، وبالتالي زيادة حقل تدفق الانتقال الكلي  $\vec{D}$ . فإذا كان الوسط خطياً، تكون العلاقة التكوينية بين  $\vec{D}$  والحقل الكهربائي المطبق خطية، وتكتب على الشكل:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

بشكل عام، تأخذ السماحية  $\epsilon$  بالنسبة لمعظم الأوساط العازلة قيماً سلمية عقدية، وتكتب على الشكل:

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$$

يمثل الجزء التخيلي الفقد (الضياعات) في الوسط (على شكل حرارة)، وهو سالب ( $\epsilon''$  موجب) لتحقيق مبدأ انحفاظ الطاقة. كذلك إذا كان العازل غير تام  $\sigma \neq 0$ ، فإن الناقلية تسبب فقداً إضافياً ناتجاً عن تيار النقل  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  حسب قانون أوم. وتكتب معادلة ماكسويل الثانية على الشكل:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J} = j\omega \epsilon \vec{E} + \sigma \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega(\epsilon' - j\epsilon'')\vec{E} + \sigma \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon'\vec{E} + (\omega\epsilon'' + \sigma)\vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega \left( \epsilon' - j\epsilon'' - j \frac{\sigma}{\omega} \right) \vec{E}$$

نلاحظ أن الفقد الكلي الناتج هو محصلة الفقد بسبب البنية الجزيئية ( $\epsilon''$ ) للوسط وبسبب الناقلية. نعرف عادة المقدار

$$\tan \delta = \frac{\omega\epsilon'' + \sigma}{\omega\epsilon'}$$

ونسماهه ظل الفقد loss tangent. ويمكن أن نكتب السماحية الكلية للوسط على الشكل:

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r (1 - j \tan \delta)$$

وهكذا يجري توصيف المادة بالسماحية النسبية (ثابت العازلية)  $\epsilon_r$  وظل الفقد  $\tan \delta$ . يمثل  $\epsilon_0 \epsilon_r$  السماحية الحقيقية للعازل بالنسبة للفضاء الحر الذي يعتبر المرجع ( $\epsilon_r = 1; \tan \delta = 0$ )، ويمثل  $\tan \delta$  الفقد في المادة.

يكون الوسط عديم الفقد lossless إذا كان  $\tan\delta = 0$ . الفضاء الحر هو وسط عازل عديم الفقد سماحيته

$$\epsilon = \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

نسمي الوسط الذي تأخذ سماحيته قيمة سلمية حقيقية أو عقدية بالوسط متمائل المناحي isotropic، أي سيكون للموجة نفس خواص الانتشار في كافة الاتجاهات داخل الوسط. وإذا لم تكن السماحية سلمية، بل شعاعية (تسمى tensor)، يكون الوسط غير متمائل المناحي anisotropic، وتكتب العلاقة التكوينية على الشكل:

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = [\epsilon] \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

المواد الكريستالية والغازات المؤينة أوساط غير متمائلة المناحي.

بشكل مماثل نعرف الوسط المغناطيسي الخطي الذي تستقطب جزئياته بتطبيق حقل مغناطيسي، وتكون العلاقة التكوينية بين  $\vec{B}$  والحقل المغناطيسي المطبق خطية، وتكتب على الشكل:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

كما تأخذ النفوذية  $\mu$ ، بشكل عام، بالنسبة لمعظم الأوساط قيمة سلمية عقدية، وتكتب على الشكل:

$$\mu = \mu' - j\mu''$$

يمثل الجزء التخيلي الفقد (الضیاعات) في الوسط (على شكل حرارة)، وهو سالب ( $\mu''$  موجب) لتحقيق مبدأ انحفاظ الطاقة. ويكون الوسط عديم الفقد إذا كان  $\mu''$  معدوماً.

إذا لم يكن الوسط متمائل المناحي anisotropic، تكتب العلاقة التكوينية على الشكل:

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = [\mu] \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}$$

بالنسبة للفضاء الحر حيث  $\mu_r = 1$ :

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

وتكتب معادلات ماكسويل في الفضاء الحر، وهو وسط خطي وعديم الفقد ومتمائل المناحي، على الشكل:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

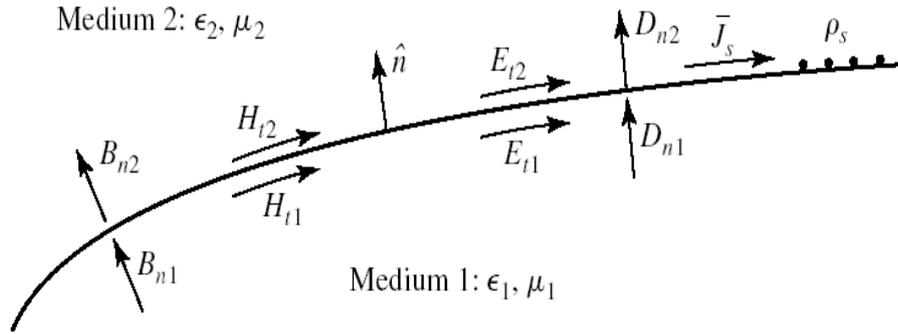
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

## 2. الشروط الحدية Boundary conditions

لإيجاد حل كامل ووحيد لمعادلات ماكسويل نحتاج لمعرفة الشروط الحدية التي يجب أن تخضع لها الموجة، إما عند عبورها من وسط لآخر، أو عند اللانهاية إذا كان الوسط متجانساً. سنميز بين عدة حالات عند تطبيق الشروط الحدية.

### • الحالة العامة: سطح فاصل بين وسطين ماديين

يمكن أن يتواجد على السطح الفاصل بين وسطين ماديين بشكل عام شحنات وتيارات سطحية، كما في الشكل -1- لدينا في هذا الشكل:  $\rho_s$  كثافة الشحنة السطحية،  $\vec{J}_s$  كثافة التيار السطحي،  $\hat{n}$  شعاع الوحدة الناظم على السطح والموجه من الوسط الأول إلى الثاني. نكتب الشروط الحدية في الحالة العامة إذن على الشكل (تقبل بدون برهان):



الشكل -1-: الحقول المماسية والناظمة والشحنات والتيارات والناظم على السطح الفاصل بين وسطين

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$$

المركبات المماسية للحقل الكهربائي في الوسطين على السطح الفاصل بينهما مستمرة (لعدم وجود تيارات مغناطيسية سطحية).

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s$$

يرتبط استمرار المركبات المماسية للحقل المغناطيسي في الوسطين على السطح الفاصل بينهما بوجود كثافة التيار السطحي  $\vec{J}_s$ .

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s$$

يرتبط استمرار المركبات الناظمة لحقل التدفق الكهربائي في الوسطين على السطح الفاصل بينهما بوجود كثافة الشحنة السطحية  $\rho_s$ .

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$$

المركبات الناظمة لحقل التدفق المغناطيسي في الوسطين على السطح الفاصل بينهما مستمرة (لعدم وجود شحنات مغناطيسية سطحية).

• ملاحظة هامة

بما أن معادلات ماكسويل غير مستقلة خطياً، يمكن أن نبرهن أن استمرار المركبات المماسية للحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  يقتضي استمرار المركبات الناظمة للحقلين  $\vec{D}$  و  $\vec{B}$ . لذلك يكفي عملياً تحقيق الشروط الحدية على  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  لتتحقق الشروط الحدية على  $\vec{D}$  و  $\vec{B}$ .

• حالة خاصة: سطح فاصل بين وسطين عازلين

لا يوجد عادة على السطح بين وسطين عازلين شحنات أو تيارات سطحية. لذلك تكتب الشروط الحدية في هذه الحالة على الشكل:

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = 0$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$$

أي أن المركبات المماسية للحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  مستمرة وبالتالي المركبات الناظمة للحقلين  $\vec{D}$  و  $\vec{B}$  مستمرة (حسب الملاحظة السابقة).

• حالة خاصة: سطح فاصل مع ناقل تام

نواجه حالات عملية عديدة لها سطح فاصل مع ناقل جيد، غالباً ما يمكن مقارنته مع الناقل التام  $\sigma \rightarrow \infty$ . في الوسط الناقل التام يجب أن تكون جميع الحقول معدومة. فإذا كان الوسط الأول في الشكل -1- السابق ناقلاً تاماً، تكتب الشروط الحدية في هذه الحالة على الشكل:

$$\hat{n} \times \vec{E}_2 = 0$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_2 = \vec{J}_s$$

$$\hat{n} \cdot \vec{D}_2 = \rho_s$$

$$\hat{n} \cdot \vec{B}_2 = 0$$

أي أن المركبة المماسية للحقل  $\vec{E}$  في الوسط العازل تكون معدومة عند سطح الناقل التام، والمركبة المماسية للحقل  $\vec{H}$  في الوسط العازل تكون مساوية لكثافة التيار السطحي  $\vec{J}_s$  عند سطح الناقل التام، والمركبة الناعمة للحقل  $\vec{D}$  في الوسط العازل تكون مساوية لكثافة الشحنة السطحية  $\rho_s$  عند سطح الناقل التام، والمركبة الناعمة للحقل  $\vec{B}$  في الوسط العازل تكون معدومة عند سطح الناقل التام.

نسمي السطح الفاصل مع الناقل التام بالجدار الكهربائي Electric wall، لأن المركبة المماسية للحقل  $\vec{E}$  تكون معدومة، وهو مماثل لدارة القصر short circuit في الدارات الكهربائية، حيث يكون الجهد معدوماً.

• شرط الإشعاع The Radiation Condition

عند وجود أوساط مادية غير منتهية، يجب أن تخضع الحقول لشروط حدية عند اللانهاية، هذا الشرط نسميه شرط الإشعاع، وهو منسجم مع مبدأ انحفاظ الطاقة. ينص هذا الشرط على أن الحقول يجب أن تكون معدومة عند اللانهاية

### 3. معادلة الموجة Wave Equation

في وسط خطي وعديم الفقد ومتماثل المناحي ومتجانس ولا يحتوي على منابع للموجة، تكتب معادلتا ماكسويل الأولى والثانية على النحو التالي:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E}$$

وهما معادلتان بمجهولين  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$ . بحل هاتين المعادلتين معاً نجد كلاً من الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$ ، هذا الحل هو معادلة الموجة للحقل  $\vec{E}$  أو للحقل  $\vec{H}$ ، وتسمى معادلة هيلمهولتز The Helmholtz Equation، نسبة إلى العالم الألماني Helmholtz الذي كان العالم الألماني الآخر Hertz طالبه. تكتب معادلة الموجة للحقل  $\vec{E}$  على الشكل التالي:

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = 0$$

معامل الاشتقاق  $\nabla^2$  يُقرأ "دِلْ مربع" أو "del square" ويكتب في الإحداثيات الديكارتية كما يلي:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

معادلة الموجة للحقل  $\vec{E}$  هي معادلة شعاعية تعطي ثلاث معادلات تفاضلية للمركبات الثلاث للحقل  $\vec{E}$ . وبالمثل تكتب معادلة الموجة للحقل  $\vec{H}$  على الشكل التالي:

$$\nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{H} = 0$$

يظهر في معادلة الموجة الثابت  $k$  المعروف بالعلاقة  $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$  والمسمى ثابت الانتشار propagation constant، وهو عدد حقيقي لأن الوسط عديم الفقد ( $\mu$  و  $\epsilon$  أعداد حقيقية) ومتماثل المناحي ( $\mu$  و  $\epsilon$  سلميان)، يسمى أيضاً عدد الموجة wavenumber أو ثابت الصفحة phase constant، سنرى لاحقاً معنى هذه التسميات المختلفة.

#### • الموجة المستوية في وسط عديم الفقد Plane wave in a Lossless Medium

لفهم سلوك الموجة، سندرس حلول معادلة الموجة بأبسط أشكالها، الموجة المستوية plane wave في وسط عديم الفقد ومتماثل المناحي ومتجانس.

إذا فرضنا أن للحقل الكهربائي مركبة وحيدة  $E_x$  باتجاه  $\hat{x}$ ، تكتب معادلة الموجة للحقل  $\vec{E}$  بعد إسقاطها على  $\hat{x}$  على الشكل التالي:

$$\nabla^2 E_x + k^2 E_x = 0$$

وإذا فرضنا أن الحقل الكهربائي منتظم uniform وفق  $x$  و  $y$  (لا يتغير مع  $x$  و  $y$ ) أي  $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$ ، تصبح معادلة الموجة:

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + k^2 E_x = 0$$

حيث اعتمدنا المشتق  $\frac{d}{dz}$  عوضاً عن المشتق الجزئي  $\frac{\partial}{\partial z}$  لأن  $E_x$  بصيغة المطاور تابع للموضع  $z$  فقط. وبالتالي نحصل على معادلة تفاضلية لها حلان مستقلان تركيبهما الخطي من الشكل:

$$E_x(z) = E^+ e^{-jkz} + E^- e^{jkz}$$

حيث  $E^+$  و  $E^-$  ثابتان مطابقان حقيقيان. رأينا أن الحقل اللحظي هو الجزء الحقيقي لجداء الحقل العقدي  $E_x(z)$  التابع للموضع فقط (بصيغة المطاور) بالتابع الأسّي  $e^{j\omega t}$ . إذاً يكون الحقل اللحظي الحقيقي من الشكل:

$$\mathcal{E}_x(z, t) = \underbrace{E^+ \cos(\omega t - kz)}_{\text{wave traveling in the +z direction}} + \underbrace{E^- \cos(\omega t + kz)}_{\text{wave traveling in the -z direction}}$$

الحد الأول (المشار له بإشارة +) يمثل موجة تنتشر باتجاه  $+z$  والحد الثاني (المشار له بإشارة -) يمثل موجة تنتشر باتجاه  $-z$ . لماذا؟

نلاحظ أن الموجة جيبيية، وأن طورها  $(\omega t - kz)$  تابع للموضع  $z$  وللزمن  $t$ ، وبما أنها دورية، فحتى تتكرر قيمة الطور بعد دور من الزمن أي في اللحظة  $t + T$ ، يجب أن تزداد قيمة  $z$  أيضاً بالمقدار الذي يعطي نفس قيمة الطور، أي أن الموجة تتقدم باتجاه  $+z$ . لهذا السبب تسمى موجة أمامية Forward wave ورمزنا لمطالها  $E^+$ ، وتسمى الموجة الأخرى التي تنتشر باتجاه  $-z$  موجة خلفية Backward wave ورمزنا لمطالها  $E^-$ .

بما أن طور الموجة يتغير تبعاً للموضع  $z$  وللزمن  $t$ ، نسمي سرعة انتشار الموجة بسرعة الطور (الصفحة) phase velocity، أي السرعة التي تكرر فيها الصفحة نفسها  $(\omega t - kz) = \text{constant}$  ونكتب:

$$v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

وفي الحالة الخاصة التي يكون فيها الوسط هو الفضاء الحر، تكون سرعة الطور:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

وهي سرعة الضوء في الفضاء الحر.

نعرف طول الموجة  $\lambda$  على أنه المسافة بين قيمتين متساويتين للطور في نفس اللحظة (بين ذروتين للموجة مثلاً كقيمة مرجعية)، أي:

$$(\omega t - kz) - [(\omega t - k(z + \lambda))] = 2\pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi v_p}{\omega} = \frac{v_p}{f}$$

وهي العلاقة المعروفة بين التردد وطول الموجة (جداء التردد بطول الموجة ثابت ويساوي سرعة الطور). ويمكن تفسير تسمية  $k$  عدد الموجة من هذه العلاقة  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  على أنه عدد أطوال الموجة خلال دور كامل للطور ( $2\pi$ ).

من أجل توصيف الموجة المستوية بشكل كامل لا بد من إيجاد الحقل المغناطيسي المرافق. بما أننا نعرف الحقل الكهربائي، يمكن إيجاد الحقل المغناطيسي بالتعويض في معادلة ماكسويل الأولى لنحصل على:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \hat{y} \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) = \hat{y} \left( \frac{dE_x}{dz} \right)$$

أي للحقل المغناطيسي مركبة باتجاه  $\hat{y}$  فقط، المركبتان  $H_x = H_z = 0$ ، و المركبة  $H_y$  تساوي:

$$-j\omega\mu H_y = \frac{dE_x}{dz} \Rightarrow H_y = \frac{j}{\omega\mu} (-jkE^+ e^{-jkz} + jkE^- e^{jkz})$$

$$H_y = \frac{k}{\omega\mu} (E^+ e^{-jkz} - E^- e^{jkz}) = \frac{1}{\eta} (E^+ e^{-jkz} - E^- e^{jkz})$$

نسمي  $\eta$  الممانعة الذاتية intrinsic impedance للوسط، لأنها معرفة بدلالة محددات الوسط التكوينية كما يلي:

$$\eta = \frac{\omega\mu}{k} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

نعرف أيضاً ممانعة الموجة wave impedance بنسبة مركبة الحقل الكهربائي إلى مركبة الحقل المغناطيسي لموجة راحلة (موجة أمامية باتجاه  $+z$  أو خلفية باتجاه  $-z$ ) ونكتب:

$$Z_W = \frac{E_x^+}{H_y^+} = -\frac{E_x^-}{H_y^-} = \eta$$

نلاحظ أنه من أجل موجة مستوية تكون ممانعة الموجة مساوية للممانعة الذاتية للوسط.

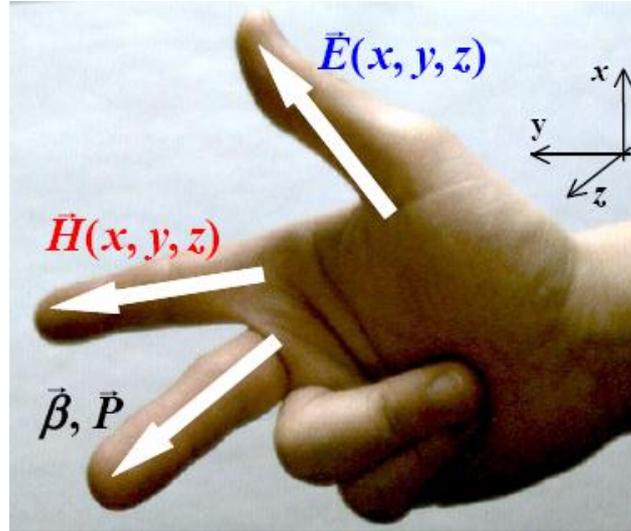
بالنسبة للفضاء الحر:

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega$$

وهكذا، الموجة التي حقلها الكهربائي  $\hat{x}E^+ e^{-jkz}$  وحقلها المغناطيسي  $\hat{y}\frac{E^+}{\eta} e^{-jkz}$  هي موجة راحلة أمامية باتجاه  $+z$ ، والموجة التي حقلها الكهربائي  $\hat{x}E^- e^{jkz}$  وحقلها المغناطيسي  $-\hat{y}\frac{E^-}{\eta} e^{jkz}$  هي موجة راحلة خلفية باتجاه  $-z$ .

لاحظ أن الحقلين الكهربائي والمغناطيسي (لكل موجة راحلة) متعامدان (للحقل الكهربائي مركبة باتجاه  $\hat{x}$  وللحقل المغناطيسي مركبة باتجاه  $\hat{y}$ ) وأن مركبتي هذين الحقلين في مستوي  $xy$  متعامد مع اتجاه الانتشار

٢. لذلك نقول أن الأشعة الثلاثة: الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي واتجاه الانتشار لموجة مستوية، تشكل ثلاثية متعامدة مباشرة، ويمكن تحديد هذه الاتجاهات بقاعدة أصابع اليد اليمنى كما في الشكل -2-.



الشكل -2-: قاعدة اليد اليمنى لتحديد الثلاثية المتعامدة (اتجاه الحقلين واتجاه انتشار الموجة المستوية)

• ملخص: خواص الموجة المستوية

- a. الحقلان الكهربائي والمغناطيسي متعامدان
- b. تقع مركبات الحقلين الكهربائي والمغناطيسي المتعامدين في مستوي نسميه جبهة الموجة wave front، وهذا المستوي عامودي على اتجاه انتشار الموجة
- c. ممانعة الموجة المستوية تساوي الممانعة الذاتية للوسط
- d. عدد الموجة تابع خطياً للتردد  $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$  (أو متناسب مباشرة مع التردد)
- e. سرعة الطور ثابتة ومستقلة عن التردد  $v_p = \omega/k = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$ .

## مثال 1

تنتشر موجة مستوية في وسط عازل عديم الفقد، يعطى الحقل الكهربائي اللحظي الحقيقي على الشكل

$$\mathcal{E}_x = E_0 \cos(\omega t - kz)$$

ترددتها 5 GHz وطول الموجة في الوسط 3 cm أوجد الحقل المغناطيسي للموجة وحدد خواصها والسماحية النسبية للوسط.

**الحل:**

نلاحظ أن الحقل الكهربائي منتظم وفق  $x$  و  $y$ ، وله مركبة وحيدة باتجاه  $\hat{x}$ ، وبما أن الموجة مستوية وتنتشر باتجاه  $+z$ ، بتطبيق قاعدة اليد اليمنى نجد أن للحقل المغناطيسي مركبة وحيدة باتجاه  $\hat{y}$ ، تعطى بالعلاقة:

$$\mathcal{H}_y = \frac{E_0}{\eta} \cos(\omega t - kz)$$

خواص الموجة:

$$\lambda = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m} \text{ و } f = 5 \text{ GHz} = 5 \times 10^9 \text{ Hz}$$

نحسب أولاً ثابت الانتشار  $k$  فنجد:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.03} = 209.4 \text{ m}^{-1}$$

ونعلم أن ثابت الانتشار يعطى بالعلاقة:

$$k = \omega \sqrt{\mu\epsilon} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} = k_0 \sqrt{\epsilon_r}$$

حيث  $k_0$  ثابت الانتشار في الفضاء الحر:

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi(5 \times 10^9)}{3 \times 10^8} = 104.7 \text{ m}^{-1}$$

فتكون السماحية النسبية للوسط:

$$\sqrt{\epsilon_r} = \frac{k}{k_0} = n = 2 \Rightarrow \epsilon_r = \left(\frac{k}{k_0}\right)^2 = 4$$

حيث  $n$  قرينة انكسار index of refraction الضوء في الوسط.

ثم نحسب سرعة الطور في الوسط:

$$v_p = \lambda f = (0.03)(5 \times 10^9) = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

نلاحظ أن سرعة الانتشار أبطأ من سرعة الضوء في الفضاء الحر بمعامل 2، فتكون السماحية النسبية للوسط:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \Rightarrow \sqrt{\epsilon_r} = \frac{c}{v_p} = n = 2 \Rightarrow \epsilon_r = 4$$

حيث نعرف  $n$  قرينة الانكسار على أنها نسبة سرعة الضوء في الخلاء إلى السرعة في الوسط.

يمكن أيضاً حساب السماحية النسبية للوسط من مقارنة طول الموجة في الوسط مع طول الموجة في الفضاء الحر:

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

حيث  $\lambda_0$  طول الموجة في الفضاء الحر:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^9} = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

أي أن طول الموجة في الوسط تساوي نصف طول الموجة في الفضاء الحر. نعلم أن ممانعة الموجة المستوية تساوي الممانعة الذاتية للوسط، إذن:

$$Z_W = \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{377}{2} = 188.5 \Omega$$

### الموجة المستوية في وسط مع فقد Plane Wave in a Lossy Medium

رأينا أنه إذا لم يكن العازل تاماً، أي  $\sigma \neq 0$ ، فإن الناقلية تسبب فقداً ناتجاً عن تيار النقل  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  حسب قانون أوم. تكتب معادلات ماكسويل في هكذا وسط على الشكل:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -j\omega\mu\vec{H} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= j\omega\epsilon\vec{E} + \sigma\vec{E}\end{aligned}$$

وتصبح معادلة الموجة للحقل الكهربائي من الشكل:

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right) \vec{E} = 0$$

نلاحظ أن ثابت الانتشار أصبح عقدياً ويسمى ثابت الانتشار العقدي complex propagation constant، ويكتب على الشكل:

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

حيث يمثل الجزء الحقيقي  $\alpha$  الفقد في الوسط ويسمى ثابت التخميد attenuation constant، ويمثل الجزء التخيلي  $\beta$  ثابت (انتشار) الطور phase constant.

سندرس حلول معادلة الموجة بأبسط أشكالها في وسط مع فقد، كما في الحالة السابقة لوسط عديم الفقد ومتماثل المناحي ومتجانس.

إذا فرضنا أن للحقل الكهربائي مركبة وحيدة باتجاه  $\hat{x}$  ومنظم وفق  $x$  و  $y$ ، تكتب معادلة الموجة للمركبة  $E_x$  للحقل الكهربائي على الشكل التالي:

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} - \gamma^2 E_x = 0$$

وهي معادلة تفاضلية لها حلان مستقلان - كما في الحالة السابقة - تركيبهما الخطي من الشكل:

$$E_x(z) = E^+ e^{-\gamma z} + E^- e^{\gamma z}$$

إذن الموجة الراحلة الأمامية لها معامل انتشار من الشكل:

$$e^{-\gamma z} = e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$

الذي يصبح عند تحويله للمجال الزمني من الشكل:

$$\operatorname{Re}(e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} e^{j\omega t}) = e^{-\alpha z} \operatorname{Re}(e^{j(\omega t - \beta z)}) = e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$

ويمثل موجة راحلة أمامية تنتشر باتجاه  $+z$ ، لها سرعة طور  $v_p = \frac{\omega}{\beta}$  وطول موجة  $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ ، ومعامل تخميد  $e^{-\alpha z}$  أسّي للمطال بسبب الفقد. ونفس الشيء بالنسبة للموجة الخلفية باتجاه  $-z$  مع معامل تخميد أسّي  $e^{\alpha z}$ . إذا أُلغينا الفقد (أي  $\sigma = 0$ ) تصبح النتائج مطابقة للحالة السابقة حيث الوسط عديم الفقد، أي:  $\alpha = \gamma = jk$ ،  $\beta = k$ ،  $0$ ، لذلك يطلق أحياناً اسم ثابت الطور على  $k$ ، أو اسم ثابت الانتشار في وسط عديم الفقد.

يمكن حساب الحقل المغناطيسي المرافق للموجة كما في الحالة السابقة:

$$-j\omega\mu H_y = \frac{dE_x}{dz} \Rightarrow H_y = \frac{-j\gamma}{\omega\mu} (E^+ e^{-\gamma z} - E^- e^{\gamma z}) = \frac{1}{\eta} (E^+ e^{-\gamma z} - E^- e^{\gamma z})$$

نلاحظ أن الممانعة الذاتية للوسط مع فقد أصبحت عقدية، لكن تبقى مساوية لممانعة الموجة:

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma}$$

وإذا أُلغينا الفقد (أي  $\sigma = 0$ ) تصبح مطابقة للنتيجة السابقة  $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ .

#### • حالة عملية هامة: وسط ناقل جيد Good Conductor

نواجه حالات عملية كثيرة يستخدم فيها الناقل الجيد مثل النحاس، حيث تكون الناقلية عالية جداً لكنها ليست لانهائية كما في الناقل التام. يمكن اعتبار الناقل الجيد حالة خاصة من الحالة السابقة لوسط مع فقد بسبب الناقلية، لكن هنا تيار النقل أكبر بكثير من تيار الانتقال، أي  $\sigma \gg \omega\epsilon$  حسب معادلة ماكسويل الثانية. ومنه يمكن أن نجري بعض التقريبات لنحصل على ثابت الانتشار العقدي في الناقل الجيد:

$$\gamma = \alpha + j\beta \cong j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{\frac{\sigma}{j\omega\epsilon}} = (1+j) \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = (1+j) \frac{1}{\delta_s}$$

نعرف في حالة الناقل الجيد سماكة القشرة skin depth بالعلاقة التالية:

$$\delta_s = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

يعني ذلك أن مطال الحقول في الناقل الجيد سوف تتخامد بمقدار  $1/e$  (أو 36.8%) عندما تجتاز الموجة مسافة مقدارها سماكة القشرة  $\delta_s$  داخل الناقل الجيد، لأن  $e^{-\alpha z} = e^{-\alpha\delta_s} = e^{-1}$ . ويعني أن الحقول في الناقل الجيد تكون معدومة على عمق بضعة سماكات قشرة من السطح. أي أن الحقول والتيارات تتخامد بسرعة في عمق الناقل الجيد. لا تنتقل الطاقة الكهرومغناطيسية في الناقل وإنما في محيطه.

لاحظ أن سماكة القشرة للناقل الجيد تتناقص مع التردد، وتصبح صغيرة جداً عند الترددات المكروية، يعني هذا أن الدارات المكروية تحتاج لقشرة رقيقة من الناقل لنقل التيار، لذلك تكون هذه الدارات على شكل شريحة مسطحة، وليس للسماكة أهمية. وتكون الممانعة الذاتية للناقل الجيد:

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = (1 + j) \frac{1}{\sigma\delta_s}$$

## مثال 2

احسب سماكة القشرة للنحاس عند التردد 10 MHz وعند التردد 10 GHz.

**الحل:**

تعطى سماكة القشرة للنحاس كتابع للتردد على الشكل:

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f\mu_0\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi(4\pi \times 10^{-7})(5.813 \times 10^7)}} \sqrt{\frac{1}{f}} = 0.066 \sqrt{\frac{1}{f}}$$

فنكون سماكة القشرة للنحاس عند التردد 10 MHz:

$$\delta_s = 0.066 \sqrt{\frac{1}{10^7}} = 2.09 \times 10^{-5} \text{ m} = 20.9 \mu\text{m}$$

ونكون سماكة القشرة للنحاس عند التردد 10 GHz:

$$\delta_s = 0.066 \sqrt{\frac{1}{10^{10}}} = 6.60 \times 10^{-7} \text{ m} = 0.66 \mu\text{m}$$

يعني هذا -كما ذكرنا- أن التيار في النحاس عند التردد 10 GHz يحتاج لطبقة رقيقة جداً (من رتبة  $\mu\text{m}$ ) وكأنه يجري على سطح الناقل.

## 4. استقطاب الموجة المستوية Plane Wave Polarization

في الفقرات السابقة، درسنا الموجة المستوية بأبسط أشكالها، حيث تنتشر الموجة باتجاه  $\hat{z}$ ، الحقل الكهربائي له مركبة باتجاه  $\hat{x}$ ، وبالتالي يجب أن يكون للحقل المغناطيسي مركبة باتجاه  $\hat{y}$ . هذه الثلاثية المباشرة المتعامدة هي دوماً صحيحة من أجل موجة مستوية منتظمة. مع ذلك، يمكن لاتجاه الحقلين في المستوي العمودي على اتجاه الانتشار (جبهة الموجة) أن يتغير مع الموضع والزمن، تبعاً لآلية توليد (أو تحريض) الموجة، أو تبعاً لنوع الوسط الذي تنتشر فيه. إذاً حتى يكون توصيف الموجة كاملاً، لا يكفي أن نعرف المحددات المرتبطة بخواص الموجة مثل طول الموجة، وسرعة الطور، ولكن يجب أن نعرف أيضاً الاتجاه اللحظي للحقول الشعاعية. هذا ما يسمى استقطاب الموجة *wave polarization*، ويعرّف بأنه اتجاه الحقل الكهربائي كتابع للزمن، في نقطة ثابتة في الفضاء. ويكفي تحديد اتجاه الحقل الكهربائي لتحديد اتجاه الحقل المغناطيسي لموجة مستوية حسب معادلات ماكسويل.

بالنسبة للأمواج التي درسناها سابقاً، كان الحقل الكهربائي باتجاه مستقيم ثابت في أي لحظة وأي نقطة. نقول عن هذه الموجة أنها مستقطبة خطياً *linearly polarized*. فرضنا أن الحقل الكهربائي باتجاه  $\hat{x}$ ، لكن يمكن أن يكون بأي اتجاه في المستوي  $xy$  (جبهة الموجة) وتكون الموجة مستقطبة خطياً.

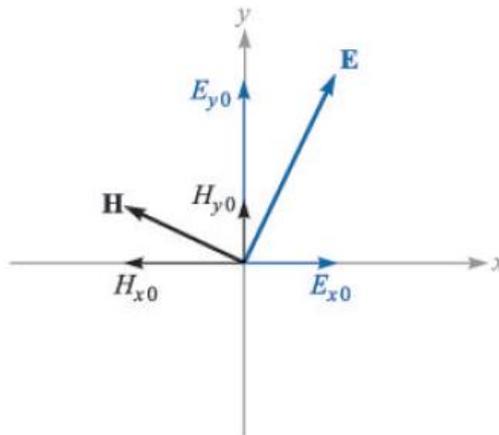
من أجل موجة راحلة أمامية باتجاه  $+z$ ، يمكن أن يكون للموجة بشكل عام حقل كهربائي بالصيغة التالية:

$$\vec{E} = (E_{x0}\hat{x} + E_{y0}\hat{y})e^{-\alpha z}e^{-j\beta z}$$

حيث  $E_{x0}$  و  $E_{y0}$  الثابتان المطاليان للحقل باتجاه  $\hat{x}$  و  $\hat{y}$ . يمكن إيجاد الحقل المغناطيسي المرافق بسهولة ليكون:

$$\vec{H} = (H_{x0}\hat{x} + H_{y0}\hat{y})e^{-\alpha z}e^{-j\beta z} = \frac{1}{\eta}(-E_{y0}\hat{x} + E_{x0}\hat{y})e^{-\alpha z}e^{-j\beta z}$$

يبين الشكل 3-3 سبب وجود الإشارة السالبة لمركبة  $\vec{H}$  باتجاه  $\hat{x}$  (ثلاثية متعامدة:  $E_y$  و  $H_x$  واتجاه الانتشار  $\hat{z}$ ).



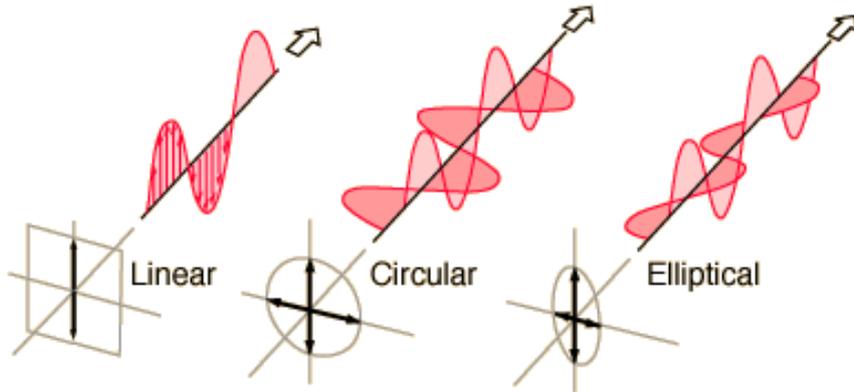
الشكل 3-3: الحقلان الكهربائي والمغناطيسي لموجة مستوية مستقطبة خطياً، تنتشر باتجاه  $+z$

تُظهر هذه النتيجة فكرة هامة وهي أن هذه الموجة المستوية المستقطبة خطياً يمكن اعتبارها كموجتين مستويتين متميزتين، واحدة مستقطبة خطياً باتجاه  $\hat{x}$ ، والأخرى مستقطبة خطياً باتجاه  $\hat{y}$ ، ينتج حقلها الكهربائي من جمع الحقلين الكهربائيين للموجتين الجزئيتين جمعاً متوافقاً في الطور. إنها فكرة هامة لفهم استقطاب الموجة، بحيث أن أي حالة استقطاب للموجة يمكن وصفها بدلالة المركبات المتعامدة للحقل الكهربائي وفرق الطور النسبي بينها.

الاستقطاب العام للموجة هو الاستقطاب الإهليلجي Elliptical polarization، حيث يكون لمطالي المركبتين  $E_x$  و  $E_y$  قيم مختلفة، ولطوريهما أيضاً. وبالتالي يكون الاستقطاب الخطي حالة خاصة من الاستقطاب الإهليلجي عندما تكون المركبتان  $E_x$  و  $E_y$  على توافق في الطور.

وهناك حالة خاصة أخرى من الاستقطاب الإهليلجي هي الاستقطاب الدائري Circular Polarization. يكون لدينا في هذه الحالة:  $E_{x0} = E_{y0} = E_0$  وتكون المركبتان  $E_x$  و  $E_y$  على تعامد في الطور  $\pm \frac{\pi}{2}$ . يبين الشكل -4- أنواع استقطاب الموجة المستوية: الخطي linear، والدائري circular، والإهليلجي Elliptical.

ملاحظة: يتوفر على شبكة الإنترنت أشكالاً أخرى مع حركة animation وكذلك فيديوهات يمكن الاستعانة بها لإظهار أنواع الاستقطاب.



الشكل -4-: استقطاب الموجة المستوية: خطياً linear، ودائرياً circular، وإهليلجياً Elliptical

لبيان خواص الاستقطاب الدائري، نأخذ حالة التعامد المباشر في الطور  $\frac{\pi}{2}$ . يكتب الحقل الكهربائي اللحظي على الشكل:

$$\vec{\mathcal{E}}(z, t) = E_0 \left\{ \hat{x} \cos(\omega t - kz) + \hat{y} \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}\right) \right\}$$

نأخذ الحقل عند نقطة ثابتة في الفضاء ولتكن  $\mathbf{z} = \mathbf{0}$ ، يصبح لدينا:

$$\vec{\mathcal{E}}(0,t) = E_0 \{ \hat{x} \cos(\omega t) + \hat{y} \sin(\omega t) \}$$

نلاحظ أنه في اللحظة  $0$  يكون للحقل مركبة باتجاه  $x$ ،

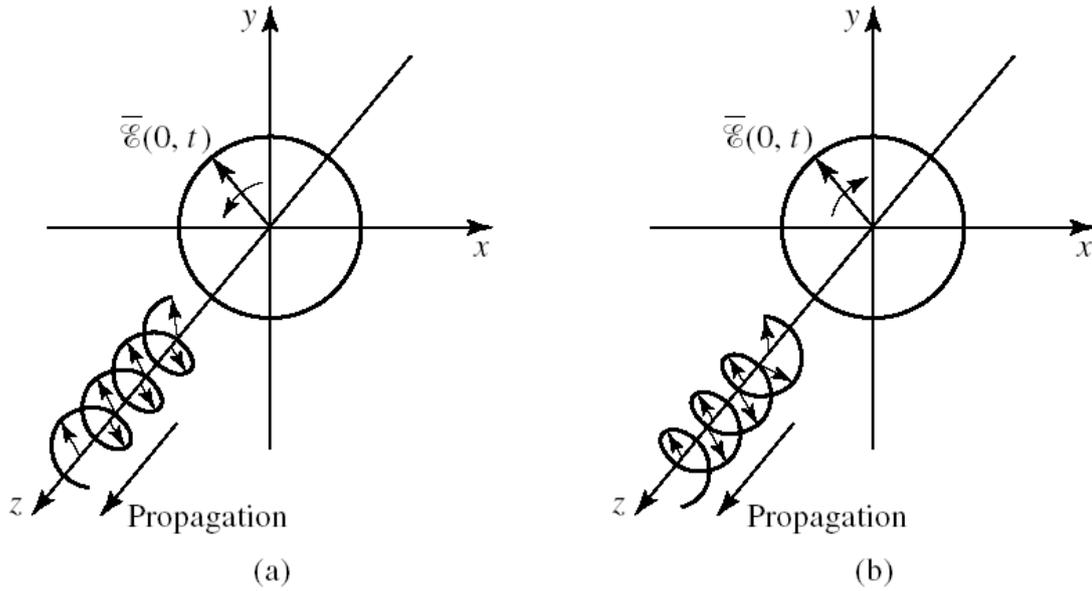
$$\vec{\mathcal{E}}(0,0) = E_0 \hat{x}$$

وأنه في اللحظة  $T/4$  يكون للحقل مركبة باتجاه  $y$

$$\vec{\mathcal{E}}\left(0, \frac{T}{4}\right) = E_0 \hat{y}$$

وهكذا، مع ازدياد الطور  $\omega t$  انطلاقاً من الصفر، يدور شعاع الحقل الكهربائي عكس اتجاه دوران عقارب الساعة (من  $\hat{x}$  باتجاه  $\hat{y}$ ). فإذا دارت أصابع اليد اليمنى مع اتجاه دوران الحقل الكهربائي عندما يكون الإبهام باتجاه الانتشار، نقول أن الموجة مستقطبة دائرياً باتجاه اليمين (RHCP) كما في الشكل 5-(a).

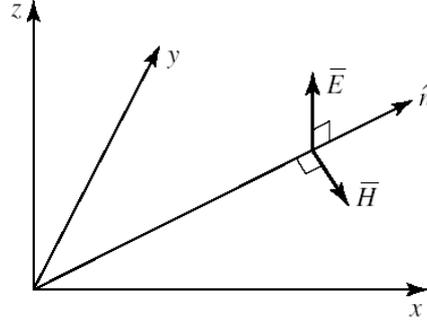
في الحالة الأخرى عندما يكون التعامد في الطور عكسياً  $-\frac{\pi}{2}$ ، تكون الموجة مستقطبة دائرياً باتجاه اليسار (left-hand circularly polarized (LHCP)، كما في الشكل 5-(b).



الشكل 5-: استقطاب الموجة المستوية دائرياً: (a) - باتجاه اليمين RHCP، (b) - باتجاه اليسار LHCP

## 5. الموجة المستوية في الفضاء الحر Plane Wave in Free-Space

سنكتفي في هذه الفقرة بإعطاء فكرة أولية عن الموجة المستوية في الفضاء ثلاثي الأبعاد، والتي يمكن أن تأخذ شكلاً أكثر عمومية من الأشكال البسيطة التي درسناها في الفقرات السابقة، حيث تعتبر كافية لدراسة خواص الموجة المستوية.



الشكل -6-: الحقلان الكهربائي والمغناطيسي واتجاه الانتشار لموجة مستوية بشكلها العام في الفضاء

يمكن أن يأخذ الانتشار أي اتجاه في الفضاء الحر، لذلك نعرف شعاع عدد الموجة  $\vec{k}$  على الشكل

$$\vec{k} = k_0 \hat{n}$$

طويلته تساوي عدد الموجة  $k_0$  في الفضاء الحر، واتجاهه هو شعاع الوحدة  $\hat{n}$  الذي يدل على اتجاه الانتشار. ونكتب الحقل الكهربائي على الشكل

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}_0 e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

حيث  $\vec{r}$  شعاع الموضع في الفضاء الحر إحداثياته  $(x, y, z)$ . يعطي الجداء السلمي  $\vec{k} \cdot \vec{r}$  طور الموجة (بصيغة المطاور) في كل نقطة من الفضاء الحر. ومنه نستنتج الحقل اللحظي:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}(x, y, z) e^{j\omega t} \right\}$$

$$\vec{\mathcal{E}}(x, y, z, t) = E_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

ويكون لدينا

$$\vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0$$

لأن الحقل الكهربائي في مستوي عامودي على اتجاه الانتشار. ولاستكمال الثلاثية المتعامدة بالنسبة للموجة المستوية، نستنتج من معادلات ماكسويل العلاقة الشعاعية التالية بين الحقلين الكهربائي والمغناطيسي واتجاه الانتشار:

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta_0} \hat{n} \times \vec{E}$$

حيث  $\eta_0$  الممانعة الذاتية للفضاء الحر والتي تساوي ممانعة الموجة المستوية في الفضاء الحر.

## 6. الطاقة والاستطاعة للموجة الكهرومغناطيسية Energy and power of electromagnetic wave

بشكل عام، أي منبع للطاقة الكهرومغناطيسية في وسط ما، يولد حقولاً كهرومغناطيسية تخزن الطاقة الكهربائية والمغناطيسية، وتحمل الاستطاعة الكهرومغناطيسية التي يمكن أن تشع أو أن تفقد في الوسط. هذا ما نتص عليه نظرية بوينتغ Poynting theorem التي تعبر عن انحفاظ الطاقة للحقول الكهرومغناطيسية والمواد. في الحالة التي تكون فيها الحقول متغيرة جيبياً (توافقياً) مع الزمن، نعبر عن نظرية بوينتغ بالعلاقة التالية

$$P_s = P_o + P_l + 2j\omega(W_m - W_e)$$

حيث  $P_s$  الاستطاعة المقدمة من المنبع الموجود في الحجم  $V$  المحصور بالسطح المغلق  $S$ ،  $P_o$  الاستطاعة الكلية المشعة عبر  $S$ ،  $P_l$  الاستطاعة المفقودة على شكل حرارة في الحجم  $V$ ،  $W_m$  الطاقة الرديّة المغناطيسية المخزونة في الحجم  $V$ ،  $W_e$  الطاقة الرديّة الكهربائية المخزونة في الحجم  $V$ . وتكتب العلاقات التي تعرف المقادير السابقة على النحو التالي:

$$P_s = -\frac{1}{2} \int_V \vec{E} \cdot \vec{J}_s^* dv$$

$$P_l = \frac{\sigma}{2} \int_V |\vec{E}|^2 dv + \frac{\omega}{2} \int_V (\epsilon'' |\vec{E}|^2 + \mu'' |\vec{H}|^2) dv$$

$$2j\omega(W_m - W_e) = j \frac{\omega}{2} \int_V (\mu' |\vec{H}|^2 - \epsilon' |\vec{E}|^2) dv$$

$$P_o = \frac{1}{2} \oint (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \hat{n} ds = \frac{1}{2} \oint \vec{S} \cdot \hat{n} ds$$

حيث  $\vec{J}_s$  تيار المنبع

نلاحظ أن الاستطاعة المفقودة  $P_l$  مرتبطة بالمحددات التكوينية للوسط المسؤولة عن الفقد وهي الناقلية والجزء التخيلي للسماحية والنفوذية - كما رأينا سابقاً - وهي استطاعة حقيقية صرفة (على شكل حرارة) كما نلاحظ أن الطاقة الرديّة المخزونة تخيلية صرفة ومرتبطة بالجزء الحقيقي للسماحية والنفوذية. أما الاستطاعة الكلية  $P_o$  المشعة عبر  $S$  فهي قياس لتدفق الشعاع  $\vec{S}$  عبر السطح المغلق. نسمي  $\vec{S}$  شعاع بوينتغ Poynting vector وهو معرف بالعلاقة:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}^*$$

تمثل طويلة  $\vec{S}$  كثافة الاستطاعة المحمولة بالموجة المشعة، واتجاه  $\vec{S}$  يدل على اتجاه جريان هذه الاستطاعة في الفضاء، وهو اتجاه الانتشار بالنسبة لموجة مستوية لأنه يمثل الجداء الشعاعي للحقلين الكهربائي والمغناطيسي. إن هذه الاستطاعة عقدية، يمثل الجزء الحقيقي من  $P_0$  الاستطاعة الحقيقية المتوسطة المشعة عبر السطح المغلق، أي:

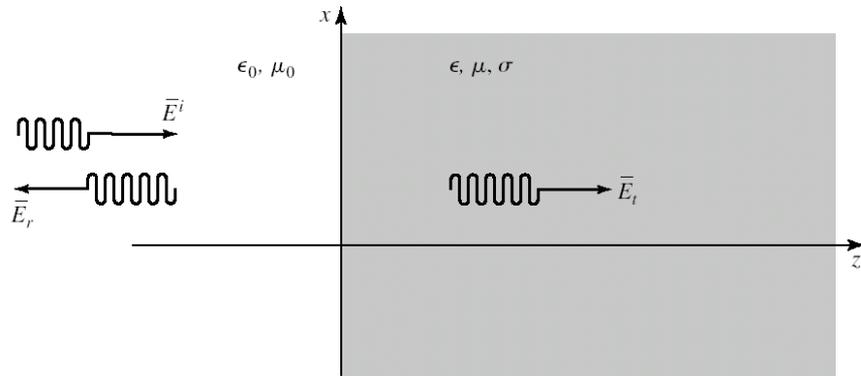
$$P_{av} = \Re \{ P_0 \} = \frac{1}{2} \Re \{ \oint_S \vec{S} \cdot \hat{n} \, ds \}$$

## 7. انعكاس الموجة المستوية Plane wave reflection

نواجه في المسائل العملية تغيراً في خواص وسط الانتشار - أي أن الوسط يكون غير متجانس inhomogeneous - وبالتالي تغيراً في سلوك الموجة الكهرومغناطيسية عند السطح الفاصل حيث تكون التغيرات أو الانقطاعات Discontinuities. نعبر عن هذا السلوك بظواهر الانتشار من انعكاس reflection وانكسار refraction وحيود diffraction وتبعثر scattering. تعتمد أهمية هذه الظواهر على خواص المادة للسطح الفاصل، وشكله الهندسي، واستقطاب الموجة، وخواص السطح بالنسبة لطول الموجة. سوف نهتم في هذه الفقرة بالظاهرة الأكثر حدوثاً وهي الانعكاس، وسيجري دراسة الظواهر الأخرى في مقررات لاحقة. وسنكتفي - كما فعلنا سابقاً - بالحالة الأبسط لشكل الموجة وللسطح الفاصل، دون أن يؤثر ذلك على عمومية المسألة.

• حالة عامة: وسط عازل مع فقد

نبين في الشكل -7- الموجة الواردة على السطح الفاصل وهي موجة مستوية مستقطبة خطياً وفق  $\hat{x}$  وتنتشر باتجاه  $+\hat{z}$  في الفضاء الحر (الذي يملأ الوسط من أجل  $z < 0$ ). عند بلوغ الموجة الواردة السطح الفاصل عند  $z = 0$ ، تتعرض الموجة في هذه الحالة لظاهرتين هما الانعكاس، حيث تتولد موجة منعكسة تنتشر باتجاه معاكس للموجة الواردة، وموجة أخرى تعبر إلى الوسط الذي يملأ الفضاء من أجل  $z > 0$ ، حيث لدينا وسط عازل مع فقد محدداته التكوينية هي  $(\epsilon, \mu, \sigma)$ . نسمي هذه الحالة بالورود الناظم normal incidence.



الشكل -7-: انعكاس موجة مستوية واردة ناظماً

تكتب حقول الموجة الواردة من الفضاء الحر باتجاه السطح الفاصل على النحو التالي (يرمز الدليل  $i$  إلى الموجة الواردة incident wave):

$$\vec{E}_i = \hat{x} E_0 e^{-jk_0 z}$$

$$\vec{H}_i = \hat{y} \frac{E_0}{\eta_0} e^{-jk_0 z}$$

ونكتب حقول الموجة المنعكسة عن السطح الفاصل والتي تنتشر في الفضاء الحر باتجاه  $-\hat{z}$  على النحو التالي (يرمز الدليل  $r$  إلى الموجة المنعكسة reflected wave):

$$\vec{E}_r = \hat{x}\Gamma E_0 e^{jk_0z}$$

$$\vec{H}_r = -\hat{y}\frac{\Gamma E_0}{\eta_0} e^{jk_0z}$$

حيث يمثل  $\Gamma$  معامل الانعكاس reflection coefficient عند السطح الفاصل والذي يعرف بأنه نسبة الحقل الكهربائي المنعكس  $\vec{E}_r$  إلى الوارد  $\vec{E}_i$ .

نلاحظ ما يلي:

**a.** معامل الانتشار للموجة الواردة هو  $e^{-jk_0z}$  لأنها تنتشر باتجاه  $+\hat{z}$ ، ومعامل الانتشار للموجة المنعكسة هو  $e^{jk_0z}$  لأنها تنتشر باتجاه  $-\hat{z}$ ؛ وبالتالي  $-\hat{y}$  لتحقيق الثلاثية المتعامدة عبر العلاقة

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta_0} \hat{n} \times \vec{E}$$

حيث  $\hat{n} = -\hat{z}$  للموجة المنعكسة.

**b.** شعاع بوينتغ للموجة الواردة

$$\vec{S}_i = \vec{E}_i \times \vec{H}_i^* = \hat{z} \frac{|E_0|^2}{\eta_0}$$

يشير إلى أن جهة جريان الاستطاعة الواردة هي  $+\hat{z}$ ، بينما شعاع بوينتغ للموجة المنعكسة

$$\vec{S}_r = \vec{E}_r \times \vec{H}_r^* = -\hat{z} |\Gamma|^2 \frac{|E_0|^2}{\eta_0}$$

يشير إلى أن جهة جريان الاستطاعة المنعكسة هي  $-\hat{z}$ .

**c.** نسبة الاستطاعة المنعكسة إلى الواردة متناسبة مع  $|\Gamma|^2$ .

تكتب حقول الموجة العابرة (المرسلة) transmitted fields إلى الوسط مع فقد حيث  $z > 0$  كما يلي:

$$\vec{E}_t = \hat{x}TE_0 e^{-\gamma z}$$

$$\vec{H}_t = \hat{y}\frac{TE_0}{\eta} e^{-\gamma z}$$

حيث يمثل  $T$  معامل العبور (الإرسال) transmission coefficient عند السطح الفاصل والذي يعرف بأنه نسبة الحقل الكهربائي العابر  $\vec{E}_t$  إلى الوارد  $\vec{E}_i$ .

ويمثل  $\gamma$  ثابت الانتشار العقدي، و  $\eta$  الممانعة الذاتية (العقدية) للوسط مع فقد. تذكر أن:

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma}$$

شعاع بوينتنغ للموجة العابرة:

$$\vec{S}_t = \vec{E}_t \times \vec{H}_t^* = \hat{z} |T|^2 \frac{|E_0|^2}{\eta}$$

نلاحظ أن نسبة الاستطاعة العابرة إلى الواردة متناسبة مع  $|T|^2$ . ويشير  $\vec{S}_t$  إلى أن جهة جريان الاستطاعة العابرة هي  $+\hat{z}$ . كما نلاحظ أن الموجة العابرة هي موجة راحلة، ولا وجود لموجة منعكسة من أجل  $z > 0$  لأن هذا الوسط لا نهائي  $z \rightarrow +\infty$ ، وحسب شرط الإشعاع فإن الموجة تتلاشى في اللانهاية.

لتحديد قيم  $T$  و  $\Gamma$  (مجاهيل مسألة القيم الحدية)، نطبق الشروط الحدية على الحقلين الكهربائي والمغناطيسي عند السطح الفاصل بين الوسطين ( $z = 0$ ). بما أنه لدينا سطح فاصل بين وسطين عازلين، يجب أن تكون المركبات المماسية للحقلين الكهربائي والمغناطيسي مستمرة (متساوية) عند السطح الفاصل من الجانبين، أي:

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0$$

حيث  $\hat{n} = \hat{z}$ ،  $\vec{E}_1$  الحقل الكهربائي في الفضاء الحر  $z < 0$ ،  $\vec{E}_2$  الحقل الكهربائي في الوسط مع فقد  $z > 0$ ، وكذلك بالنسبة للحقل المغناطيسي  $\vec{H}_1$  و  $\vec{H}_2$  في الوسطين.

لاحظ أن الحقل الكهربائي في الفضاء الحر هو تركيب حقلين وارد ومنعكس، أي:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_r = \hat{x} E_0 e^{-jk_0 z} + \hat{x} \Gamma E_0 e^{jk_0 z}$$

$$\vec{E}_2 = \hat{x} E_0 (e^{-jk_0 z} + \Gamma e^{jk_0 z})$$

والحقل المغناطيسي في الفضاء الحر هو أيضاً تركيب حقلين وارد ومنعكس، أي:

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_i + \vec{H}_r = \hat{y} \frac{E_0}{\eta_0} e^{-jk_0 z} - \hat{y} \frac{\Gamma E_0}{\eta_0} e^{jk_0 z}$$

$$\vec{H}_2 = \hat{y} \frac{E_0}{\eta_0} (e^{-jk_0 z} - \Gamma e^{jk_0 z})$$

أي لدينا موجة مستقرة في الفضاء الحر standing wave، سوف ندرس خواص هذه الموجة لاحقاً في خطوط النقل.

بينما في الوسط الثاني من أجل  $z > 0$  لدينا

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_t = \hat{x} T E_0 e^{-\gamma z}$$

$$\vec{H}_2 = \vec{H}_t = \hat{y} \frac{T E_0}{\eta} e^{-\gamma z}$$

وبما أن للحقول  $\vec{E}_1$  و  $\vec{H}_1$  و  $\vec{E}_2$  و  $\vec{H}_2$  مركبات على  $\hat{x}$  و  $\hat{y}$  فهي مركبات مماسة للسطح الفاصل، نطبق إذن الشروط الحدية عند  $z = 0$  فنحصل على التالي:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2|_{z=0} \Rightarrow 1 + \Gamma = T$$

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_2|_{z=0} \Rightarrow \frac{1 - \Gamma}{\eta_0} = \frac{T}{\eta}$$

بحل المعادلتين الناتجتين بالنسبة للمجهولين  $\Gamma$  و  $T$ ، نحصل على:

$$\Gamma = \frac{\eta - \eta_0}{\eta + \eta_0}$$

$$T = \frac{2\eta}{\eta + \eta_0}$$

بما أن  $\eta$  ممانعة عقدية، فإن  $\Gamma$  و  $T$  عقديان، أي لهما طولية وطور. تمثل هذه النتيجة الحل العام لانعكاس وعبور موجة مستوية واردة ناظماً على سطح فاصل بين وسطين ما. لذلك سندرس فيما يلي بعض الحالات الخاصة من خلال بعض الأمثلة المطولة.

**مثال 3:** وسط عازل عديم الفقد

إذا كان الوسط العازل في الشكل -7- من أجل  $z > 0$  عديم الفقد سماحيته النسبية  $\epsilon_r$ ، قارن خواص الموجة العابرة لهذا الوسط بخواص الموجة في الفضاء الحر. ناقش مصونية الاستطاعة عند السطح الفاصل. ماذا تستنتج؟

**الحل:**

إذا كان الوسط في الشكل -7- من أجل  $z > 0$  عديم الفقد، تكون الناقلية معدومة  $\sigma = 0$ ، وتكون النفوذية  $\mu = \mu_0$  والسماحية  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  أعداد حقيقية، فتصبح خواص الموجة في هذا الوسط مقارنة بخواص الموجة في الفضاء الحر على النحو التالي:

$$\gamma = jk = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} = jk_0\sqrt{\epsilon_r}$$

$$\eta = \frac{\omega\mu}{k} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

نلاحظ أن  $k$  و  $\eta$  عددين حقيقيين، وبالتالي  $\Gamma$  و  $T$  حقيقيان، وسرعة الطور في الوسط أبطأ من سرعة الضوء في الفضاء الحر، وطول الموجة أقصر.

لنحسب شعاع بوينتغ للموجة في كل من الوسطين (نرمز بإشارة - لشعاع بوينتغ في الوسط  $z < 0$ ، وإشارة + لشعاع بوينتغ في الوسط  $z > 0$ ).

$$\vec{S}^- = \vec{E}_1 \times \vec{H}_1^* = (\vec{E}_i + \vec{E}_r) \times (\vec{H}_i^* + \vec{H}_r^*)$$

$$\vec{S}^- = \hat{z} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2 + 2j\Gamma \sin(2k_0 z))$$

$$\vec{S}^+ = \vec{E}_t \times \vec{H}_t^* = \hat{z} |T|^2 \frac{|E_0|^2}{\eta} = \hat{z} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2)$$

لأن  $T = \frac{2\eta}{\eta + \eta_0}$  و  $\eta$  أعداد حقيقية.

نلاحظ أن  $\vec{S}^-$  عقدي، أي أن الاستطاعة مكونة من جزء حقيقي يدل على الاستطاعة المتوسطة المحمولة بالموجة المستقرة في الوسط الأول، ومن جزء تخيلي يعني أن هذا الجزء من الاستطاعة للموجة المستقرة يدل على الطاقة الرديّة المخزونة في الوسط.

لنتحقق من مصونية الاستطاعة عند السطح الفاصل  $z = 0$ : نلاحظ بسهولة أن  $\vec{S}^- = \vec{S}^+$  أي أن جريان الاستطاعة العقدية عبر السطح الفاصل مصونة، لأن الطاقة المخزونة لا تنتقل (لا ترسل). هذا ما يمكن استنتاجه إذا حسبنا جريان الاستطاعة المتوسطة للموجة في كل وسط عبر واحدة السطح ( $1 \text{ m}^2$ ):

$$P_{av}^- = \frac{1}{2} \Re\{\vec{S}^- \cdot \hat{z}\} = \frac{1}{2} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2)$$

$$P_{av}^+ = \frac{1}{2} \Re\{\vec{S}^+ \cdot \hat{z}\} = \frac{1}{2} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2) = P_{av}^-$$

أي أن جريان الاستطاعة الحقيقية مصون عبر السطح الفاصل.

## ملاحظة هامة جداً

حسبنا  $\vec{S}^-$  سابقاً بأخذ الحقول الكلية في الوسط  $z < 0$  حيث تتشكل الموجة المستقرة من تركيب الموجة الواردة والموجة المنعكسة. إذا حسبنا شعاع بوينتغ العقدي لكل من الموجة الواردة والموجة المنعكسة نجد:

$$\vec{S}_i = \vec{E}_i \times \vec{H}_i^* = \hat{z} \frac{|E_0|^2}{\eta_0}$$

$$\vec{S}_r = \vec{E}_r \times \vec{H}_r^* = -\hat{z} |\Gamma|^2 \frac{|E_0|^2}{\eta_0}$$

نلاحظ أن  $\vec{S}_i + \vec{S}_r \neq \vec{S}^-$ ، تعني هذه النتيجة أن الجداء الشعاعي للحقلين الكليين للموجة المستقرة يأخذ بعين الاعتبار الطاقة الرديّة المخزونة في الوسط الذي تتشكل فيه الموجة المستقرة، بينما تحليل شعاع بوينتغ لشعاعين، واحد للموجة الواردة وآخر للموجة المنعكسة، يعني أننا أخذنا بعين الاعتبار الاستطاعة المحمولة بكل موجة راحلة على حدى، بينما لدينا موجة مستقرة. لذلك كانت النتيجة صحيحة عندما قارنا الاستطاعة الحقيقية المتوسطة. هنا أيضاً يجب الانتباه إلى أن هذا لن يكون صحيحاً لو كان الوسط مع فقد كما سنرى في المثال التالي.

مثال 4: وسط ناقل جيد

حل نفس المثال السابق لكن الوسط في الشكل -7- من أجل  $z > 0$  هو ناقل جيد.

الحل:

وجدنا سابقاً أن:

$$\gamma \cong (1 + j) \frac{1}{\delta_s}$$

$$\eta \cong (1 + j) \frac{1}{\sigma \delta_s}$$

نلاحظ أن  $\gamma$  و  $\eta$  عددين عقديين، وبالتالي  $\Gamma$  و  $T$  عقديان. كما وجدنا أن الحقول تتخامد في الناقل مع سماكة القشرة  $\delta_s = 1/\alpha$ .

لنحسب شعاع بوينتغ للموجة في كل من الوسطين:

$$\vec{S}^-(z=0) = \hat{z} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2 + \Gamma - \Gamma^*)$$

$$\vec{S}^+ = \hat{z} |\Gamma|^2 \frac{|E_0|^2}{\eta^*} e^{-2\alpha z} = \hat{z} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2 + \Gamma - \Gamma^*) e^{-2\alpha z}$$

لأن  $\Gamma$  و  $T = \frac{2\eta}{\eta + \eta_0}$  أعداد عقديّة.

لنتحقق من مصونية الاستطاعة عند السطح الفاصل  $z = 0$ : نلاحظ بسهولة أن  $\vec{S}^- = \vec{S}^+$  أي أن جريان الاستطاعة العقدية عبر السطح الفاصل مصونة.

جريان الاستطاعة المتوسطة للموجة في كل وسط عبر واحدة السطح ( $1 \text{ m}^2$ ):

$$P_{av}^- = \frac{1}{2} \Re \{ \vec{S}^- \cdot \hat{z} \} = \frac{1}{2} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2)$$

$$P_{av}^+ = \frac{1}{2} \Re \{ \vec{S}^+ \cdot \hat{z} \} = \frac{1}{2} \frac{|E_0|^2}{\eta_0} (1 - |\Gamma|^2) e^{-2\alpha z}$$

نلاحظ أن الاستطاعة في الناقل الجيد تتخامد أسياً بمعامل  $e^{-2\alpha z}$ . وهذا ما أشرنا له سابقاً أن الحقول والاستطاعة تتلاشى في الناقل الجيد بعد انتشارها سماكات قشرة قليلة.

عند السطح الفاصل  $z = 0$ :  $P_{av}^+ = P_{av}^-$  أي أن جريان الاستطاعة الحقيقية مصون عبر السطح الفاصل.

## • مسألة محلولة 1

التيار السطحي هو أحد منابع الموجة المستوية. فإذا وجد تيار سطحي في المستوى  $z = 0$  في الفضاء الحر من الشكل  $\vec{J}_s = \hat{x}J_0$ :

1. أثبت أن  $\vec{J}_s$  يولد موجة مستوية مستقطبة خطياً وفق  $\hat{x}$  وتنتشر وفق  $\hat{z}$ .

يمكن أن يولد التيار السطحي في المستوى  $z = 0$  الذي يقسم الفضاء الحر وفق  $\hat{z}$ ، موجة مستوية تنتشر وفق  $-\hat{z}$  في الجزء من الفضاء الحر حيث  $z < 0$ ، وموجة مستوية تنتشر وفق  $\hat{z}$  في الجزء من الفضاء الحر حيث  $z > 0$ .

بما أنه لدينا تيار سطحي عند  $z = 0$ ، يجب أن يتحقق الشرط الحدي على المركبات المماسية للحقل المغناطيسي عند  $z = 0$ .

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \Rightarrow \hat{z} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \hat{x}J_0$$

حيث  $\hat{n} = \hat{z}$  شعاع الوحدة الناظم على المستوى  $z = 0$  والموجه من الوسط 1 وهو الجزء من الفضاء الحر حيث  $z < 0$ ، باتجاه الوسط 2 وهو الجزء من الفضاء الحر حيث  $z > 0$ .  $\vec{H}_1$  الحقل المغناطيسي في الوسط 1، و  $\vec{H}_2$  الحقل المغناطيسي في الوسط 2.

نلاحظ أنه حتى تتحقق العلاقة الشعاعية السابقة، يجب أن يكون  $\vec{H}$  باتجاه  $\hat{y}$ .

وبما أن الموجة مستوية، يجب أن يكون  $\vec{E}$  متعامداً مع كل من  $\vec{H}$  واتجاه الانتشار  $\hat{z}$  وفق العلاقة:

$$\vec{H} = \frac{\hat{z} \times \vec{E}}{\eta_0}$$

أي يجب أن يكون  $\vec{E}$  باتجاه  $\hat{x}$  وبالتالي نستنتج أن الموجة المستوية مستقطبة خطياً وفق  $\hat{x}$  وتنتشر وفق  $\hat{z}$ .

2. اكتب الحقليين الكهربائي والمغناطيسي بصيغة المطاور في كل وسط، بفرض:  $E_{01}$  مطال الحقل الكهربائي

في الفضاء الحر من أجل  $z < 0$ ،  $E_{02}$  مطال الحقل الكهربائي في الفضاء الحر من أجل  $z < 0$ .

في الفضاء الحر من أجل  $z < 0$ ، تنتشر الموجة باتجاه  $-\hat{z}$  لذلك نكتب:

$$\vec{E}_1 = \hat{x}E_{01} e^{jk_0z}$$

$$\vec{H}_1 = \frac{-\hat{z} \times \vec{E}_1}{\eta_0} = -\hat{y} \frac{E_{01}}{\eta_0} e^{jk_0z}$$

ونكتب في الفضاء الحر من أجل  $z > 0$ ، حيث تنتشر الموجة باتجاه  $\hat{z}$ :

$$\vec{E}_2 = \hat{x}E_{02} e^{-jk_0z}$$

$$\vec{H}_2 = \frac{\hat{z} \times \vec{E}_2}{\eta_0} = \hat{y} \frac{E_{02}}{\eta_0} e^{-jk_0z}$$

**3.** طَبِّق الشروط الحدية التي يجب أن يخضع لها كل من الحقلين الكهربائي والمغناطيسي عند  $z = 0$ . استنتج

$$E_{01} \text{ و } E_{02} \text{ بدلالة تيار المنبع } J_0.$$

يجب أن تكون المركبات المماسية للحقل الكهربائي مستمرة عند  $z = 0$ ، أي:

$$\hat{z} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \Rightarrow E_{1x} = E_{2x}|_{z=0} \Rightarrow E_{01} = E_{02}$$

وبما أنه لدينا تيار سطحي عند  $z = 0$ ، يجب أن يتحقق الشرط الحدي التالي على المركبات المماسية للحقل المغناطيسي:

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \Rightarrow \hat{z} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1)|_{z=0} = \hat{x}J_0$$

نجد بعد التعويض واعتبار أن  $E_{01} = E_{02}$ :

$$\hat{z} \times \hat{y} \frac{E_{02}}{\eta_0} - \hat{z} \times (-\hat{y}) \frac{E_{01}}{\eta_0} = \hat{x}J_0 \Rightarrow -\frac{E_{02}}{\eta_0} - \frac{E_{01}}{\eta_0} = J_0 \Rightarrow E_{01} = E_{02} = -\frac{\eta_0 J_0}{2}$$

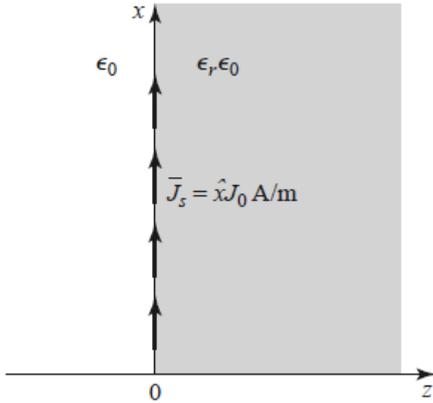
لاحظ أن هذه النتيجة هي شكل من أشكال قانون أوم، حيث يقدر الحقل الكهربائي بالـ  $V/m$ ، والممانعة الذاتية للفضاء الحر بالأوم  $\Omega$ ، وكثافة التيار السطحي  $J_0$  بالـ  $A/m$ .

## مسائل للحل

1. تنتشر موجة مستوية في وسط عازل عديم الفقد له السماحية النسبية  $\epsilon_r = 2.54$ ، يعطى الحقل الكهربائي اللحظي الحقيقي على الشكل:

$$\mathcal{E}_y = E_0 \cos(\omega t - kx)$$

ترددتها 2.4 GHz ومطالها 5 V/m . أوجد ما يلي: اتجاه انتشار الموجة؛ مطال واتجاه الحقل المغناطيسي للموجة؛ سرعة الطور، طول الموجة، فرق الطور للموجة بين الموضعين  $x_1 = 0.1$  m و  $x_2 = 0.15$  m.



2. ليكن التيار السطحي في المستوي  $z = 0$  من الشكل  $\vec{J}_s = \hat{y}J_0$  بين الفضاء الحر من أجل  $z < 0$ ، والعازل  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  من أجل  $z > 0$ ، كما في الشكل المقابل (انتبه! يجب استبدال علاقة التيار).

a. أثبت أن  $\vec{J}_s$  يولد موجة مستوية مستقطبة خطياً وفق  $\hat{y}$  وتنتشر وفق  $\hat{z}$ .

b. اكتب الحقلين الكهربائي والمغناطيسي بصيغة المطاور في كلّ وسط، بفرض:  $E_{01}$  مطال الحقل الكهربائي في الفضاء الحرّ من أجل  $z < 0$ ،  $E_{02}$  مطال الحقل الكهربائي في العازل من أجل  $z < 0$ .

c. طبق الشروط الحدّية التي يجب أن يخضع لها كل من الحقلين الكهربائي والمغناطيسي عند  $z = 0$ . استنتج  $E_{01}$  و  $E_{02}$  بدلالة تيار المنبع  $J_0$ .

3. موجة مستوية واردة مستقطبة خطياً باتجاه  $\hat{y}$  وتنتشر باتجاه  $\hat{z}$  في الفضاء الحرّ من أجل  $z < 0$ ، تواجه سطحاً فاصلاً عند  $z = 0$  مع وسط ناقل تام ( $\sigma \rightarrow \infty$ ).

a. استنتج خواص الناقل التام كحالة خاصة من الناقل الجيد: ثابت التخميد  $\alpha$ ، الممانعة الذاتية  $\eta$ ، سماكة القشرة  $\delta_s$ .

b. اكتب الحقلين الكهربائي والمغناطيسي بصيغة المطاور في كلّ وسط. ماذا نسمي الموجة الناتجة في الفضاء الحرّ؟

c. احسب الحقلين الكهربائي والمغناطيسي عند  $z = 0$ . ماذا نسمي السطح الفاصل في هذه الحالة؟

d. طبق الشروط الحدّية التي يجب أن يخضع لها كل من الحقلين الكهربائي والمغناطيسي عند  $z = 0$ . استنتج معامل الانعكاس ومعامل العبور عند  $z = 0$ . واستنتج التيار السطحي الناتج على السطح الفاصل عند  $z = 0$ .

e. احسب شعاع بوينتنغ في الفضاء الحرّ من أجل  $z < 0$ . ماذا تلاحظ؟ استنتج؟

**مذاكرة: علامة النجاح 6/10**

اختر الإجابة الصحيحة: درجة لكل سؤال

**1.** في وسط عازل عديم الفقد**a.** تكون السماحية حقيقية**b.** تكون النفوذية حقيقية**c.** تكون الناقلية معدومة**d.** كل الإجابات السابقة صحيحة

(التغذية الراجعة: راجع المحددات والعلاقات التكوينية.)

**2.** في الناقل التام**a.** تتخامد الحقول أسياً حسب سماكة القشرة**b.** تنتشر الحقول بدون تخميد**c.** تكون الحقول معدومة**d.** تكون العلاقات بين الحقول خطية

(التغذية الراجعة: راجع الحالة الخاصة من الشروط الحدية: سطح فاصل مع ناقل تام.)

**3.** عند عبور موجة مستوية لسطح فاصل بين وسطين عازلين**a.** تكون المركبة المماسية للحقل الكهربائي والمغناطيسي مستمرة**b.** تكون المركبة المماسية للحقل الكهربائي مستمرة**c.** تكون المركبة المماسية للحقل المغناطيسي مستمرة**d.** تكون المركبة الناعمة للحقل الكهربائي والمغناطيسي مستمرة

(التغذية الراجعة: راجع الحالة الخاصة من الشروط الحدية: سطح فاصل بين وسطين عازلين.)

**4.** عند ورود موجة من وسط عازل على ناقل تام**a.** تنعدم المركبة المماسية للحقل الكهربائي عند السطح الفاصل**b.** يتولد تيار سطحي عند السطح الفاصل**c.** لا تنعدم المركبة المماسية للحقل المغناطيسي عند السطح الفاصل**d.** كل الإجابات السابقة صحيحة

(التغذية الراجعة: راجع الحالة الخاصة من الشروط الحدية: سطح فاصل مع ناقل تام.)

**5. الموجة المستوية هي موجة**

- a.** تنتشر في مستوي فقط
- b.** تنتشر في الفضاء الحر فقط
- c.** مركبات الحقلين متعامدة وتقع في مستوي عمودي على اتجاه الانتشار
- d.** ممانعتها مختلفة عن الممانعة الذاتية للوسط  
(التغذية الراجعة: راجع الموجة المستوية في وسط عديم الفقد.)

**6. يكون ثابت الانتشار بالنسبة لموجة مستوية في وسط عازل مع فقد**

- a.** حقيقياً
- b.** عقدياً
- c.** مستقلاً عن التردد
- d.** معدوماً  
(التغذية الراجعة: راجع الموجة المستوية في وسط مع فقد.)

**7. الموجة المستقرة هي موجة**

- a.** تتشكل من موجتين راكبتين باتجاهين متعاكسين لهما نفس التردد
- b.** تتشكل من موجتين راكبتين باتجاهين متعاكسين بترددين مختلفين
- c.** تتشكل من موجتين راكبتين بنفس الاتجاه بترددين مختلفين
- d.** تتشكل من موجتين راكبتين بنفس الاتجاه لهما نفس التردد  
(التغذية الراجعة: يمكن جمع (تركيب) موجتين عندما يكون لهما نفس التردد فقط، بغض النظر عن اتجاه الانتشار. لذلك يمكن أن تنتشر أكثر من موجة في الفضاء الحر مثلاً عندما يكون تردد كل موجة مختلف عن الآخر. ولهذا السبب تتشكل الموجة المستقرة من تركيب موجتين واردة ومنعكسة (الانعكاس لا يغير من تردد الموجة)).

**8. استقطاب الموجة المنعكسة**

- a.** معاكس للموجة الواردة
- b.** مطابق للموجة الواردة
- c.** مختلف عن الموجة الواردة
- d.** مرتبط بالسطح العاكس  
(التغذية الراجعة: الانعكاس لا يؤثر على استقطاب الموجة.)

**9. يكون معامل الانعكاس عند السطح الفاصل بين وسطين عديمي الفقد**

- a.** حقيقياً
- b.** عقدياً
- c.** مستقلاً عن التردد

**d.** معدوماً

(التغذية الراجعة: راجع المثال 3.)

**10.** تتحدد كمية الاستطاعة المستقبلية

**a.** بمساحة سطح المستقبل بصرف النظر عن وضعية شعاع بوينتنغ بالنسبة للسطح

**b.** بوضعية شعاع بوينتنغ بالنسبة للسطح المستقبل بصرف النظر عن مساحته

**c.** بمساحة سطح المستقبل ووضعية شعاع بوينتنغ بالنسبة للسطح

**d.** بالاستطاعة الكلية المشعة فقط

(التغذية الراجعة: تحدد طول شعاع بوينتنغ كثافة الاستطاعة المشعة بوحدة السطح، لذلك يحدد سطح

المستقبل كمية الاستطاعة المستقبلية؛ كما أن اتجاه شعاع بوينتنغ يدل على اتجاه جريان هذه الاستطاعة في

الفضاء، لذلك عندما يكون شعاع بوينتنغ عمودياً على سطح المستقبل تكون كمية الاستطاعة المستقبلية

أعظمية لأن تدفق الاستطاعة عبر السطح يكون أعظمية.)

السؤال	الجواب
1	d
2	c
3	a
4	d
5	c
6	b
7	a
8	b
9	a
10	c



الفصل الخامس:

نظرية وأنواع خطوط النقل

**Transmission Line Theory and Types**

## الكلمات المفتاحية:

البعد الكهربائي Electrical size، خط النقل Transmission Line، عناصر مجمعة Lumped elements، عناصر موزعة Distributed elements، الممانعة المميّزة Characteristic Impedance، خط النقل عديم الفقد Lossless Transmission Line، الحمل الموافق Matched load، الأمواج المستقرة Standing waves، موجة عرضانية TEM، نقل الاستطاعة العظمى Maximum power transfer، الموافقة المرافقة Matching Conjugate.

## ملخص:

نتعرف في هذا الفصل على ظاهرة الموجة في خطوط النقل، بطريقة مشابهة لظاهرة انتشار الموجة الكهرطيسية في الفضاء الحر أو أي وسط مادي التي قدمناها في الفصل السابق، بهدف فهم الآلية التي سنتعامل بها مع خطوط النقل كعناصر موزعة في دارة، لها ممانعات عقدية تتبع لطول خط النقل وللتردد (أو طول الموجة)، ويهدف فهم خواص الأنواع المختلفة لخطوط النقل.

## أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- الفروق المفتاحية بين نظرية الدارات الكهرطيسية ونظرية خطوط النقل
- خطوط النقل كعناصر موزعة في دارة
- مفهوم الممانعة المميزة وممانعة الدخل لخط نقل
- الأمواج المستقرة وخواصها على خط النقل
- نظرية نقل الاستطاعة العظمى ومختلف أشكال الاستطاعة في دارة كهرطيسية تحتوي على خط نقل
- أنواع خطوط النقل ودلائل الموجة وخواصها وتطبيقاتها العملية.

تستخدم خطوط النقل بشكل عام لإرسال الطاقة الكهربائية ولإشارات من نقطة لأخرى، وتحديدًا من منبع إلى حمل. يمكن أن نذكر بعض الأمثلة على ذلك: الوصلة بين المرسل والهوائي في نظام اتصالات، الوصلات بين الحواسيب في شبكة، الوصلات بين محطة لتوليد الطاقة الكهربائية، والمحطات التي توزع الطاقة. من الأمثلة المألوفة لدينا أيضاً، الوصلات بين نظام ستريو، والمألوف بدرجات أقل، الوصلات بين العناصر في دارة تعمل عند الترددات العالية.

ما هو مشترك بين كل الأمثلة السابقة، أن الأجهزة والعناصر التي يتم وصلها، تفصل بينها مسافات من رتبة طول الموجة أو أكثر بكثير، في أنه بالنسبة لطرق تحليل الدارات الأساسية، تكون أطوال الوصلات بين العناصر مهمة. يسمح لنا هذا الشرط على سبيل المثال، أن نعتبر الجهد بين طرفي مقاومة على توافق في الطور مع جهد المنبع. وبشكل عام، الزمن المقاس عند المنبع هو نفسه الزمن المقاس عند النقاط الأخرى في الدارة. عندما تكون المسافات كبيرة بين المنبع والمستقبل، يصبح لزمان التأخير تأثير ملحوظ، يؤدي إلى تأخير في الطور بين الجهود في نقاط مختلفة من الدارة. باختصار، نتعامل في هذه الحالة مع ظاهرة الموجة في خط النقل، تماماً كما تعاملنا مع موجة تنتشر من نقطة إلى أخرى في الفضاء الحر أو في أي وسط عازل.

العناصر الأساسية في دارة، مثل المقومات والملفات والمكثفات، والوصلات بينها، تعتبر عادة **عناصر مجمعة** (في نقطة) **lumped elements**، وذلك بالنسبة لنظرية الدارات الكهربائية، إذا كان **زمن التأخير** عند عبور إشارة ما هذه العناصر **مهملًا**. على الجانب الآخر، إذا كانت العناصر أو الوصلات بينها كبيرة كفاية (بمفهوم الطول الكهربائي -راجع الفصل الثالث-)، يصبح من الضروري اعتبار هذه العناصر موزعة **distributed elements**. يعني ذلك أن قيمة المقاومة أو الملف أو المكثف يصبح تقديرها بوحدة الطول أو المسافة. تتمتع خطوط النقل بهذه الخاصية بشكل عام، وتصبح كعنصر في دارة بحد ذاتها، تملك محددات تمثلها، كالممانعة، تساهم في الدارة الكلية. تنص القاعدة الأساسية على أن العناصر تكون موزعة إذا كان زمن التأخير الناتج عن الانتشار عبر العنصر من رتبة أقصر مجال زمني يجري دراسة الدارة خلاله. في حالة تغيرات مع الزمن من الشكل الجيبي (أو التوافقي harmonic)، يفقد هذا الشرط إلى فرق في الطور قابل للقياس بين طرفي العنصر المدروس.

هناك تماثل مباشر بين خط النقل المنتظم والموجة المستوية المنتظمة كما سنرى، مما يسمح بتطبيق ما درسناه عن الموجة المستوية على خطوط النقل. رأينا أنه من أجل موجة مستوية منتظمة، يكون توزيع حقول الموجة (وهي حقول منتظمة) في مستوي عمودي على اتجاه الانتشار، نسميه المستوي العرضاني Transverse، ونسمي الموجة المستوية بالموجة العرضانية Transverse ElectroMagnetic TEM wave، وسنرى أن الموجة في خطوط النقل هي موجة عرضانية TEM، أي أن الحقول تتوزع في مستوي عرضاني، عمودي على اتجاه الانتشار باتجاه طول خط النقل. الفرق الوحيد هو أنه على خط النقل يمكن تعريف جهد وتيار، وليس حقل كهربائي أو مغناطيسي. ومن أجل هذه المقادير، الجهود والتيارات، سوف نكتب المعادلات، ونوجد حلول لها، ونعرف ثابت الانتشار، ومعامل الانعكاس، وممانعة الدخل، والاستطاعة على خط النقل.

سوف نهتم بخطوط النقل المستخدمة في تطبيقات الترددات العالية، الراديوية RF والمكروية Microwaves، لذلك نذكر أولاً بالمفهوم الهام وهو البعد الكهربائي، أي أبعاد خط النقل أو الدارة بشكل عام بالنسبة لطول الموجة.

## 1. البعد الكهربائي Electrical size

يقابل العمل ضمن مجال الأمواج الميكروية (Microwaves) ترددات تتراوح بين الراديوية ( $10^8 \text{ Hz}$ ) و  $300 \text{ MHz}$  ( $3 \times 10^{11} \text{ Hz}$ ) والميكروية  $300 \text{ GHz}$  ( $3 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ) أو ما يكافئ ذلك من طول موجة wavelength بين  $1 \text{ m}$  و  $1 \text{ mm}$  على الترتيب.

ويسبب الترددات العالية (أو أطوال الموجة القصيرة)، لا يمكن تطبيق مفاهيم الدارات الكهربائية مباشرة على خطوط النقل وغيرها من الدارات التي تعمل عند الترددات العالية، فنظرية الدارات الكهربائية ما هي إلا تقريب أو حالة خاصة من نظرية الأمواج الكهرومغناطيسية المبنية على معادلات ماكسويل Maxwell's Equations. ينتج عن طول الموجة القصير عند الترددات العالية، وهو ما يكون من رتبة أبعاد الدارة، تغيرات لطور الجهد أو التيار على امتداد الدارة، بينما يسمح طول الموجة الكبير عند الترددات المنخفضة بإهمال تغيرات الطور على امتداد الدارة المهمل أمام طول الموجة.

نستنتج من ذلك أن البعد الكهربائي، أي امتداد الدارة باتجاه انتشار الموجة الكهرومغناطيسية بالنسبة لطول الموجة، يحدد طبيعة عناصر الدارة، فنقول أن عناصر الدارة مجمعة Lumped-elements أو موزعة Distributed-elements بحسب البعد الكهربائي وتغيرات الطور للجهود والتيارات على امتداد الدارة - كما ذكرنا في المقدمة.

حتى يتكون لدينا تصور عن البعد الكهربائي لدارة، نأخذ المثال العددي التالي لنقارن طول الموجة عند تردد

$$\lambda_1 = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{50 \times 10^3 \text{ Hz}} = 6 \text{ km} \quad f_1 = 50 \text{ kHz} \text{ يكون طول الموجة}$$

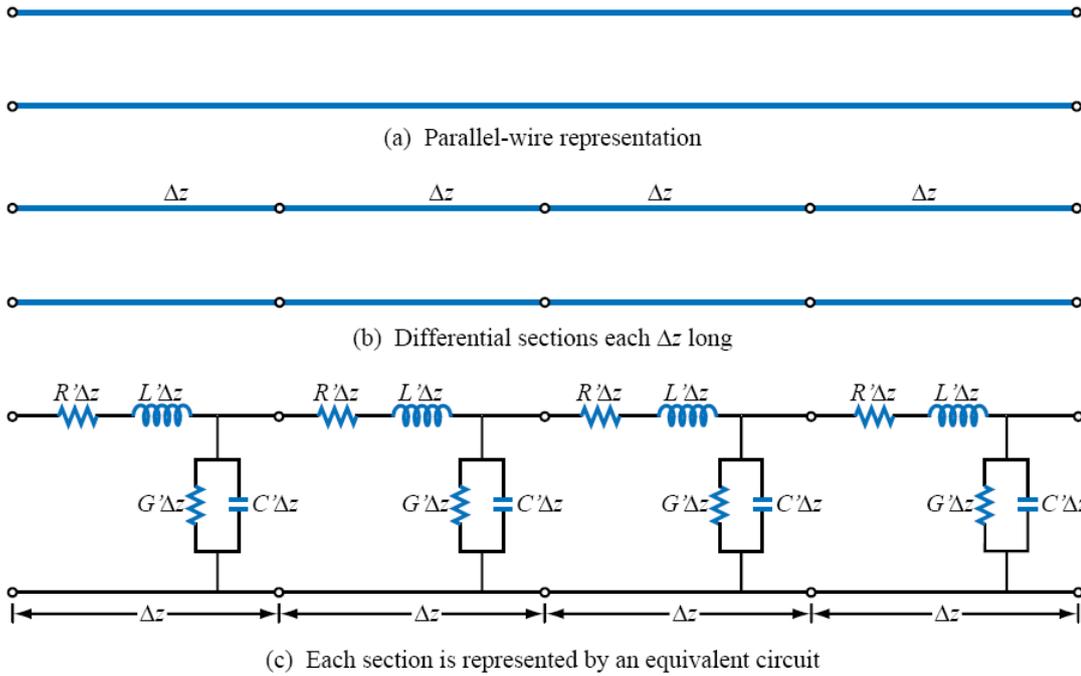
$$\lambda_2 = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{50 \times 10^9 \text{ Hz}} = 6 \text{ mm} \quad f_2 = 50 \text{ GHz} \text{ يكون طول الموجة}$$

نلاحظ أنه عند التردد  $f_1$  تكون أبعاد الدارة مهملة أمام طول الموجة  $\lambda_1 = 6 \text{ km}$ ، بينما تكون أبعاد الدارة من

$$\text{رتبة طول الموجة } \lambda_2 = 6 \text{ mm} \text{ عند الترددات العالية مثل } f_2.$$

لذلك نطبق نظرية الدارات الكهربائية كتقريب لنظرية الكهرومغناطيسية عند الترددات المنخفضة حيث تكون أبعاد الدارة مهملة أمام طول الموجة، ونطبق نظرية الكهرومغناطيسية (أو تحليل الحقول) عند الترددات العالية حيث تكون أبعاد الدارة من رتبة طول الموجة.

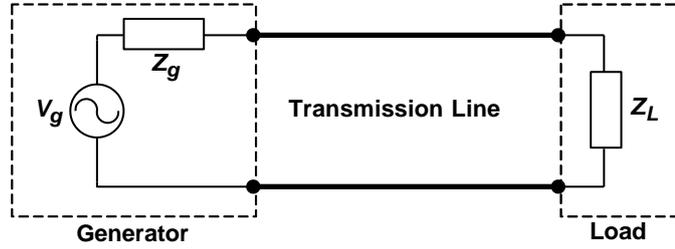
تربط نظرية خطوط النقل بين النظريتين، بحيث نستخدم نظرية الحقول للحصول على المحددات المميزة والدارة المكافئة لخط نقل، ثم نتعامل مع خط النقل كعنصر في دارة نطبق عليها نظرية الدارات.



الشكل 2: (a) - التمثيل الكهربائي لخط النقل، (b) - تجزئة خط النقل إلى أجزاء بأطوال  $\Delta z$  متناهية في الصغر، (c) - الدارة الكهربائية المكافئة لخط النقل بعناصر مجمعة.

## 2. النموذج الكهربائي لخط النقل The lumped element circuit model

يبين الشكل 1 دائرة تمثل المسألة الهندسية التَّموذجية لاستخدام خط النقل كوسط انتشار يسمح بنقل الإشارة من المولد (أو المنبع) إلى الحمل (Load)، حيث يمثل خط النقل جزء الدارة الذي يربط المولد بالحمل.

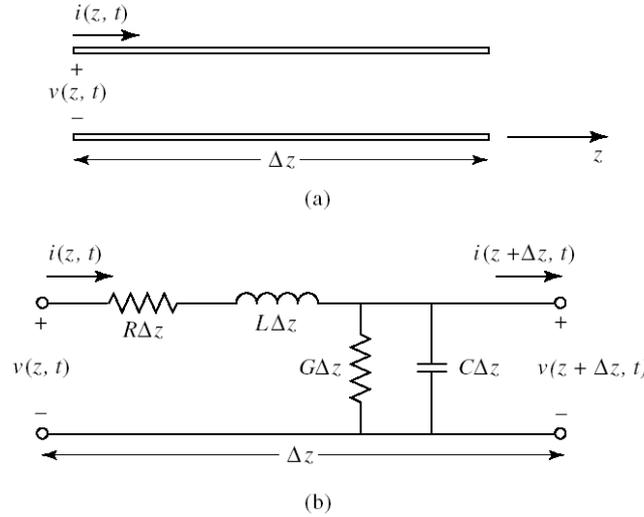


الشكل 1: المسألة الهندسية التَّموذجية لاستخدام خط النقل

يتكون أي خط نقل من ناقل وعازل، ويكون التمثيل الكهربائي لخط النقل بسلكين ناقلين متوازيين يفصل بينهما الوسط العازل كما في الشكل a-2.

لإيجاد دارة كهربائية مكافئة مكونة من عناصر مجمعة (R,L,G,C)، بحيث يمكن تطبيق نظرية الدارات الكهربائية المعروفة عليها، يجب تجزئة خط النقل ذي الطول  $l$  إلى أجزاء بأطوال  $\Delta z$  متناهية في الصغر وتحقق الشرط  $\Delta z \ll \lambda$  كما في الشكل b-2، بحيث يمكن تمثيل كل جزء  $\Delta z$  بدارة كهربائية مكافئة من الشكل c-2. بما أن خط النقل مكون من ناقل وعازل، فالناقل يمكن تمثيله في الدارة الكهربائية المكافئة بمقاومة  $R$  بوحدة الطول ( $\Omega/m$ ) مربوطة على التسلسل مع وشيعة  $L$  بوحدة الطول ( $H/m$ )، والعازل يمكن تمثيله بناقلية  $G$  بوحدة الطول ( $S/m$ )، مربوطة على التفرع مع مكثف  $C$  بوحدة الطول ( $F/m$ )، تمثل  $R$  الفقد في الناقل وتمثل  $G$  الفقد في العازل، وبالتالي يمكن تمثيل خط النقل ذي الطول  $l$  بسلسلة من الدارات الكهربائية المكافئة للأجزاء  $\Delta z$  المتتالية كما في الشكل c-2.

الآن يمكن تطبيق نظرية الدارات الكهربائية على الدارة في الشكل c-2 الممثلة لمقطع  $\Delta z$  من خط النقل لإيجاد العلاقة بين الجهود والتيارات بين طرفي المقطع، مع ملاحظة أن هذه الجهود والتيارات تتغير مع المسافة والزمن بين دخل المقطع وخرجه كما في الشكل 3.



الشكل 3: تعريف الجهود والتيارات بين دخل المقطع  $\Delta z$  من خط النقل وخرجه

$\mathbf{i}(z, t)$  و  $\mathbf{v}(z, t)$  لتمثيل التغيرات بالنسبة للمسافة والزمن للجهود والتيارات على طول خط النقل المنتظم، ونهتمّ عملياً بالتغيّرات الجيبية مع الزمن وباعتماد التمثيل الطوري Phase representation (أو صيغة المطاور phasor form) للجهود والتيارات.

تكتب الجهود والتيارات من أجل تغيّرات جيبية مع الزمن على الشكل التالي (باستخدام علاقة Euler المعروفة بالشكل  $e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$ ):

$$\mathbf{v}(z, t) = \mathcal{R}\{V(z)e^{j\omega t}\}$$

$$\mathbf{i}(z, t) = \mathcal{R}\{I(z)e^{j\omega t}\}$$

حيث يعبر كلٌّ من  $V(z)$  و  $I(z)$  عن التغيّرات في المطال (amplitude) للجهود والتيارات وهي عبارة عن توابع عقدية للمسافة لها طويلة magnitude وطور phase. نسمي كلاً من  $V(z)$  و  $I(z)$  بالمطاور (phasor).

### 3. انتشار الموجة على خط النقل Wave Propagation on a Transmission Line

باعتقاد الدارة المكافئة في الشكل 3 لمقطع من خط النقل بطول  $\Delta z$ ، وباعتماد صيغة المطاور للجهد والتيارات، وبتطبيق قانوني كيرشوف للجهد Kirchhoff's voltage law والتيار Kirchhoff's current law، نتوصل إلى المعادلتين التاليتين:

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L) I(z)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C) V(z)$$

لاحظ التماثل بين هاتين المعادلتين، وبين معادلتى ماكسويل في وسط مع فقد -راجع الفصل الرابع-:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = (j\omega\epsilon + \sigma)\vec{E}$$

فإذا فرضنا أن للحقل الكهربائي مركبة وحيدة باتجاه  $\hat{x}$  ومنتظم وفق  $x$  و  $y$ ، نحصل على معادلتى ماكسويل من الشكل:

$$\frac{dE_x}{dz} = -j\omega\mu H_y$$

$$\frac{dH_y}{dz} = -(j\omega\epsilon + \sigma)E_x$$

المماثلتين لمعادلتى الجهد والتيار.

وكما استنتجنا معادلة الموجة للحقلين الكهربائي والمغناطيسي، يمكن استنتاج معادلة الموجة للجهد والتيار على خط النقل لنحصل على:

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0$$

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0$$

حيث يمثل  $\gamma$  ثابت الانتشار العقدي لموجة الجهد وموجة التيار على طول خط النقل، وتعطى قيمته بالعلاقة التالية:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

وبنفس الطريقة التي حصلنا فيها على حل الموجة المستوية، تقبل كل من معادلتنا للموجة للجهد والتيار على خط النقل حلاً على شكل أمواج راحلة (Traveling waves) تنتشر على طول خط النقل في اتجاهين متعاكسين، ونكتب:

$$V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z}$$

$$I(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z}$$

أي أن فرق الجهد  $V(z)$  بين الناقلين في كل نقطة  $z$  من خط النقل هو محصلة موجتين: موجة راحلة  $V_0^+ e^{-\gamma z}$  تنتشر باتجاه  $+z$  وأخرى  $V_0^- e^{\gamma z}$  تنتشر باتجاه  $-z$  وكذلك بالنسبة للتيار  $I(z)$  المار بالناقل.

نحصل على فرق الجهد الحقيقي كتابع للموضع وللزمن بتحويل صيغة المطاور  $V(z)$  على الشكل:

$$v(z, t) = \mathcal{Re}(V(z)e^{j\omega t}) = \mathcal{Re}(V_0^+ e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} e^{j\omega t}) + \mathcal{Re}(V_0^- e^{\alpha z} e^{j\beta z} e^{j\omega t})$$

$$v(z, t) = |V_0^+| e^{-\alpha z} \mathcal{Re}(e^{j(\omega t - \beta z + \phi^+)}) + |V_0^-| e^{\alpha z} \mathcal{Re}(e^{j(\omega t + \beta z + \phi^-)})$$

$$v(z, t) = |V_0^+| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi^+) + |V_0^-| e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \phi^-)$$

تمثل هذه النتيجة -كما رأينا سابقاً- موجة راحلة أمامية تنتشر باتجاه  $+z$ ، لها سرعة طور  $v_p = \frac{\omega}{\beta}$  وطول موجة  $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ ، ومعامل تخميد أسي  $e^{-\alpha z}$  للمطال بسبب الفقد. وموجة راحلة خلفية باتجاه  $-z$  مع معامل تخميد أسي  $e^{\alpha z}$ .

## 4. الممانعة المميزة لخط النقل Characteristic Impedance of a Transmission Line

بتعويض الحل  $V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z}$  في المعادلة

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L) I(z)$$

نحصل على التيار  $I(z)$  من الشكل:

$$I(z) = \frac{\gamma}{R + j\omega L} (V_0^+ e^{-\gamma z} - V_0^- e^{\gamma z})$$

ونستنتج أنّ كلاً من الموجتين الراحلتين للجهد والتيار ترتبطان بممانعة:

$$Z_0 = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

مشابهة في مفهومها لممانعة الموجة المستوية في الوسط التي تربط بين الحقلين الكهربائي والمغناطيسي لموجة راحلة تنتشر في الوسط باتجاه معين.

نسّمى الممانعة  $Z_0$  بالممانعة المميزة لخط النقل Characteristic Impedance وترتبط الجهد والتيار لموجة راحلة على طول خط النقل كما يلي:

$$Z_0 = \frac{V_0^+}{I_0^+} = -\frac{V_0^-}{I_0^-}$$

أي أنّ مفهوم الممانعة المميزة مرتبطة بمفهوم موجة مستوية TEM راحلة تنتشر باتجاه معين، فتربط  $Z_0$  بين موجتي الجهد والتيار الراحلتين في الاتجاه  $+z$  كما تربط بين موجتي الجهود التيار الراحلتين في الاتجاه  $-z$ .

إذن يمكن كتابة موجة التيار على الشكل:

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma z}$$

**ملاحظة:** ممانعة الموجة المستوية هي نفسها ممانعة الوسط الذاتية، تتبع قيمتها لمحددات الوسط. بالنسبة للممانعة المميزة لخط النقل، تتحدد قيمتها بخواص الناقل والعازل المكونين لخط النقل عن طريق قيم العناصر المجمععة ( $R, L, G, C$ ) بوحدة الطول والتي تتبع للشكل الهندسي لخط النقل أيضاً.

## 5. خط النقل عديم الفقد Lossless Transmission Line

تمثل النتائج التي حصلنا عليها الحالة العامة لخط النقل مع فقد، ورأينا أن ثابت الانتشار يكون عقدياً، وكذلك الممانعة المميزة لخط النقل. لكن في الكثير من الحالات العملية، ومع تطور علوم المواد وتقانات التصنيع، يمكن إهمال الفقد في خط النقل الناتج عن الناقل أو العازل، أي يمكن اعتبار  $R = G = 0$ ، وتصبح النتائج على النحو التالي:

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{LC}$$

أي

$$\beta = \omega\sqrt{LC}$$

$$\alpha = 0$$

كما هو متوقع، في خط نقل عديم الفقد يكون ثابت التخميد معدوماً، ويمثل  $\beta$  ثابت انتشار الطور. وتصبح الممانعة المميزة لخط نقل عديم الفقد:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

وهي الآن ممانعة حقيقية. يكتب الحل العام للموجة على خط نقل عديم الفقد على الشكل:

$$V(z) = V_0^+ e^{-j\beta z} + V_0^- e^{j\beta z}$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{j\beta z}$$

سرعة الطور.

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

وهي مستقلة عن التردد بالنسبة لموجة مستوية - كما رأينا - لأن  $\beta$  تابع خطي للتردد. وطول الموجة

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{f\sqrt{LC}} = \frac{v_p}{f}$$

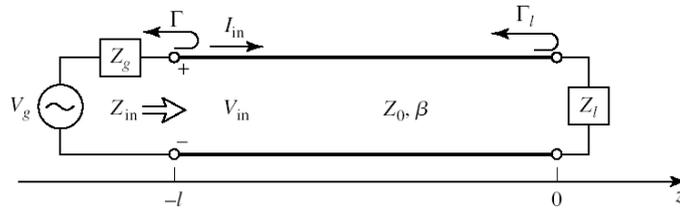
## 6. خط النقل ضمن دائرة Transmission line in a circuit

ذكرنا سابقاً أن الشكل 1 يبين استخدام خط النقل بين مولد وحمل في دائرة تمثل المسألة الهندسية النموذجية لنقل إشارة. سنعالج الحالات المختلفة وندرس مبدأ العمل في كل حالة. نفرض أن خط النقل عديم الفقد، دون أن يؤثر ذلك على عمومية المسألة.

### • انعكاس موجة على خط النقل Wave reflection on a transmission line

لتكن الدارة في الشكل 4 المكونة من خط نقل عديم الفقد يصل بين منبع  $V_g$  ممانعته الداخلية  $Z_g$  وحمل  $Z_L$ . يتميز خط النقل عديم الفقد كعنصر في دائرة بالمحددات الثلاثة التالية:  $Z_0$  الممانعة المميزة (حقيقية)؛  $\beta$  ثابت انتشار الطور ( $\gamma = j\beta$ )؛  $l$  الطول الفيزيائي.

نفرض أن موجة  $V_0^+ e^{-j\beta z}$  واردة من المولد على خط النقل، تنتشر باتجاه  $+z$ ، ولندرس انتشار الموجة على خط النقل المنتهي بالحمل ذي الممانعة  $Z_L$  المختلفة عن الممانعة المميزة لخط النقل  $Z_0$ .



الشكل 4: المسألة الهندسية النموذجية لخط النقل

رأينا أن  $Z_0$  تمثل، بالنسبة لهذه الموجة الواردة، نسبة الجهد إلى التيار، بينما تمثل  $Z_L$  -كعنصر مجمع- نسبة الجهد إلى التيار عند الحمل، لذلك تتولد موجة منعكسة عند الحمل بمطال مناسب لتحقيق هذا الشرط ويصبح بالإمكان كتابة الجهد الكلي على خط النقل، عند كل موضع  $z$ ، كترتيب لموجتين واردة ومنعكسة، أي:

$$V(z) = V_0^+ e^{-j\beta z} + V_0^- e^{j\beta z}$$

بشكل مشابه، يمكن كتابة التيار الكلي على الخط كما يلي:

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{j\beta z}$$

**ملاحظة هامة:** من الآن فصاعداً يجب التمييز بين موجة جهد راحلة (واردة أو منعكسة) تنتشر على خط النقل، وبين جهد كلي ناتج عن تركيب الموجتين الواردة والمنعكسة عند الموضع  $z$  على خط النقل. عند الحمل، أي عند  $z = 0$ ، يجب أن تكون نسبة الجهد الكلي  $V(z)$  إلى التيار الكلي  $I(z)$  مساوية لممانعة الحمل، أي:

$$Z_L = \frac{V(z=0)}{I(z=0)} = \frac{V_0^+ + V_0^-}{V_0^+ - V_0^-} Z_0$$

ويمكن إذن أن نكتب مطال الموجة المنعكسة  $V_0^-$  بدلالة مطال الواردة  $V_0^+$  على الشكل:

$$V_0^- = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} V_0^+$$

نعرف نسبة  $V_0^-$  إلى  $V_0^+$  بمعامل انعكاس الجهد Voltage Reflection Coefficient عند الحمل، ونكتب:

$$\Gamma_L = \Gamma|_{z=0} = \frac{V_0^-}{V_0^+} \Big|_{z=0} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

لاحظ أن  $|\Gamma_L| \leq 1$  عندما يكون الحمل  $Z_L$  مكوناً من عناصر مجمعة  $R, L, C$ . ويكون  $|\Gamma_L| = 1$  عندما ينتهي خط النقل بدارة مقصورة  $Z_L = 0$  أو مفتوحة  $Z_L \rightarrow \infty$ . نكتب الجهد الكلي والتيار الكلي على خط النقل على الشكل التالي:

$$V(z) = V_0^+ (e^{-j\beta z} + \Gamma_L e^{j\beta z})$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - \Gamma_L e^{j\beta z})$$

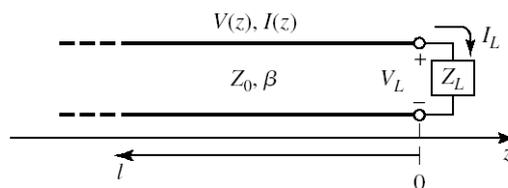
نلاحظ أن كلاً من الجهد الكلي والتيار الكلي تركيب لموجتين واردة ومنعكسة على خط النقل، تدعى هذه الأمواج بالأمواج المستقرة Standing waves على خط النقل. سندرس في الفقرة التالية خواص هذه الموجة.

#### • الأمواج المستقرة على خط النقل Standing waves on a transmission line

تتشكل الموجة المستقرة على خط النقل عندما يحدث انعكاس، أي عندما تكون ممانعة الحمل مختلفة عن الممانعة المميزة لخط النقل، أي  $Z_L \neq Z_0$ . لاحظ أن هذه الحالة تماثل حالة انتشار موجة في وسطين مختلفين حيث يحدث الانعكاس عند السطح الفاصل بينهما.

الحالة الوحيدة التي لا تتشكل فيها موجة مستقرة على خط النقل هي عندما لا يحدث انعكاس، أي  $Z_L = Z_0$  أو  $\Gamma_L = 0$ ، نسمي الحمل في هذه الحالة الحمل الموافق (Matched load)، وتكون هناك موجة راحلة باتجاه واحد على خط النقل هي الموجة الواردة .

عندما يكون عدم موافقة (Mismatching) بين خط النقل والحمل تتشكل موجة مستقرة، وتكون طويلة الجهد غير ثابتة على طول خط النقل. بفرض إذن أن  $\ell = -z$  المسافة الموجية المقاسة اعتباراً من الحمل عند  $\ell = z = 0$  كما في الشكل 5، وبفرض أن معامل الانعكاس عند الحمل  $\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\theta}$  (معامل الانعكاس عقدي لأنه يمكن أن يكون للحمل بشكل عام ممانعة عقدية)، يمكن حساب طويلة موجة الجهد المستقرة على خط النقل كما يلي:



الشكل 5: خط نقل ينتهي بحمل

$$|V(z)| = |V_0^+| |e^{-j\beta z} + \Gamma_L e^{j\beta z}|$$

$$|V(\ell)| = |V_0^+| |e^{j\beta\ell} + |\Gamma_L| e^{j\theta} e^{-j\beta\ell}|$$

$$|V(\ell)| = |V_0^+| |e^{j\beta\ell}| |1 + |\Gamma_L| e^{j\theta} e^{-2j\beta\ell}|$$

$$|V(\ell)| = |V_0^+| |1 + |\Gamma_L| e^{j(\theta-2\beta\ell)}|$$

حيث  $|e^{j\beta\ell}| = 1$ . تبين هذه النتيجة أن مطال الجهد  $|V(\ell)|$  يتغير مع الموضع  $\ell$  (المسافة الموجية المقاسة اعتباراً من الحمل) على طول خط النقل، ويهتز بين قيمتين عظمى وصغرى، تكون قيمة مطال الجهد عظمى عندما يكون لدينا  $e^{j(\theta-2\beta\ell)} = 1$  أي:

$$V_{max} = |V_0^+| (1 + |\Gamma_L|)$$

وتكون قيمة مطال الجهد صغرى من أجل  $e^{j(\theta-2\beta\ell)} = -1$  أي:

$$V_{min} = |V_0^+| (1 - |\Gamma_L|)$$

نسمي النسبة

$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

نسبة أمواج الجهد المستقرة Voltage Standing Wave Ratio.

لاحظ أن VSWR هو عدد حقيقي موجب وأن  $VSWR \geq 1$ . تذكر أن  $|\Gamma_L| \leq 1$ .

• خواص الموجة المستقرة على خط النقل Standing wave properties on a transmission line

**a.** نلاحظ من العلاقة

$$|V(\ell)| = |V_0^+| |1 + |\Gamma_L| e^{j(\theta-2\beta\ell)}|$$

أن طويلة موجة الجهد المستقرة على خط النقل دورية وتتغير بدور مقداره:

$$2\beta\ell = 2\pi \rightarrow \ell = \frac{2\pi}{2\beta} = \frac{\pi}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{2}$$

أي أن القيمة العظمى  $V_{max}$  (أو القيمة الصغرى  $V_{min}$ ) تتكرر كل  $\lambda/2$  في حين تكون المسافة الفاصلة بين  $V_{max}$  و  $V_{min}$  تساوي  $\lambda/4$ ، حيث  $\lambda$  طول الموجة على خط النقل.

**b.** نلاحظ من العلاقة

$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

أن  $VSWR = 1$  عندما  $\Gamma_L = 0$ ، أي أن خط النقل ينتهي بحمل موافق  $Z_L = Z_0$  (لا يوجد انعكاس). ويكون لدينا في هذه الحالة على طول خط النقل  $V_{max} = V_{min} = |V_0^+|$  وهذه الطويلة ثابتة على طول خط النقل لأنه عديم الفقد.

وأن  $VSWR \rightarrow \infty$  عندما  $|\Gamma_L| = 1$ ، أي أن خط النقل ينتهي بدارة مقصورة  $Z_L = 0$  أو مفتوحة  $Z_L \rightarrow \infty$ .

#### • مفهوم ممانعة الدخل لخط النقل Input impedance concept of a transmission line

عرفنا معامل الانعكاس  $\Gamma_L$  على أنه نسبة الموجة المنعكسة إلى الواردة عند الحمل. يمكن تعميم ذلك إلى أي موضع  $z$  على خط النقل، ويصبح معامل الانعكاس تابع للموضع من الشكل

$$\Gamma(z) = \frac{V_0^- e^{j\beta z}}{V_0^+ e^{-j\beta z}} = \frac{V_0^-}{V_0^+} e^{2j\beta z} = \Gamma_L e^{2j\beta z}$$

وهو تابع دوري تتكرر قيمه كل  $2\beta z = 2\pi$ ، أو كل  $\lambda/2$ . وبما أن معامل الانعكاس عند أي موضع  $z$  على خط النقل مرتبط بالممانعة  $Z(z)$  عند نفس الموضع بالعلاقة:

$$\Gamma(z) = \frac{Z(z) - Z_0}{Z(z) + Z_0}$$

نستنتج أن الممانعة عند أي موضع  $z$  على خط النقل تكون من الشكل

$$Z(z) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

أي أن الممانعة على خط النقل تتكرر كل  $\lambda/2$ . فالممانعة  $Z(z = 0) = Z_L$  والممانعة  $Z(z = -\lambda/2) = Z_L$ .

ونستنتج من ذلك أيضاً مفهوم ممانعة الدخل لخط النقل كما يلي. عند دخل خط النقل، أي عند  $z = -\ell$ ، يمكن أن نكتب:

$$\Gamma(z = -\ell) = \Gamma_{in} = \Gamma_L e^{-2j\beta\ell}$$

أي أن معامل الانعكاس عند دخل خط النقل يكون متأخراً في الطور عن معامل الانعكاس عند الحمل بمقدار  $2\beta\ell$ . نسمي الطور:

$$\beta\ell = \frac{2\pi}{\lambda} \ell = 2\pi \frac{\ell}{\lambda}$$

الطول الكهربائي Electrical length لخط النقل ويقدر بالراديان (أو بالدرجات). إنه يعبر عن الطول

الفيزيائي لخط النقل بالنسبة لطول الموجة المنتشرة على خط النقل، بعد ضرب هذه النسبة بالطور  $2\pi$ . يعني ذلك أن معامل الانعكاس عند دخل خط النقل  $\Gamma_{in}$  يتأخر في الطور عن معامل الانعكاس عند الحمل بمقدار ضعف الطول الكهربائي لخط النقل. تفسير ذلك أن الموجة المنعكسة عندما تصل إلى دخل خط النقل تكون قد عبرت الخط (انتشرت على الخط) ذهاباً (من الدخل إلى الحمل) وإياباً (من الحمل إلى الدخل). نلاحظ أن  $|\Gamma_{in}| = |\Gamma_L|$  لأن خط النقل عديم الفقد.

نستنتج مما سبق مفهوم ممانعة الدخل لخط نقل عديم الفقد طوله الكهربائي  $\beta\ell$  وممانعته المميزة  $Z_0$  وينتهي بالحمل  $Z_L$  ونكتب:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L e^{-2j\beta\ell}}{1 - \Gamma_L e^{-2j\beta\ell}}$$

حيث نكتب هذه العلاقة على الشكل

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta\ell}{Z_0 + jZ_L \tan\beta\ell}$$

هذه الصيغة لعلاقة ممانعة الدخل هامة عملياً لأنها تربط بين محددات خط النقل (الطول الكهربائي والممانعة المميزة) وممانعة الحمل.

• خط النقل مقصور النهاية A transmission line terminated in a short circuit

عندما ينتهي خط النقل بدارة مقصورة، أي  $Z_L = 0$ ، يكون الانعكاس كلياً Total reflection أي  $|\Gamma_L| = 1$ ، لأن  $\Gamma_L = -1$  بمعنى أن طويلة الموجة المنعكسة تساوي طويلة الواردة، وأن الموجتين على تعاكس في الطور. ينتج عن ذلك أن  $VSWR = \infty$ ، لأن  $|\Gamma_L| = 1$ ، و  $V_{min} = 0$  لأن الجهد يكون معدوماً عند الدارة المقصورة، ويتكرر كل  $\lambda/2$ ، بينما يكون التيار أعظماً. ويكون للموجة المستقرة الشكل التالي:

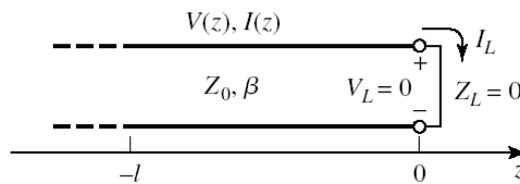
$$V(z) = V_0^+ (e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}) = -2jV_0^+ \sin\beta z$$

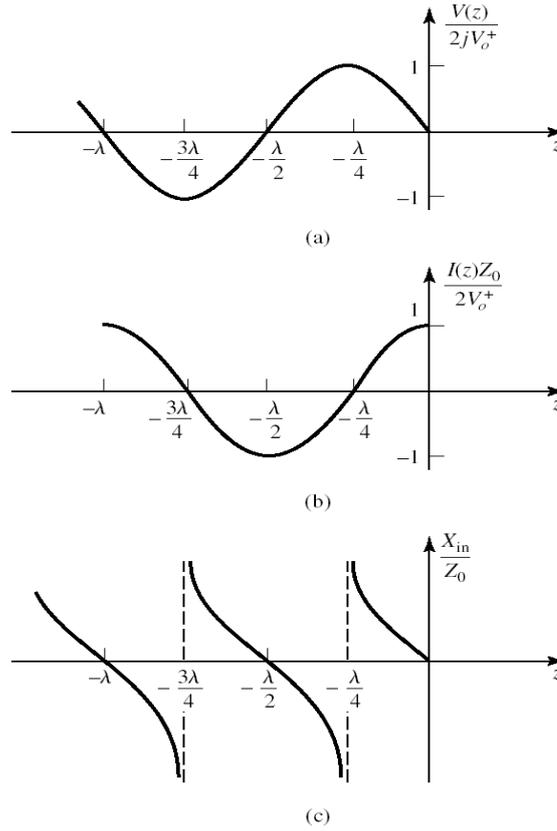
$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}) = 2 \frac{V_0^+}{Z_0} \cos\beta z$$

وتكون ممانعة الدخل لخط نقل مقصور النهاية من الشكل:

$$Z_{in} = jZ_0 \tan\beta\ell$$

أي أنها ممانعة تخيلية صرفة (سعودية أو تحريضية) مهما كان طول خط النقل، وتتغير بين  $-j\infty$  و  $+j\infty$ .





الشكل 6

• خط النقل مفتوح النهاية A transmission line terminated in an open circuit

عندما ينتهي خط النقل بدارة مفتوحة، أي  $Z_L \rightarrow \infty$ ، يكون الانعكاس كلياً Total reflection أي  $|\Gamma_L| = 1$ ، لأن  $\Gamma_L = 1$  بمعنى أن طولية الموجة المنعكسة تساوي طولية الواردة، وأن الموجتين على توافق في الطور. ينتج عن ذلك أن  $VSWR = \infty$ ، لأن  $|\Gamma_L| = 1$ ، ويكون الجهد أعظماً عند الدارة المفتوحة، ويتكرر كل  $\lambda/2$ ، بينما يكون التيار معدوماً. ويكون للموجة المستقرة الشكل التالي:

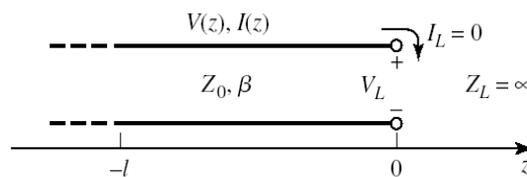
$$V(z) = V_0^+ (e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}) = 2V_0^+ \cos\beta z$$

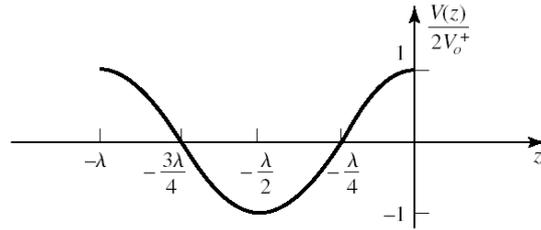
$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}) = -2j \frac{V_0^+}{Z_0} \sin\beta z$$

وتكون ممانعة الدخل لخط نقل مفتوح النهاية من الشكل:

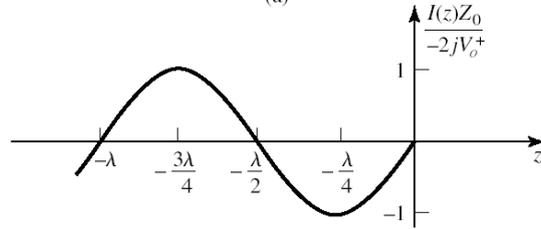
$$Z_{in} = -jZ_0 \cot\beta\ell$$

أي أنها ممانعة تخيلية صرفة (سعودية أو تحريضية) مهما كان طول خط النقل، وتتغير بين  $-j\infty$  و  $+j\infty$ .

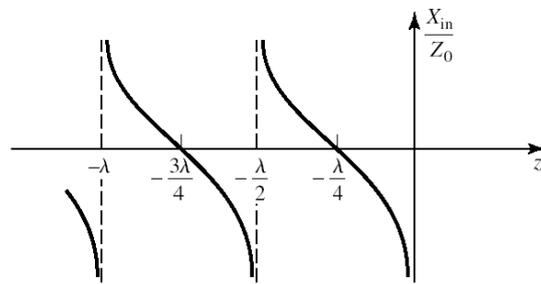




(a)



(b)



(c)

الشكل 7

## 7. نظرية نقل الاستطاعة العظمى Maximum power transfer

بالعودة إلى المسألة الهندسية النموذجية في الشكل 4، ذكرنا أن الهدف من خط النقل هو نقل الاستطاعة من المنبع إلى الحمل. نعرف الاستطاعة المتوسطة على خط النقل، ونميز بين الأشكال المختلفة للاستطاعة، ثم نعطي شرط نقل الاستطاعة العظمى.

### • الاستطاعة المتوسطة المقدمة للحمل Average power delivered to the load

نعرف الاستطاعة المتوسطة على خط نقل عديم الفقد بالشكل التالي:

$$P_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}\{V(z)I^*(z)\} = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} (1 - |\Gamma_L|^2)$$

لاحظ أن  $P_{av}$  ثابتة على طول خط النقل عديم الفقد، وتمثل الاستطاعة المتوسطة المقدمة للحمل الممثل بمعامل الانعكاس  $\Gamma_L$ . ولاحظ أن:

$$P_{inc} = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0}$$

هي الاستطاعة المتوسطة المحمولة بالموجة الواردة، وتسمى اختصاراً الاستطاعة الواردة incident power. كذلك:

$$P_{ref} = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} |\Gamma_L|^2 = |\Gamma_L|^2 P_{inc}$$

هي الاستطاعة المتوسطة المحمولة بالموجة المنعكسة، وتسمى اختصاراً الاستطاعة المنعكسة reflected power. نستنتج أن مربع طولية معامل الانعكاس (الثابت على طول خط النقل عديم الفقد) يمثل نسبة الاستطاعة المنعكسة إلى الواردة على خط النقل.

لاحظ أن الاستطاعة المتوسطة المقدمة للحمل تساوي إلى فرق الاستطاعة الواردة والاستطاعة المنعكسة، أي:

$$P_L = P_{av} = P_{inc} - P_{ref}$$

نعرف المقدار:

$$RL [dB] = -10 \log|\Gamma_L|^2 = -20 \log|\Gamma_L|$$

ونسماه فقد الإرجاع Return Loss ويقدر بالديسيبل dB. إنه قياس للفقد في الاستطاعة المقدمة إلى الحمل بسبب الانعكاس مقارنة بالاستطاعة المتاحة من المنبع  $P_{avs}$  available power from source.

$$P_{avs} = P_{inc}$$

ونعرف المقدار

$$IL [dB] = -10 \log|T|^2 = -20 \log|T|$$

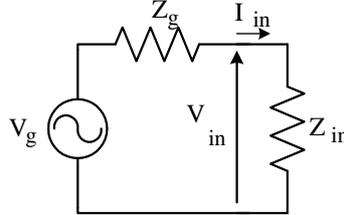
ونسماه فقد الإدخال Insertion Loss ويقدر بالديسيبل dB. إنه قياس للاستطاعة المرسل إلى الحمل مقارنة بالاستطاعة المتاحة من المنبع  $P_{avs}$ . لاحظ أن

$$\frac{P_L}{P_{inc}} = 1 - \frac{P_{ref}}{P_{inc}} \leftrightarrow |T|^2 = 1 - |\Gamma_L|^2 \leftrightarrow P_L = |T|^2 P_{inc}$$

نسمي معامل الإرسال، بشكل مماثل لما حصلنا عليه عند عبور الموجة الكهربية من وسط لآخر.

• **الاستطاعة العظمى المقدمة للحمل Maximum power delivered to the load**

من وجهة نظر استطاعة، يمثل خط النقل في المسألة الهندسية النموذجية المبينة في الشكل 4 مع الممانعة  $Z_L$  حملاً للمولد. فممانعة الحمل الذي "يراه" المولد هي ممانعة الدخل لخط النقل المنتهي بالحمل  $Z_L$ . يعني أن الدارة في الشكل 4 تصبح مكافئة "من وجهة نظر المولد" للدارة الكهربية في الشكل 8.



الشكل 8: الدارة الكهربية المكافئة للمسألة الهندسية النموذجية المبينة في الشكل 4

تعلمنا من نظرية الدارات الكهربية أن الاستطاعة المقدمة للحمل الذي "يراه" المولد تكون أعظمية إذا تحقق الشرط

$$Z_{in} = Z_g^* \leftrightarrow R_{in} + jX_{in} = R_g - jX_g \leftrightarrow R_{in} = R_g ; X_{in} = -X_g$$

لأن الممانعات في الحالة العامة تكون عقدية. يسمى هذا الشرط Conjugate Matching، ويمثل نظرية نقل الاستطاعة العظمى من المولد إلى الحمل عبر خط النقل. وتعطى الاستطاعة العظمى في هذه الحالة بالعلاقة التالية:

$$P_{max} = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{1}{4R_g} = \frac{|V_g|^2}{8R_g}$$

لاحظ أن هذه الاستطاعة العظمى المقدمة لممانعة الدخل  $Z_{in}$  هي نفسها الاستطاعة المقدمة للحمل  $Z_L$ ، لأن خط النقل عديم الفقد.

• **قياس الاستطاعة بالـ dBm dBm**

تكون عادة الاستطاعة المستقبلية ضعيفة جداً، لذلك جرى الاصطلاح على اعتماد وحدة قياس الاستطاعة بالمليواط mW. وللتمييز الجيد بين مستويات الاستطاعة ولسهولة إجراء العمليات الحسابية، جرى الاصطلاح على اعتماد وحدة قياس الاستطاعة بالـ dBm. يستخدم الديسيبل عادة لقياس نسبة بين مقدارين. فيتم قياس نسبة استطاعة بالديسيبل dB على النحو التالي:

$$10 \log \frac{P_2}{P_1} \text{ in dB}$$

فالنسبة  $P_2/P_1 = 2$  تكافئ 3 dB، والنسبة  $P_2/P_1 = 0.1$  تكافئ -10 dB.

لقياس الاستطاعة بالـ dBm نستخدم مرجع الاستطاعة عند 1 mW، ويصبح قياس الاستطاعة بالـ dBm على النحو التالي:

$$P [\text{dBm}] = 10 \log \frac{P(\text{mW})}{1 \text{ mW}}$$

وهكذا يكون مستوى الاستطاعة المرجعية 1 mW عند 0 dBm، والاستطاعة 2 mW تكافئ 3 dBm، في حين الاستطاعة 1 W تكافئ 30 dBm.

• تطبيق عددي

في الشكل 4 يسبب الحمل  $Z_L$  فقد إرجاع مقداره  $RL = 6 \text{ dB}$ ، فإذا كانت الاستطاعة الواردة  $P_{inc} = 10 \text{ dBm}$ ، احسب الاستطاعة المنعكسة والمقدمة للحمل بالـ dBm وبالـ mW.

الحل

يمكن أن نكتب من تعريف  $RL$

$$RL [\text{dB}] = -10 \log |\Gamma_L|^2 = -10 \log \frac{P_{ref}}{P_{inc}} = 10 \log P_{inc} - 10 \log P_{ref}$$

ومنه

$$RL [\text{dB}] = P_{inc} [\text{dBm}] - P_{ref} [\text{dBm}]$$

$$P_{ref} [\text{dBm}] = P_{inc} [\text{dBm}] - RL [\text{dB}]$$

$$P_{ref} [\text{dBm}] = 10 [\text{dBm}] - 6 [\text{dB}] = 4 \text{ dBm}$$

من جهة أخرى، نعلم أن نسبة استطاعة 6 dB تكافئ الربع أي أن الاستطاعة المنعكسة تساوي ربع الواردة، واستطاعة واردة 10 dBm تكافئ 10 mW، إذن:

$$\frac{P_{ref}}{P_{inc}} = |\Gamma_L|^2 = \frac{1}{4} \leftrightarrow |\Gamma_L| = 0.5; P_{ref} = \frac{P_{inc}}{4} = 2.5 \text{ mW}$$

وتكون الاستطاعة المقدمة للحمل

$$P_L = P_{inc} - P_{ref} = 10 \text{ mW} - 2.5 \text{ mW} = 7.5 \text{ mW}$$

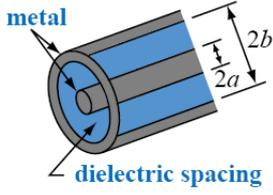
وتكافئ

$$P_L = 10 \log \frac{7.5 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 8.75 \text{ dBm}$$

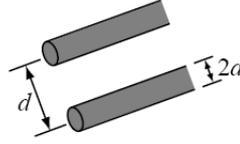
## 8. أنواع خطوط النقل ودلائل الموجة Transmission Lines and Waveguides Types

استخدمت نظم الاتصالات التي ظهرت باكراً دلائل الموجة Waveguides وخطوط السلكين two-wire lines، والكابلات المحورية coaxial lines لنقل الطاقة الكهرومغناطيسية والإرسال. تتميز دلائل الموجة بنقل مستويات استطاعة عالية، وفقد منخفض، لكن تعاني من الحجم الكبير والكلفة المرتفعة، وخاصة عند الترددات المنخفضة. خطوط السلكين منخفضة الكلفة لكنها غير محببة (تعاني من الإشعاع والتداخل). الكابلات المحورية محببة لكن من الصعب استخدامها في تصنيع عناصر مكروية. تقدم خطوط النقل المستوية Planar transmission lines البديل، فهي على أشكال مختلفة: شرائحية stripline وشرائحية مكروية microstrip lines وذات مجرى slotlines ودلائل الموجة السطحية coplanar waveguides، تتميز هذه الأشكال بصغر حجمها، وكلفتها المنخفضة، وسهولة مكاملة العناصر المكروية معها لتشكيل ما يعرف اليوم بالدارات المكروية المتكاملة MICs microwave integrated circuits.

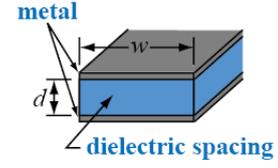
يمكن توزيع هذه الأنواع والأشكال المختلفة على مجموعتين أساسيتين كما في الشكل 9، مجموعة نسميها TEM لأنها تقبل انتشار الأمواج المستوية، وأخرى non-TEM، تقبل انتشار أنماط من مرتبة أعلى. من ناحية عملية، يجري اختيار نوع خط النقل المناسب للتطبيق العملي المنشود اعتماداً على مجموعة من العوامل، إضافة إلى ما ذكرناه من ميزات في المقدمة. هذه العوامل هي:



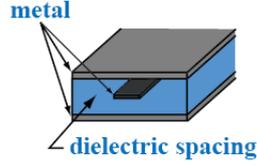
(a) Coaxial line



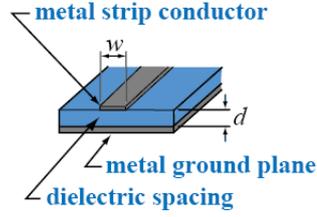
(b) Two-wire line



(c) Parallel-plate line

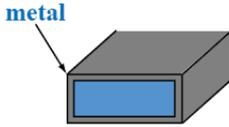


(d) Strip line

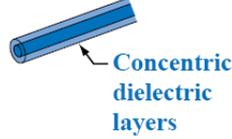


(e) Microstrip line

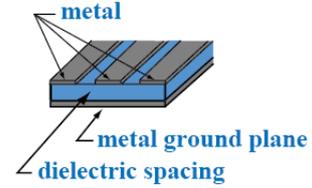
### TEM Transmission Lines



(f) Rectangular waveguide



(g) Optical fiber



(h) Coplanar waveguide

### Higher Order Transmission Lines

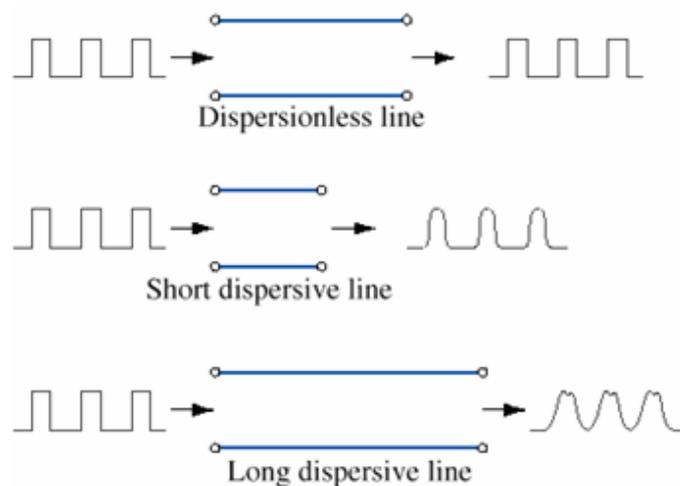
الشكل 9: الأنواع المختلفة لخطوط النقل

- النطاق الترددي Frequency range
- عرض الحزمة Bandwidth
- الاستطاعة العظمى المحمولة Power handling capability
- التخميد Attenuation
- سهولة التصنيع Ease of fabrication
- الحجم Size

لسوء الحظ، لا يوجد خط نقل أو دليل موجة يمكن أن يجمع بين كل ما سبق، لذلك يجري اختيار النوع عملياً بعملية مقايضة trade-off بين المعاملات السابقة. في الجدول التالي نقارن بين أربعة أنواع لخطوط النقل.

	Coax	Waveguide	Stripline	Microstrip
<b>Modes:</b> Preferred Other	TEM TM, TE	$TE_{10}$ TM, TE	TEM TM, TE	Quasi-TEM Hybrid TM, TE
<b>Dispersion</b>	None	Medium	None	Low
<b>Bandwidth</b>	High	Low	High	High
<b>Loss</b>	Medium	Low	High	High
<b>Power Capacity</b>	Medium	High	Low	Low
<b>Physical Size</b>	Large	Large	Medium	Small
<b>Ease of Fabrication</b>	Medium	Medium	Easy	Easy
<b>Integration</b>	Hard	Hard	Fair	Easy

تتمتع خطوط النقل TEM بخواص عملية هامة عندما تستخدم لنقل إشارات بعرض حزمة ترددية ضيقة أو عريضة، وهي أن سرعة الطور مستقلة عن التردد. بينما تعاني المجموعة الأخرى التي لا تقبل انتشار الأمواج TEM من تغير السرعة مع التردد مما يسبب تشويهاً للإشارة كما في الشكل 10. ويظهر في الشكل أن زيادة الطول يزيد في التشويه. تسمى هذه الظاهرة Dispersion، ونصف خط النقل الذي يسبب هذه الظاهرة أنه Dispersive.



الشكل 10: ظاهرة التشويه Dispersion على خط النقل

## ملاحظة عملية عامة:

تعطى عادة القيم العددية بحسب دلالاتها الفيزيائية. لاحظنا مثلاً أن طويلاً معامل الانعكاس وطوره لهما معنى فيزيائي يعبر عن مقدار الاستطاعة المنعكسة بالنسبة للواردة، وعن فرق الطور بين الموجتين الواردة والمنعكسة. لذلك نعطي القيمة العددية لمعامل الانعكاس على شكل طويلاً وطور:  $\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\theta}$ . بينما تعطى الممانعات على الشكل  $Z = R + jX$ ، أي على شكل جزء حقيقي يدل على قيمة المقاومة، وجزء تخيلي يدل على قيمة الممانعة الردية، ويكون الجزء التخيلي سالباً إذا كانت الممانعة الردية سعوية، بينما يكون الجزء التخيلي موجباً إذا كانت الممانعة الردية تحريضية.

## تمارين محلولة

1. خط النقل في الشكل 4 عديم الفقد ممانعته المميزة  $Z_0 = 50 \Omega$  ومعامل انعكاس الحمل  $\Gamma_L = 0.3 e^{j30^\circ}$ . ارسم طويلة الموجة المستقرة على طول خط النقل، واستنتج نسبة الأمواج المستقرة. نفرض

$$|V_0^+| = 1 \text{ V}$$

الحل

لدينا في هذه الحالة

$$|V(\ell)| = |V_0^+| |1 + |\Gamma_L| e^{j(\theta - 2\beta\ell)}| = |1 + 0.3 e^{j(\frac{\pi}{6} - 2\beta\ell)}|$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - \Gamma_L e^{j\beta z})$$

يكون الجهد أعظماً بعد الحمل مباشرة عند المسافة:

$$\frac{\pi}{6} - 2\beta\ell_{max} = 0 \leftrightarrow \frac{\pi}{6} = 4\pi \frac{\ell_{max}}{\lambda} \leftrightarrow \ell_{max} = 0.042 \lambda$$

ويكون الجهد أصغرياً بعد الحمل مباشرة عند المسافة:

$$\frac{\pi}{6} - 2\beta\ell_{min} = \pi \leftrightarrow \frac{-5\pi}{6} = 4\pi \frac{\ell_{min}}{\lambda} \leftrightarrow \ell_{min} = -0.21 \lambda$$

وبما أن المسافة يجب أن تكون موجبة والجهد الأصغري يتكرر كل  $\lambda/2$ ، نضيف  $\lambda/2$  إلى النتيجة:

$$\ell_{min} = -0.21 \lambda + 0.5 \lambda = 0.29 \lambda$$

وبما أن المسافة يجب أن تكون موجبة والجهد الأصغري يتكرر كل  $\lambda/2$ ، نضيف  $\lambda/2$  إلى النتيجة:

$$\ell_{min} = -0.21 \lambda + 0.5 \lambda = 0.29 \lambda$$

قيمة مطال الجهد العظمى:

$$V_{max} = |V_0^+| (1 + |\Gamma_L|) = 1 + 0.3 = 1.3 \text{ V}$$

وقيمة مطال الجهد الصغرى:

$$V_{min} = |V_0^+| (1 - |\Gamma_L|) = 1 - 0.3 = 0.7 \text{ V}$$

عندما يكون الجهد أعظماً يكون التيار أصغرياً وتكون قيمته الصغرى:

$$I_{min} = \frac{V_{min}}{Z_0} = \frac{0.7}{50} = 14 \text{ mA}$$

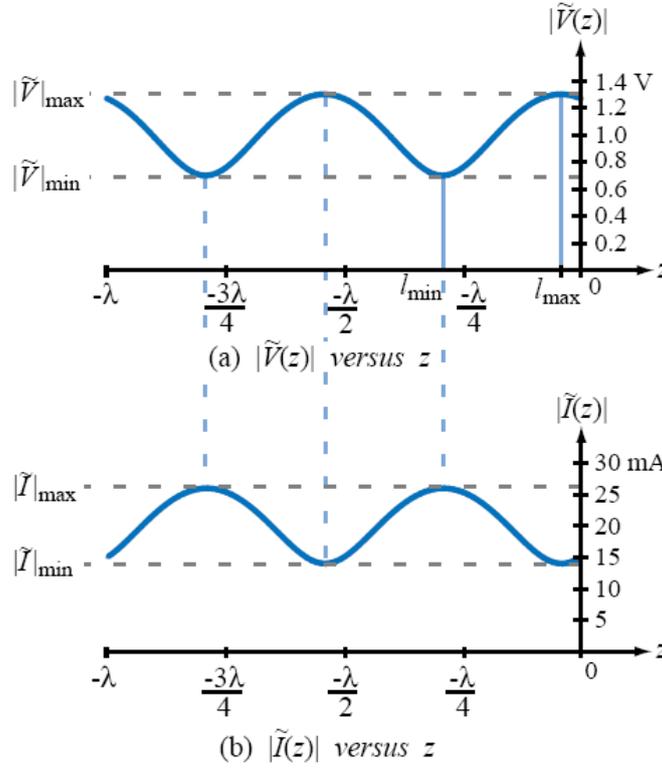
وعندما يكون الجهد أصغرياً أعظماً يكون التيار أعظماً وتكون قيمته العظمى:

$$I_{max} = \frac{V_{max}}{Z_0} = \frac{1.3}{50} = 26 \text{ mA}$$

وتكون نسبة الأمواج المستقرة:

$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1.3}{0.7} = 1.86$$

يبين الشكل التالي تغيرات طويلة الموجة المستقرة للجهد والتيار على طول خط النقل. لاحظ تكرار القيمة العظمى (القيمة الصغرى) كل  $\lambda/2$ . نستنتج أن المسافة بين قيمتين عظمى وصغرى متتاليتين هي  $\lambda/4$ .



2. احسب الطول الكهربائي وممانعة الدخل لخط النقل في الشكل 4 في الحالات التالية:

$$\ell = \lambda/2$$

يكون الطول الكهربائي لخط النقل الذي طوله الفيزيائي  $\lambda/2$ :

$$\beta\ell = \frac{2\pi\lambda}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \pi = 180^\circ$$

ونعلم أن الممانعة تتكرر على خط النقل كل  $\lambda/2$ ، بالتالي

$$Z_{in} = Z_L$$

$$\ell = \lambda/4$$

يكون الطول الكهربائي لخط النقل الذي طوله الفيزيائي  $\lambda/4$ :

$$\beta\ell = \frac{2\pi\lambda}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

لحساب ممانعة الدخل نلاحظ أن  $\tan\beta\ell \rightarrow \infty$  نعوض في علاقة ممانعة الدخل

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta\ell}{Z_0 + jZ_L \tan\beta\ell}$$

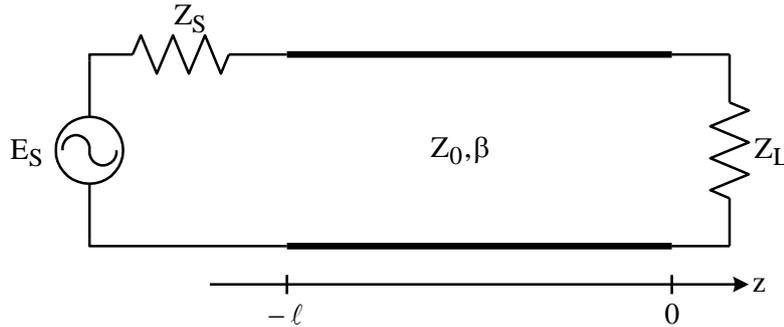
$$Z_{in} = Z_0 \frac{jZ_0}{jZ_L} = \frac{Z_0^2}{Z_L}$$

يسمى خط النقل بطول  $\lambda/4$  محول ربع موجة quarter-wave transformer، لأنه يحول ممانعة الحمل إلى مقلوبها عند الدخل (سماحية) مع نسبة تحويل مقدارها  $Z_0^2$ .

$$Z_L = Z_0$$

لدينا حمل موافق، بالتالي سيكون لدينا خط نقل موافق، أي أن ممانعة الدخل هي نفسها الممانعة المميزة لخط النقل مما كان طولها.

3. لتكن مواصفات الدارة المبينة في الشكل أدناه.



$$E_S = 10V \angle 0^\circ$$

$$Z_S = 100 + j50 \Omega$$

$$Z_0 = 50 \Omega$$

$$Z_L = 50 + j50 \Omega$$

$$l = \frac{\lambda}{8}$$

a. احسب الطول الكهربي وممانعة الدخل لخط النقل.

باعتبار أن طول الخط  $l = \lambda/8$ ، فالطول الكهربي  $\beta l = 45^\circ$ ، وبالتالي  $\tan \beta l = 1$  وتصبح ممانعة الدخل:

$$Z_{in} = 50 \frac{50 + j50 + j50}{50 + j(50 + j50)} = 50 \frac{50 + j100}{j50} = 50(2 - j) = 100 - j50 \Omega$$

b. احسب الاستطاعة المقدمة للحمل.

نلاحظ أن  $Z_s = Z_{in}^*$  أي أنه لدينا Conjugate matching بين المولد والحمل المنظور من المولد. بالتالي تكون الاستطاعة المقدمة للحمل أعظمية وتساوي إلى:

$$P_{max} = \frac{|E_s|^2}{8R_s} = 0.125 W = 125 mW = 21 dBm$$

c. احسب الطول الفيزيائي (بالسنتمتر) لخط النقل عند التردد 1 GHz بفرض أن العازل هو الهواء.

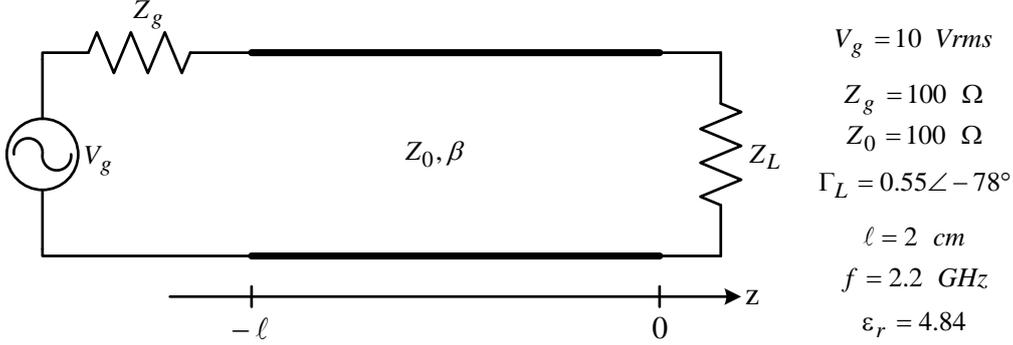
لحساب طول الموجة عند التردد 1 GHz نكتب:

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{1 \times 10^9} = 0.3 m = 30 cm$$

لأن العازل هو الهواء. ويكون الطول الفيزيائي (بالسنتمتر) لخط النقل عند التردد 1 GHz.

$$l = \frac{\lambda}{8} = 3.75 cm$$

## 4. لتكن مواصفات الدارة المبينة في الشكل أدناه.



**a.** احسب الطول الكهربي وممانعة الدخل لخط النقل.

لحساب طول الموجة عند التردد 1 GHz نكتب.

$$\lambda = \frac{C}{f_0 \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8}{2.2 \times 10^9 \times \sqrt{4.84}} = 6.2 \text{ cm}$$

$$\frac{l}{\lambda} = 0.323$$

ويكون الطول الكهربي  $\beta l = 180 \times 0.323 = 116^\circ$  ، وبالتالي  $\tan \beta l = -2.05$  وتصبح ممانعة الدخل:

$$Z_{in} = 120 + j 140 \ \Omega$$

**b.** احسب معامل الانعكاس عند الدخل  $\Gamma_{in}$ .

$$\Gamma_{in} = \Gamma_L e^{-2j\beta l} = |\Gamma_L| e^{j(-78^\circ - 232^\circ)} = 0.55 \angle 50^\circ$$

**c.** احسب مطال الموجة الواردة على خط النقل عند  $z = 0$ .

نلاحظ أن  $Z_g = Z_0$ ، يعني ذلك أن الموجة الواردة من المنبع، وهي موجة راحلة تنتشر في وسط له ممانعة ذاتية (الممانعة المميزة لخط النقل)، سوف تستمر في الانتشار دون انعكاس. لذلك يمكن القول من وجهة نظر دائرة كهربية أن المولد "يرى" بالنسبة للموجة الواردة ممانعة  $Z_g = Z_0$  وليس  $Z_{in}$ . فنحصل على مجزئ جهد بممانعتين متساويتين، لذلك يمكن أن نكتب:

$$|V_0^+| = \left| \frac{V_g}{2} \right| = 5 \text{ Vrms}$$

تبدأ الموجة رحلتها عند  $z = -l$  وتصل إلى المرجع عند  $z = 0$  بعد تأخير مقداره الطول الكهربي لخط النقل، أي:

$$V_0^+ = \left| \frac{V_g}{2} \right| e^{-j\beta l} = 5 \text{ Vrms } e^{-j116^\circ}$$

**d.** احسب الاستطاعة الواردة  $P_{inc}$  والاستطاعة المنعكسة  $P_{ref}$  عند الدخل. استنتج قيمة  $RL$ .

ملاحظة: يجب الانتباه إلى أن قيمة جهد المنبع معطاة  $V_{rms}$  أي قيمة منتجة، ونذكر أن

$$V_{rms} = V_p - p / \sqrt{2}$$

يعني ذلك أن صيغة الاستطاعة المتوسطة تصبح

$$P_{av} = \frac{|V_{p-p}|^2}{2R} = \frac{|V_{rms}|^2}{R}$$

بناء على هذه الملاحظة، تكتب الاستطاعة الواردة والمنعكسة على الشكل:

$$P_{inc} = \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} = 250 \text{ mW} = 24 \text{ dBm}$$

$$P_{ref} = |\Gamma_L|^2 P_{inc} = 75.6 \text{ mW} = 18.8 \text{ dBm}$$

وتعطي قيمة فقد الإرجاع بالـ **dB** بالعلاقة التي استنتجناها في التطبيق العددي أعلاه:

$$RL [\text{dB}] = P_{inc} [\text{dBm}] - P_{ref} [\text{dBm}] = 24 - 18.5 = 5.2 \text{ dB}$$

نذكر أن الفرق بين قيمتين بالـ **dBm** يعني النسبة بينهما ولذلك تكون النتيجة بالـ **dB**. ويمكن الحصول

على نفس النتيجة من تعريف فقد الإرجاع:

$$RL [\text{dB}] = -10 \log |\Gamma_L|^2 = -10 \log |0.55|^2 = 5.2 \text{ dB}$$

ملاحظة هامة: بما أنه لدينا موافقة ممانعات بين المولد وخط النقل  $Z_g = Z_0$ ، وبناء على ما أوردناه

عن الموجة الواردة في الطلب **c**، تكون الاستطاعة المتاحة من المنبع  $P_{avs} = P_{inc}$  في هذه الحالة

عظمى.

**e.** (طلب للحل) احسب من الدارة الكهربائية المكافئة:  $V_{in}, I_{in}, P_{in}$  واستنتج الاستطاعة المقدمة

للحمل.

جواب هذا الطلب:

$$V_{in} = V_g \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_g} = 7.1 \text{ V}_{rms} \angle 17^\circ$$

$$I_{in} = \frac{V_{in}}{Z_{in}} = \frac{V_g}{Z_{in} + Z_g} = 38.3 \text{ mA}_{rms} \angle -33^\circ$$

$$P_L = P_{in} = P_{inc} - P_{ref} = \text{Re}\{V_{in} \times I_{in}^*\} = |I_{in}|^2 \text{Re}\{Z_{in}\} = 174.4 \text{ mW} = 22.4 \text{ dBm}$$

**f.** (طلب للحل) ارسم طويلة موجة الجهد المستقرة على طول الخط. استنتج  $V_{SWR}$ .

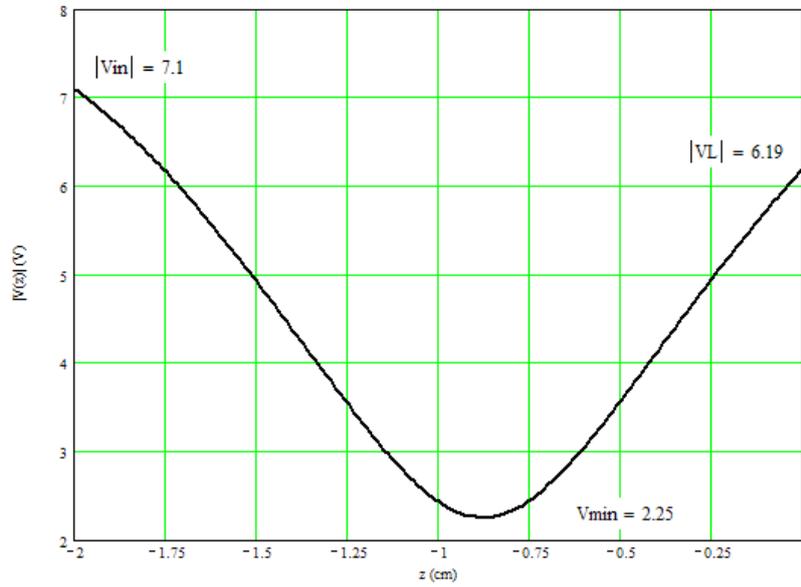
جواب هذا الطلب:

$$V_{\max} = |V_0^+| (1 + |\Gamma_L|) = 7.75 \text{ Vrms}$$

$$V_{\min} = |V_0^+| (1 - |\Gamma_L|) = 2.25 \text{ Vrms}$$

$$V_{SWR} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = 3.44$$

$$V_L = V(z=0) = V_0^+ (1 + \Gamma_L) = 6.2 \text{ Vrms} \angle -142^\circ$$



## مذاكرة: علامة النجاح 7/10

اختر الإجابة الصحيحة: درجة لكل سؤال

1. تكون الممانعة المميزة لخط نقل عديم الفقد:

a. حقيقية

b. عقدية

c. تخيلية صرفة

d. معدومة

(التغذية الراجعة: راجع خط نقل عديم الفقد)

2. ممانعة الدخل لخط نقل مقصور النهاية طوله ربع طول الموجة هي:

a. دائرة مقصورة

b. دائرة مفتوحة

c. نفس الممانعة المميزة لخط النقل

d. غير محددة

(التغذية الراجعة: راجع محول ربع موجة).

3. تكون ممانعة الدخل لخط نقل مقصور النهاية

a. حقيقية

b. عقدية

c. تخيلية صرفة

d. معدومة

(التغذية الراجعة: راجع خط النقل مفتوح النهاية).

4. تتشكل الموجة المستقرة على خط نقل إذا كان خط النقل:

a. موافق مع الحمل

b. غير موافق مع الحمل

c. لا نهائي الطول

d. موافق مع المنبع

(التغذية الراجعة: راجع الموجة المستقرة على خط النقل).

5. المسافة بين ذروتين متتاليتين لطويلة موجة مستقرة على خط النقل تساوي:

a. طول الموجة

b. نصف طول الموجة

c. ربع طول الموجة

d. ضعف طول الموجة

(التغذية الراجعة: راجع خواص الموجة المستقرة على خط النقل).

6. تكون الاستطاعة المقدمة لحمل على خط النقل عظمى إذا تحقق ما يلي:

a.  $Z_g = Z_0$

b.  $Z_g = Z_L$

c.  $Z_{in} = Z_g^*$

d.  $Z_0 = Z_L$

(التغذية الراجعة: نظرية نقل الاستطاعة العظمى).

7. يرتبط مفهوم الممانعة المميزة لخط النقل

a. بعناصر الدارة الكهربائية المكافئة

b. بمفهوم ممانعة موجة مستقرة على خط النقل

c. بمفهوم ممانعة موجة راحلة على خط النقل

d. بمفهوم ممانعة موجة مستوية راحلة على خط النقل

(التغذية الراجعة: راجع مفهوم الممانعة المميزة لخط النقل).

8. استطاعة 3 dBm تكافئ

a. 10 mW

b. 1 mW

c. 2 mW

d. 30 mW

(التغذية الراجعة: راجع قياس الاستطاعة بالـ dBm).

9. نصف الاستطاعة 13 dBm يساوي

a. 6.5 dBm

b. 0.5 dBm

c. 10 dBm

d. 3 dBm

(التغذية الراجعة: راجع قياس الاستطاعة بالـ dBm).

**10.** ممانعة الدخل لخط نقل ينتهي بحمل موافق هي

**a.** دائرة مقصورة

**b.** دائرة مفتوحة

**c.** نفس الممانعة المميزة لخط النقل

**d.** غير محددة

(التغذية الراجعة: راجع ممانعة الدخل لخط نقل).

السؤال	الجواب
1	a
2	b
3	c
4	b
5	b
6	c
7	d
8	c
9	
10	



الفصل السادس:

مخطط سميث

Smith Chart

## الكلمات المفتاحية:

مخطط سميث Smith Chart، الممانعة المقيسة normalized impedance، دوائر VSWR VSWR، سلم زاوية معامل الانعكاس بالدرجات Angle circles، سلم طولية معامل الانعكاس RFL COEFF E or I، سلم المسافة بالنسبة لطول الموجة باتجاه المولد Wavelengths reflection coefficient in degrees of، التحويل بين الممانعة والسماحية Impedance – Admittance transformation Toward Generator.

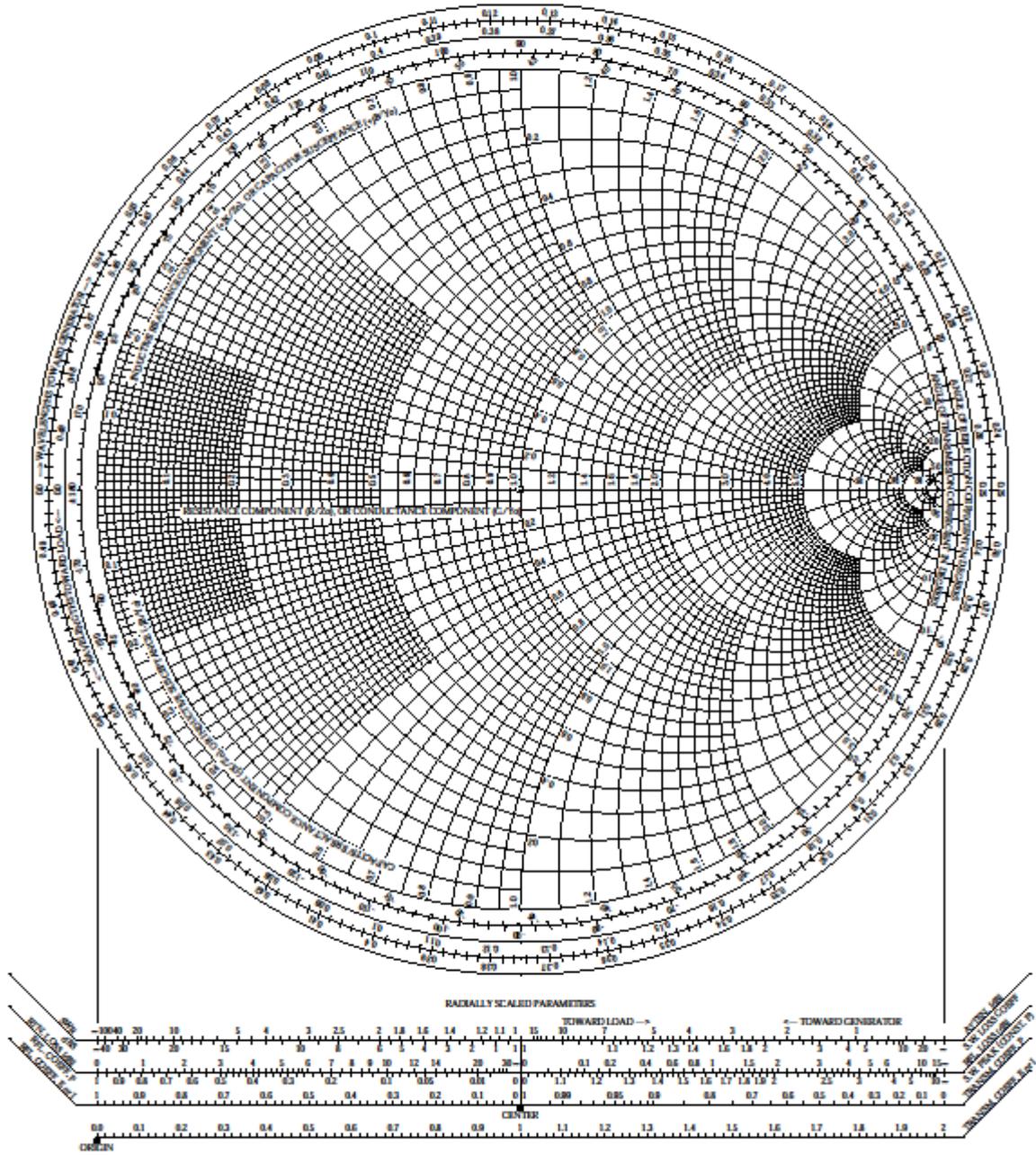
## ملخص:

نتعرف في هذا الفصل على مخطط سميث، الأداة البيانية الأكثر فائدة وفعالية لتطبيقات الترددات العالية، ونستخدمه في حل مسائل خطوط النقل لإيجاد معامل الانعكاس و VSWR و RL وممانعة الدخل، والتحويل بين الممانعة والسماحية.

## أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- مخطط سميث كأداة رياضية لتمثيل التوابع العقدية
- مخطط سميث كأداة بيانية لحل مسائل خطوط النقل

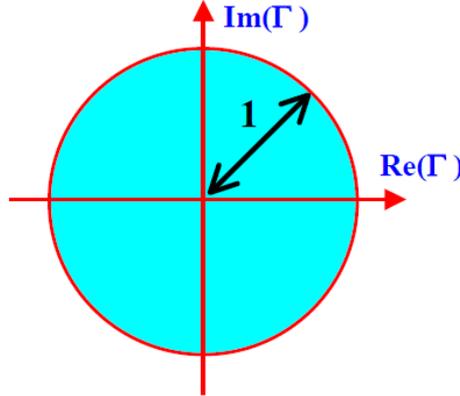


(عرض مخطط سميث من الملف المرفق أو غيره)

مخطط سميث من الأدوات البيانية الأكثر فائدة وفعالية لتطبيقات الترددات العالية، وحل مسائل خطوط النقل. يقدم المخطط طريقة ذكية لمعاينة التوابع العقدية، ويستمر في استخدامه وانتشاره الواسع رغم التقانات الحاسوبية وأجهزة القياس والبرمجيات المتطورة.

## 1. معامل الانعكاس والممانعة Reflection coefficient and impedance

من وجهة نظر الرياضيات، مخطط سميث هو بكل بساطة تمثيل لكل الممانعات العقدية الممكنة بدلالة الإحداثيات المحددة بمعامل الانعكاس. منطقة تعريف معامل الانعكاس هي دائرة نصف قطرها 1 ومركزها هو مبدأ الإحداثيات، كما في الشكل 1. هذه المنطقة هي نفسها منطقة تعريف مخطط سميث.

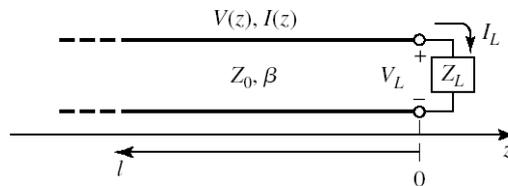


الشكل 1: منطقة تعريف معامل الانعكاس في المستوي العقدي  $\{\text{Re}(\Gamma), \text{Im}(\Gamma)\}$

الهدف من استخدام مخطط سميث هو تحديد كل الممانعات الممكنة ضمن منطقة تعريف المخطط، أي منطقة وجود معامل الانعكاس. لتمثيل ممانعة على مخطط سميث، نبدأ من التعريف العام لممانعة خط النقل (التي يمكن تطبيقها على ممانعة الحمل):

$$Z(\ell) = \frac{V(\ell)}{I(\ell)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(\ell)}{1 - \Gamma(\ell)}$$

حيث يمثل  $\ell$  الموضع على خط النقل مقاساً اعتباراً من الحمل كما في الشكل 2 - حسب التعريف في الفصل الخامس - ويمثل  $V(\ell)$  و  $I(\ell)$  الجهد والتيار الكلي عند  $z = -\ell$ . ويمثل  $\Gamma(\ell)$  معامل الانعكاس عند  $z = -\ell$ .



الشكل 2: خط نقل ينتهي بحمل

ممانعة خط النقل  $Z(\ell)$  هي تابع عقدي للإحداثيات في المستوي العقدي المعروف في الشكل 1، نرمز لها بالعلاقة التالية:

$$Z(\ell) = f\{\text{Re}(\Gamma), \text{Im}(\Gamma)\}$$

ونريد تمثيلها بيانياً. من الواضح أن النتيجة ستكون صالحة لخطوط النقل التي لها ممانعة مميزة تساوي  $Z_0$  تماماً.

للحصول على أداة بيانية كونية universal، تصلح لأي خط نقل مهما كانت ممانعته المميزة، نعرف مفهوم الممانعة المقيسة normalized impedance:

$$z(\ell) = \frac{Z(\ell)}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma(\ell)}{1 - \Gamma(\ell)}$$

وهكذا يمكن تمثيل الممانعة المقيسة على مخطط سميث باستخدام مجموعتين من الدوائر، مجموعة تمثل الجزء الحقيقي  $r$  للممانعة المقيسة، وأخرى تمثل الجزء التخيلي  $x$ :

$$z(\ell) = \text{Re}(z) + j \text{Im}(z) = r + jx$$

فإذا كتبنا معامل الانعكاس بدلالة الإحداثيات:

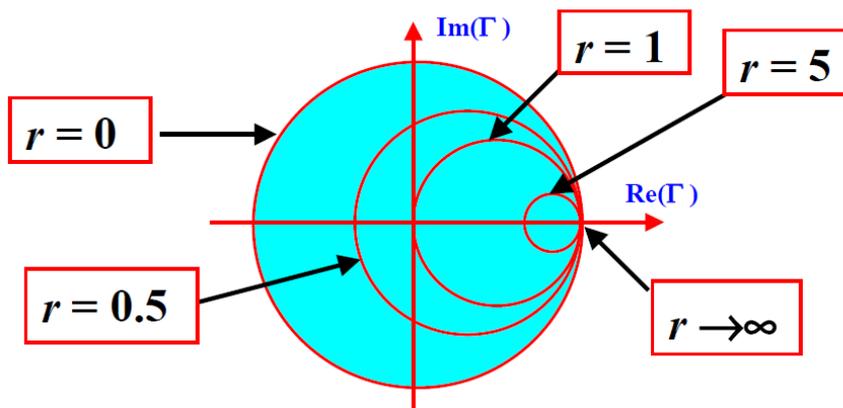
$$\Gamma(\ell) = \text{Re}(\Gamma) + j \text{Im}(\Gamma)$$

نستطيع أن نكتب  $r$  و  $x$  بدلالة الإحداثيات:

$$\left[ \text{Re}(\Gamma) - \frac{r}{1+r} \right]^2 + \text{Im}^2(\Gamma) = \left( \frac{1}{1+r} \right)^2$$

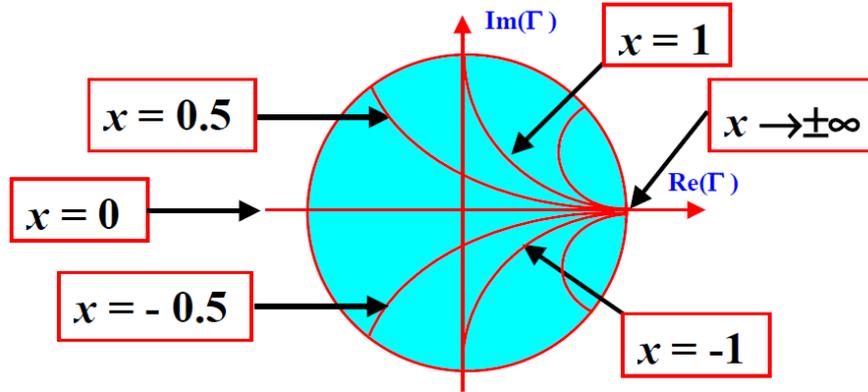
$$[\text{Re}(\Gamma) - 1]^2 + \left[ \text{Im}(\Gamma) - \frac{1}{x} \right]^2 = \left( \frac{1}{x} \right)^2$$

تدل المعادلة الناتجة للجزء الحقيقي  $r$  في المستوي العقدي  $\{\text{Re}(\Gamma), \text{Im}(\Gamma)\}$  أن كل الممانعات الممكنة بجزء حقيقي  $r$  تقع على دائرة مركزها على المحور الأفقي وقيمتها  $\left( \frac{r}{1+r}, 0 \right)$  ونصف قطرها  $\frac{1}{1+r}$ . وبما أن المقاومة المقيسة  $r$  تتغير من 0 إلى  $\infty$ ، نحصل على مجموعة من الدوائر محتواة جميعها داخل منطقة تعريف معامل الانعكاس  $|\Gamma| \leq 1$ ، أو داخل منطقة تعريف مخطط سميث، كما في الشكل 3.



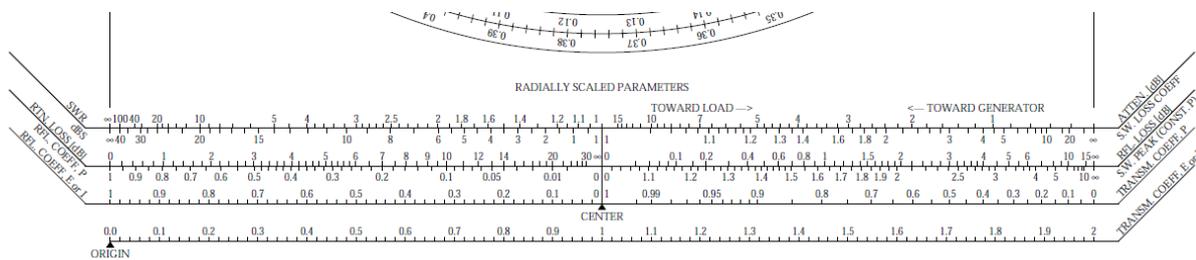
الشكل 3: الدوائر التي تمثل الجزء الحقيقي للممانعة على مخطط سميث

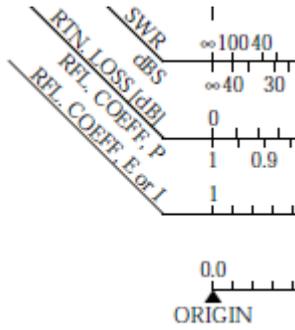
وتدل المعادلة الناتجة للجزء التخيلي  $x$  في المستوي العقدي  $\{\text{Re}(\Gamma), \text{Im}(\Gamma)\}$  أن كل الممانعات الممكنة بجزء تخيلي  $x$  تقع على دائرة مركزها  $(1, \frac{1}{x})$  ونصف قطرها  $\frac{1}{x}$ . وبما أن الممانعة الردية المقيسة  $x$  تتغير من  $-\infty$  إلى  $+\infty$ ، نحصل على مجموعة من أقواس الدوائر المحتواة داخل منطقة تعريف معامل الانعكاس  $|\Gamma| \leq 1$ ، أو داخل منطقة تعريف مخطط سميث، كما في الشكل 4.



الشكل 4: أقواس الدوائر التي تمثل الجزء التخيلي للممانعة على مخطط سميث

بما أن معامل الانعكاس هو الأساس المبني عليه مخطط سميث، ويعبر عنه بالطويلة والصفحة  $\Gamma = |\Gamma| e^{j\phi}$ ، لذلك نرى أن المخطط مبني أساساً على الإحداثيات القطبية. فالطويلة  $|\Gamma|$  تمثل بيانياً كنصف قطر  $|\Gamma| \leq 1$  من المبدأ (مركز مخطط سميث)، والزاوية  $\phi$  التي تأخذ قيمها في المجال  $-180^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$ ، تقاس بعكس اتجاه عقارب الساعة من جهة اليمين للقطر الأفقي للدائرة، ويشار لذلك بالترجيح المكتوب عليها “Angle of reflection coefficient in degrees”. وبالتالي أي قيمة لمعامل انعكاس  $|\Gamma| \leq 1$  ناتج عن ممانعة مكافئة للعناصر المجمععة  $R, L, C$  يمكن تمثيلها بيانياً بنقطة وحيدة على مخطط سميث ممثلة بالإحداثيات القطبية بالطويلة، المقاسة على التدرج “RFL COEFF E or I”، والزاوية  $\phi$  كما في الشكل 5.





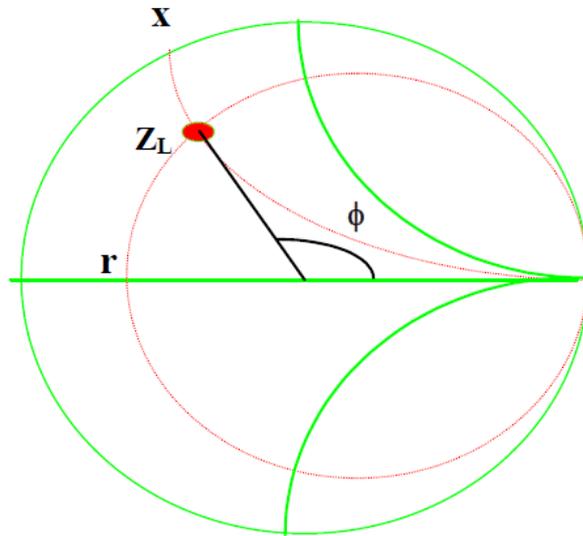
الشكل 5: تديجة قياس طويلة معامل الانعكاس على مخطط سميث انطلاقاً من المركز Center

• قراءة الممانعة ومعامل الانعكاس على مخطط سميث Reading impedance and reflection coefficient on Smith chart

نقطة تقاطع دائرة المقاومة  $r$  مع دائرة الردية  $x$  تمثل الممانعة المقيسة  $z = r + jx$ . للحصول على قيمة الممانعة نحسب

$$Z = z \times Z_0$$

ويمكن قراءة قيمة معامل الانعكاس الموافقة للممانعة  $z$  من نفس النقطة، بقياس طول القطعة المستقيمة الواصلة بين مركز المخطط والنقطة على التدرية "RFL COEFF E or I"، وقراءة الزاوية بتمديد القطعة المستقيمة حتى تتقاطع مع التدرية "Angle of reflection coefficient in degrees"، كما في الشكل 6.



الشكل 6: قراءة الممانعة ومعامل الانعكاس على مخطط سميث

ملاحظة 1: المحور الأفقي يقسم مخطط سميث إلى نصفين أعلى وأسفل. لا حظ أن النصف الأعلى للممانعات (أو السماحيات) التي يكون الجزء التخيلي موجباً، أي أن الممانعة الردية المقيسة  $x$  تتغير من 0

إلى  $+\infty$ ، والنصف الأسفل للممانعات (أو السماحيات) التي يكون الجزء التخيلي سالباً، أي أن الممانعة الردية المقيسة  $x$  تتغير من  $-\infty$  إلى 0. ملاحظة 2: يمكن اعتبار منطقة تعريف مخطط سميث في المستوي العقدي تمثل ممانعات أو سماحيات (لأن القيم مقيسة).

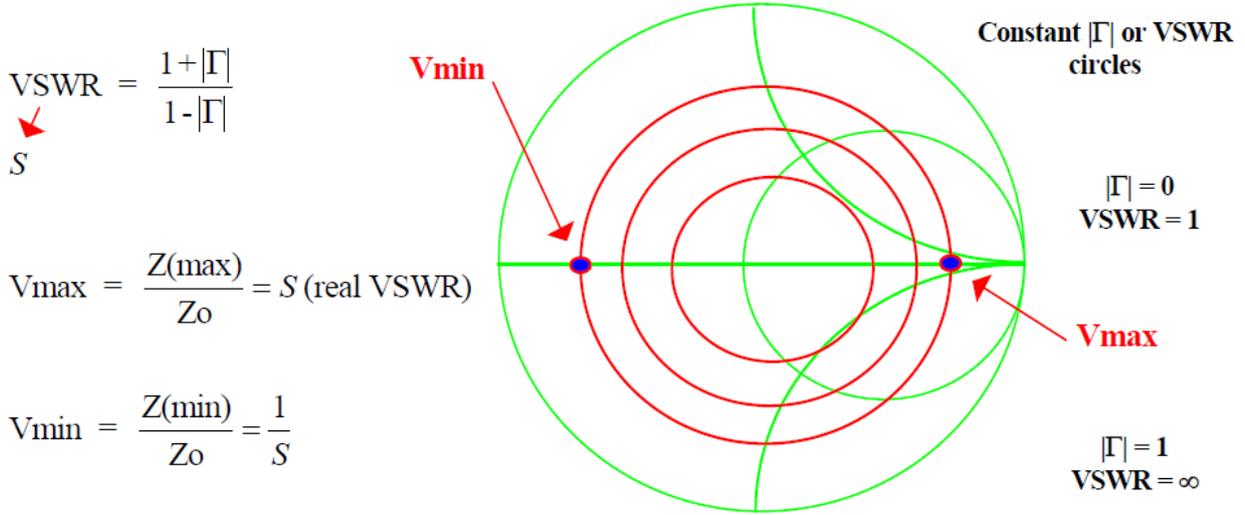
• قراءة فقد الإرجاع ومعامل انعكاس الاستطاعة على مخطط سميث Reading return loss and power reflection coefficient on Smith chart

رأينا في الفصل السابق أن فقد الإرجاع هو قياس بالـ dB للفقد في الاستطاعة المقدمة إلى الحمل بسبب الانعكاس مقارنة بالاستطاعة المتاحة من المنبع حسب العلاقة:

$$RL [dB] = -10 \log |\Gamma_L|^2 = -20 \log |\Gamma_L|$$

يمكن قراءة  $|\Gamma_L|^2$  على التدرجة "RFL COEFF P" وقراءة  $RL$  على التدرجة "RTN LOSS [dB]"





الشكل 7: دوائر VSWR

### 3. ممانعة الدخل لخط النقل Input impedance of a transmission line

يمكن استخدام مخطط سميث لحل مسائل خطوط النقل بيانياً. رأينا أنه يمكن كتابة ممانعة الدخل لخط النقل بدلالة معامل الانعكاس والمسافة من الحمل على الشكل

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma e^{-2j\beta\ell}}{1 - \Gamma e^{-2j\beta\ell}}$$

حيث  $\Gamma$  معامل الانعكاس عند الحمل،  $\ell$  المسافة الموجبة على الخط من الحمل. نلاحظ أن هذه المعادلة هي نفسها التي تعطي ممانعة خط النقل على مسافة  $\ell$  من الحمل:

$$Z(\ell) = \frac{V(\ell)}{I(\ell)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(\ell)}{1 - \Gamma(\ell)}$$

مع فرق في الطور مقداره  $2\beta\ell$  عن  $\Gamma$  معامل الانعكاس عند الحمل. لذلك إذا حددنا  $|\Gamma| e^{j\theta}$  عند الحمل على مخطط سميث، يمكن أن نحصل على ممانعة الدخل المنظورة من دخل خط نقل طوله  $\ell$  وينتهي بالحمل  $Z_L$  بالدوران على مخطط سميث باتجاه عقارب الساعة زاوية مقدارها  $2\beta\ell$  انطلاقاً من  $\theta$  حول مركز المخطط. نصف قطر الدوران يبقى ثابتاً لأن خط النقل عديم الفقد وبالتالي  $|\Gamma|$  يبقى ثابتاً.

**ملاحظة هامة:** تشير التدرية "→ Wavelengths Toward Generator →" (التي نرسم لها اختصاراً WGT) أن الدوران حول مخطط سميث باتجاه عقارب الساعة يعني أننا ننتقل على طول خط النقل من الحمل باتجاه المولد. مجال هذه التدرية من 0 حتى 0.5، ويعني طول خط النقل الذي انقلنا عليه بالنسبة لطول الموجة (الطول الكهربائي). لذلك تنتهي هذه التدرية بالقيمة 0.5 لأن الممانعة على خط النقل تتكرر كل  $0.5\lambda$ ، أي نعود إلى نفس النقطة على مخطط سميث. يعني هذا أن الدورة الكاملة على مخطط سميث تقابل الانتقال  $0.5\lambda$  على خط النقل.

#### مثال 1:

قراءة ممانعة الدخل لخط النقل على مخطط سميث

#### Example 1 Reading input impedance of a transmission line on Smith chart

خط نقل عديم الفقد ممانعته المميزة  $100 \Omega$  وطوله  $0.3\lambda$  وينتهي بالحمل  $40 + j70 \Omega$ . أوجد على مخطط سميث: معامل الانعكاس عند الحمل، وعند الدخل، ممانعة الدخل، نسبة الأمواج المستقرة، وفقد الإرجاع.

الحل

**a.** نحسب ممانعة الحمل المقيسة ونعينها على مخطط سميث كما في الشكل 8.

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 0.4 + j0.7$$

**b.** نرسم دائرة VSWR ونستخدم نفس فتحة الفرجار لقراءة طويلة معامل الانعكاس وقيمة VSWR الخطية وفقد الإرجاع فنجد على كل تدرية أسفل مخطط سميث:

$$RL = 4.6 \text{ dB و } VSWR = 3.87 \text{ و } |\Gamma| = 0.59$$

- c.** نرسم خطاً قطرياً يمر من النقطة  $Z_L$  ونقرأ زاوية معامل الانعكاس عند الحمل فنجد  $104^\circ$ .
- d.** لإيجاد معامل الانعكاس عند الدخل وممانعة الدخل، ننتقل من الحمل الذي يقابل الموضع المرجعي  $0.106 \lambda$  على التدرج WTG، ونحيط حول مخطط سميث باتجاه عقارب الساعة، أي من الحمل باتجاه الدخل، مسافة هي طول خط النقل  $0.3 \lambda$ . أي ننتقل من الموضع المرجعي  $0.106 \lambda$  إلى الموضع  $0.106 \lambda + 0.3 \lambda = 0.406 \lambda$  على التدرج WTG. نرسم خطاً قطرياً يصل هذا الموضع بمركز المخطط فيقطع دائرة  $VSWR$  بالنقطة التي تكافئ ممانعة الدخل المقاسة لخط النقل. نقرأ عند هذه النقطة:

$$z_{in} = 0.365 - j0.611 \Rightarrow Z_{in} = z_{in} \times Z_0 = 36.5 - j61.1 \Omega$$

$$\Gamma_{in} = 0.59 e^{-j112^\circ}$$

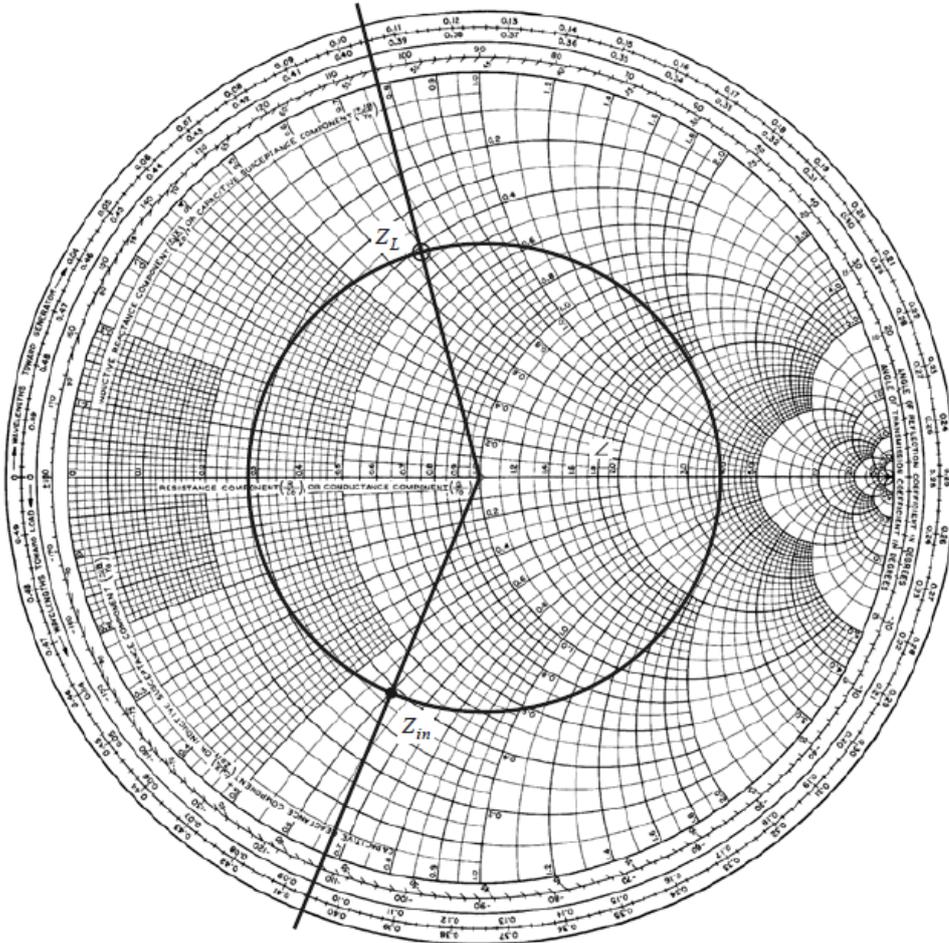
يمكن التحقق من النتيجة بحساب الطول الكهربائي

$$2\beta\ell = \frac{4\pi}{\lambda} \times 0.3 \lambda = 1.2\pi = 216^\circ$$

ثم حساب معامل الانعكاس عند الدخل من العلاقة

$$\Gamma_{in} = \Gamma_L e^{-2j\beta\ell} = 0.59 e^{j104^\circ} e^{-j216^\circ} = 0.59 e^{-j112^\circ}$$

فنحصل على نفس النتيجة.



الشكل 8: ممانعة الدخل لخط النقل

## 4. التحويل بين الممانعة والسماحية و Admittance - Impedance transformation

نعلم أن السماحية هي مقلوب الممانعة، ورأينا أن ممانعة الدخل لمحول ربع موجة تعطى بالعلاقة:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{jZ_0}{jZ_L} = \frac{Z_0^2}{Z_L}$$

تكتب هذه العلاقة على الشكل

$$\frac{Z_{in}}{Z_0} = \frac{Z_0}{Z_L} \rightarrow z_{in} = \frac{1}{z_L} = y_L$$

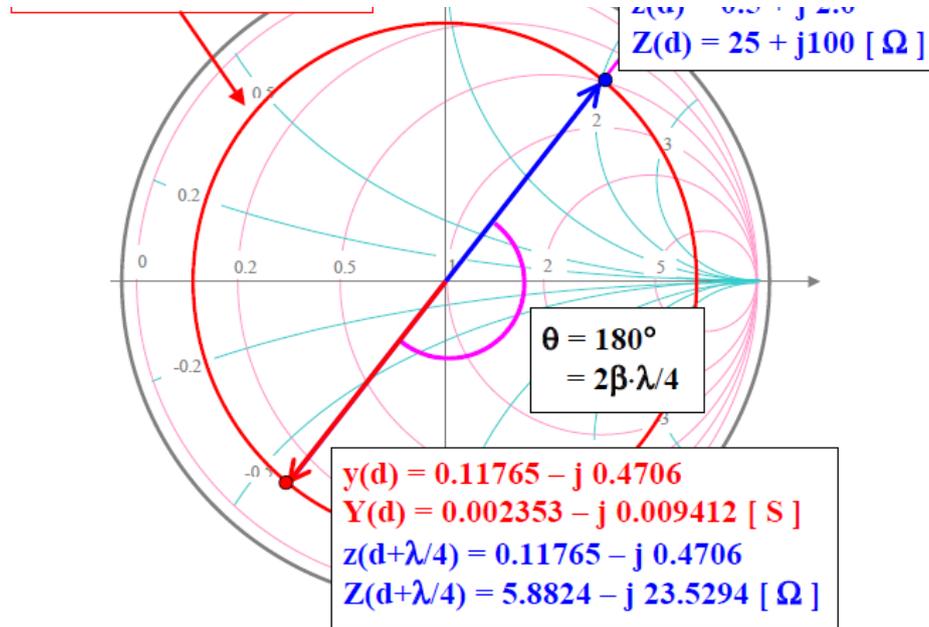
أي أن ممانعة الدخل المقاسة لمحول ربع موجة هي سماحية الحمل المقاسة. وبما أن الطول الكهربائي للمحول  $\lambda/4$  هو  $90^\circ$ ، وأن دورة كاملة  $360^\circ$  على مخطط سميث تكافئ  $\lambda/2$ ، نستنتج أن نصف دورة  $180^\circ$  على مخطط سميث تكافئ  $\lambda/4$ .

نستنتج من ذلك أنه يمكن الحصول على السماحية المقابلة لممانعة بالدوران  $180^\circ$  على مخطط سميث.

مثال 2:

استخدام محول ربع موجة لتحويل  $Z$  إلى  $Y$

Example 2 Using quarter-wave transformer to transform  $Z$  to  $Y$



الشكل 9: إيجاد السماحية وممانعة الدخل لمحول ربع موجة

خط نقل عديم الفقد ممانعته المميزة  $50 \Omega$  ويعطي ممانعة  $Z(d) = 25 + j100 \Omega$  عند الموضع  $d$ . أوجد السماحية المكافئة على مخطط سميث عند نفس الموضع، وممانعة الدخل لمحول ربع موجة ينتهي بالحمل  $Z(d)$ .

الحل مبين في الشكل 9.

## 5. خواص الموجة المستقرة على خط النقل transmission line

عرضنا في الشكل 7 كيف نرسم دوائر VSWR ونحدد عليها موقع  $V_{max}$  و  $V_{min}$  للموجة المستقرة. لإتمام ذلك سنرى كيف نحدد المسافة الموجبة  $d_{max}$  و  $d_{min}$  على خط النقل من الحمل إلى أول  $V_{max}$  و  $V_{min}$  للموجة المستقرة، وذلك من خلال المثال التالي.

مثال 3:

استخدام مخطط سميث لإيجاد  $d_{max}$  و  $d_{min}$  للموجة المستقرة على خط النقل

**Example 3** Using Smith chart to find  $d_{min}$  and  $d_{max}$  of a standing wave on a transmission line

خط نقل عديم الفقد ممانعته المميزة  $50 \Omega$  وينتهي بالحمل  $Z_R = 25 + j100 \Omega$ . أوجد  $d_{max}$  و  $d_{min}$  على مخطط سميث.

الحل

نتبع الخطوات السابقة لتعيين  $Z_R$  المقيسة وموضعها المرجعي على خط النقل، ومعامل الانعكاس الموافق  $\Gamma_R$ ، ورسم دائرة VSWR لتحديد موقع  $V_{max}$  و  $V_{min}$ .

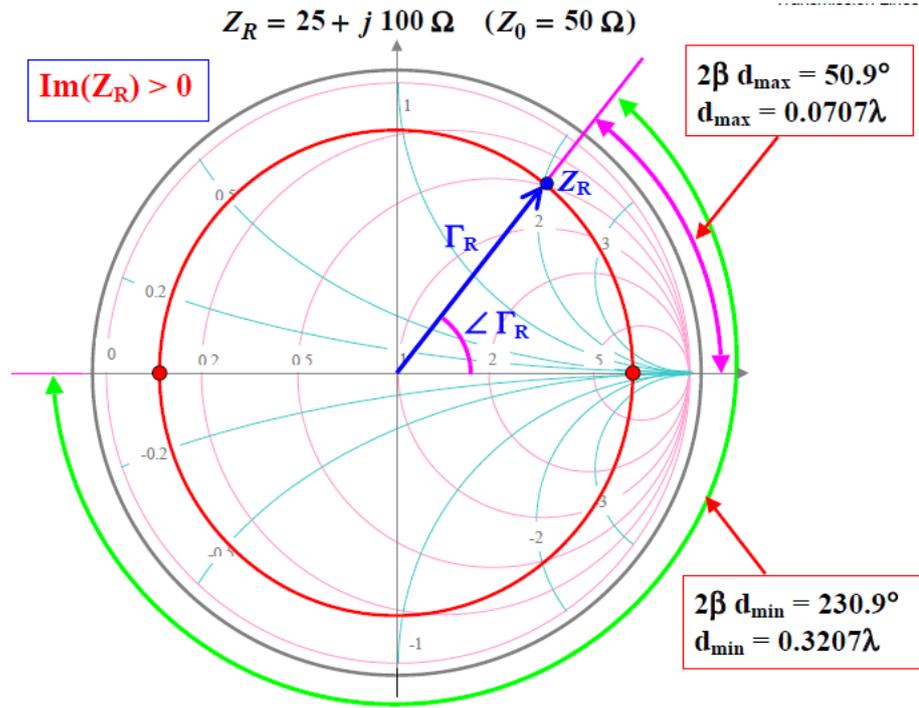
الآن، ننتقل من الحمل باتجاه المولد بالدوران على دائرة VSWR باتجاه عقارب الساعة حتى نصل إلى موقع  $V_{max}$  على المحور الأفقي (لاحظ أن  $\text{Im}(Z_R) > 0$  أي أن  $Z_R$  في النصف الأعلى لمخطط سميث ولذلك نقابل  $V_{max}$  أولاً). فتكون المسافة  $d_{max}$  من الموضع المرجعي للحمل حتى المحور الأفقي، ونقرأ قيمتها على التدرية WTG فنجد

$$d_{max} = 0.07 \lambda$$

نتابع الدوران باتجاه المولد على دائرة VSWR باتجاه عقارب الساعة حتى نصل إلى موقع  $V_{min}$  على المحور الأفقي من الجهة المقابلة (أي بعد إتمام نصف دورة أو  $\lambda/4$ ) فنجد:

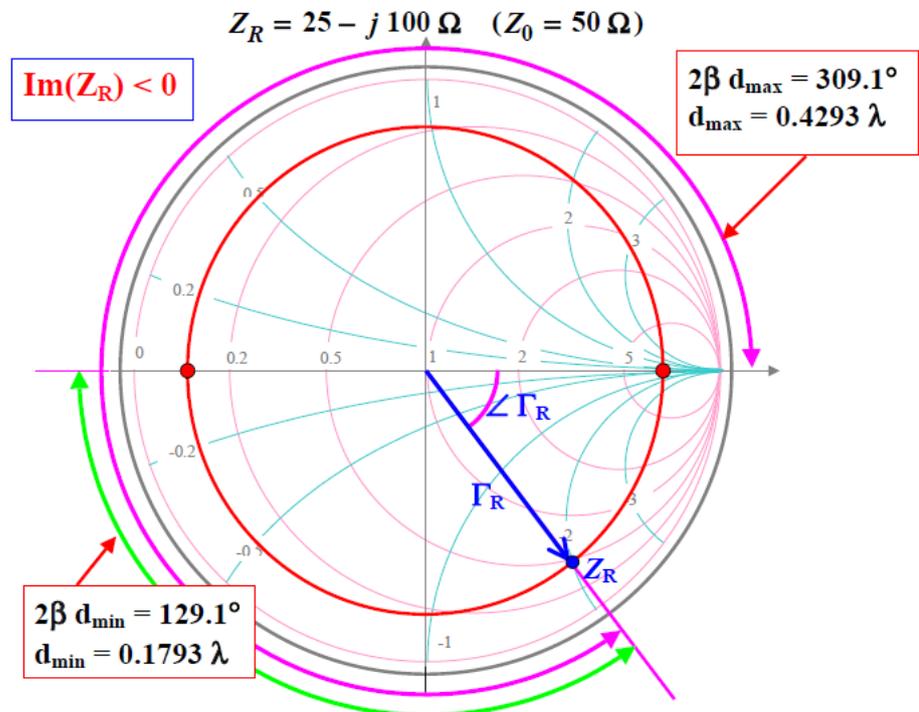
$$d_{min} = d_{max} + 0.25 \lambda = 0.32 \lambda$$

تذكر أن المسافة بين  $V_{max}$  و  $V_{min}$  هي  $\lambda/4$  (نصف دورة على المخطط)، وأن المسافة بين ذروتين  $V_{min}$  أو  $V_{max}$  متتاليتين هي  $\lambda/2$  (دورة كاملة على المخطط). لذلك نتابع الدوران باتجاه المولد على دائرة VSWR باتجاه عقارب الساعة حتى نصل إلى نهاية الخط عند الدخل لإيجاد عدد  $V_{max}$  و  $V_{min}$ .



الشكل 10:  $d_{\max}$  و  $d_{\min}$  على مخطط سميث إذا كان  $\text{Im}(Z_R) > 0$

إذا كان  $\text{Im}(Z_R) < 0$  أي أن  $Z_R$  في النصف الأسفل لمخطط سميث سنقابل  $V_{\min}$  أولاً انطلاقاً من الحمل على خط النقل كما في الشكل 11.



الشكل 11:  $d_{\max}$  و  $d_{\min}$  على مخطط سميث إذا كان  $\text{Im}(Z_R) < 0$

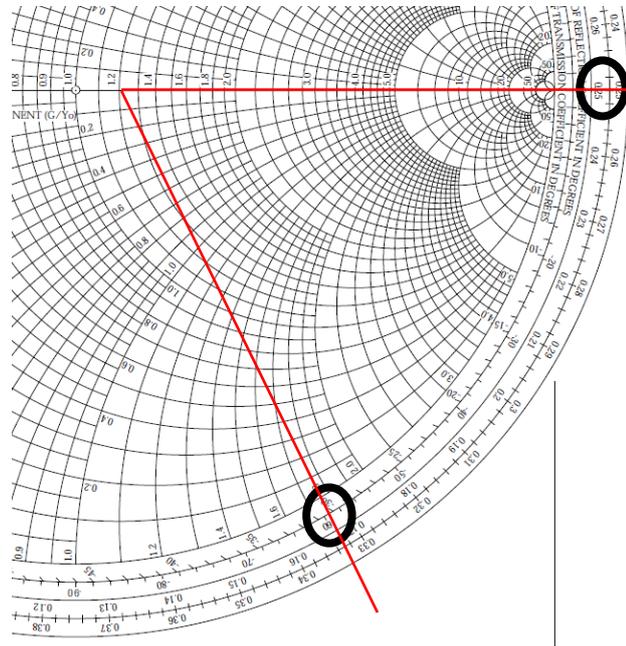
## 6. خط النقل مقصور النهاية A transmission line terminated in a short circuit

عندما ينتهي خط النقل بدارة مقصورة، أي  $Z_L = 0$  أو  $Y_L = \infty$ ، يكون  $|\Gamma_L| = 1$  و  $VSWR = \infty$ . يعني ذلك أنه عندما ننتقل على خط النقل مقصور النهاية باتجاه المولد، فإننا ندور على الدائرة التي تشكل محيط مخطط سميث، أي دائرة المقاومة  $r = 0$ . وتكون الممانعة في كل نقطة على خط النقل مقصور النهاية تخيلية صرفة، وتتغير بين  $-j\infty$  و  $+j\infty$ .

**مثال:** أوجد، باستخدام مخطط سميث، طول خط النقل مقصور النهاية الذي يعطي على دخله سماحية مقيسة  $1.6 - j$ .

**الحل:** نتعامل مع مخطط سميث للسماحيات عوضاً عن الممانعات، أي أن كل نقطة من مخطط سميث تمثل سماحية، ويمكن التحويل بينهما بالدوران نصف دورة (محول ربع موجة).

نعين إذاً  $1.6 - j$  على مخطط سميث كما في الشكل أدناه، وننتقل من الحمل  $Y_L = \infty$  بالدوران باتجاه عقارب الساعة على دائرة الناقلية  $g = 0$  (محيط مخطط سميث)، حتى نصل إلى النقطة  $1.6$  في النصف الأسفل (جزء تخيلي سالب)، فيكون الطول الذي قطعناه على WTG يساوي  $\ell = 0.339\lambda - 0.25\lambda = 0.089\lambda$ ، وهو الطول المطلوب.



## 7. خط النقل مفتوح النهاية A transmission line terminated in an open circuit

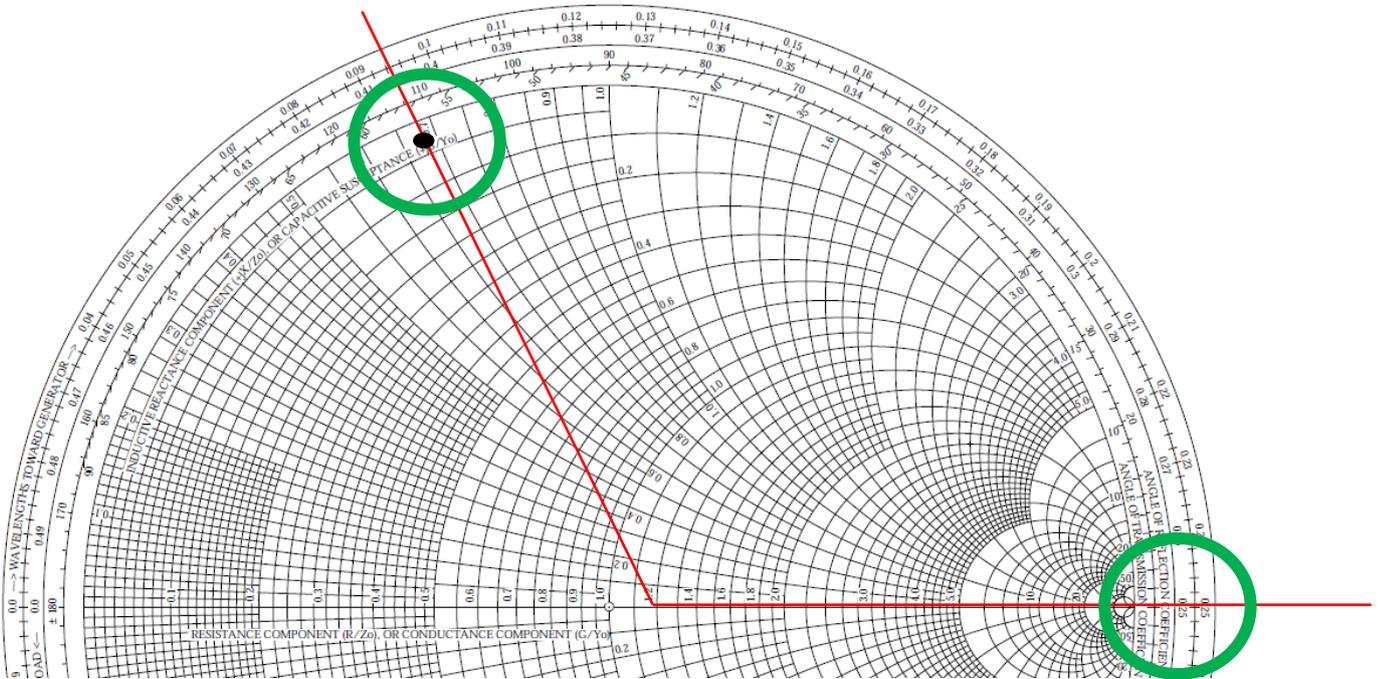
عندما ينتهي خط النقل بدارة مفتوحة، أي  $Z_L = \infty$  أو  $Y_L = 0$ ، يكون  $|\Gamma_L| = 1$  و  $VSWR = \infty$ . يعني ذلك أنه عندما تنتقل على خط النقل مفتوح النهاية باتجاه المولد، فإننا ندور على الدائرة التي تشكل محيط مخطط سميث، أي دائرة المقاومة  $r = 0$ . وتكون الممانعة في كل نقطة على خط النقل مفتوح النهاية تخيلية صرفة، وتتغير بين  $-j\infty$  و  $+j\infty$ .

مثال: أوجد، باستخدام مخطط سميث، طول خط النقل مفتوح النهاية الذي يعطي على دخله ممانعة مقيسة  $j 0.625$ .

الحل: نتعامل مع مخطط سميث للممانعات، أي أن كل نقطة من مخطط سميث تمثل ممانعة، نعين إذاً  $j 0.625$  على مخطط سميث كما في الشكل أدناه، وننطلق من الحمل  $Z_L = \infty$  بالدوران باتجاه عقارب الساعة على دائرة الممانعة  $r = 0$  (محيط مخطط سميث)، حتى نصل إلى النقطة  $0.625$  في النصف الأعلى (جزء تخيلي موجب)، فيكون الطول الذي قطعناه على WTG يساوي  $\ell = 0.089 \lambda + 0.25 \lambda = 0.339 \lambda$ ، وهو الطول المطلوب.

سؤال:

فسر هذه النتيجة بالنسبة للسابقة، وبين كيف يمكن الحصول على النتيجة بعملية بسيطة اعتماداً على خواص محول ربع الموجة؟



## إعادة حل تمارين الفصل السابق باستخدام مخطط سميث

1. خط نقل عديم الفقد ممانعته المميزة  $Z_0 = 50 \Omega$  ومعامل انعكاس الحمل  $\Gamma_L = 0.3 e^{j30^\circ}$ . استخدم مخطط سميث لإيجاد ممانعة الحمل ونسبة الأمواج المستقرة على خط النقل، والمسافة  $\ell_{min}$  و  $\ell_{max}$  الأوجية

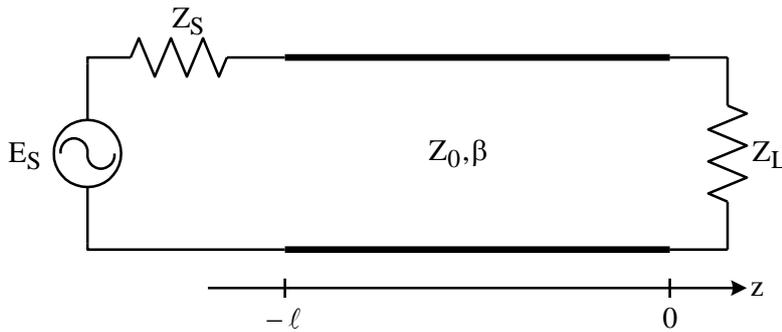
$$z_L = 1.6 + j 0.52 \Rightarrow Z_L = z_L \times Z_0 = 80 + j 26 \Omega$$

$$VSWR = 1.86$$

$$\ell_{max} = 0.042 \lambda$$

$$\ell_{min} = 0.292 \lambda$$

2. لتكن مواصفات الدارة المبينة في الشكل أدناه. استخدم مخطط سميث لإيجاد معامل الانعكاس عند الحمل والدخل وممانعة الدخل.



$$E_S = 10V \angle 0^\circ$$

$$Z_S = 100 + j50 \Omega$$

$$Z_0 = 50 \Omega$$

$$Z_L = 50 + j50 \Omega$$

$$\ell = \frac{\lambda}{8}$$

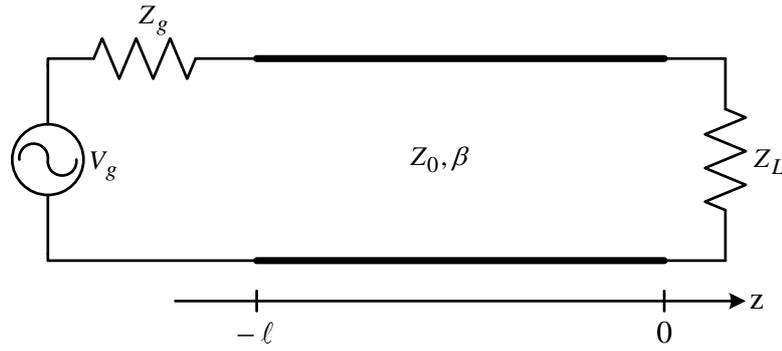
الأوجية

$$\Gamma_L = 0.45 e^{j64^\circ}$$

$$\Gamma_{in} = 0.45 e^{-j26^\circ}$$

$$z_{in} = 2 - j \Rightarrow Z_{in} = z_{in} \times 50 = 100 - j 50 \Omega$$

3. لتكن مواصفات الدارة المبينة في الشكل أدناه. استخدم مخطط سميث لإيجاد ممانعة الحمل ومعامل الانعكاس عند الدخل وممانعة الدخل وفقد الإرجاع و  $VSWR$ .



$$\begin{aligned}
 V_g &= 10 \text{ Vrms} \\
 Z_g &= 100 \ \Omega \\
 Z_0 &= 100 \ \Omega \\
 \Gamma_L &= 0.55 \angle -78^\circ \\
 \ell &= 2 \text{ cm} \\
 f &= 2.2 \text{ GHz} \\
 \epsilon_r &= 4.84
 \end{aligned}$$

الأجوبة

$$\lambda = \frac{C}{f_0 \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8}{2.2 \times 10^9 \times \sqrt{4.84}} = 6.2 \text{ cm}$$

$$\frac{\ell}{\lambda} = 0.323$$

$$z_L = 0.65 - j \Rightarrow Z_L = z_L \times Z_0 = 65 - j 100 \ \Omega$$

$$z_{in} = 1.2 + j 1.4 \Rightarrow Z_{in} = z_{in} \times 100 = 120 + j 140 \ \Omega$$

$$\Gamma_{in} = 0.55 e^{j50^\circ}$$

$$RL = 5.2 \text{ dB}$$

$$VSWR = 3.4 \text{ dB}$$

## مذاكرة: علامة النجاح 7/10

اختر الإجابة الصحيحة: درجة لكل سؤال

1. الانتقال على خط نقل طوله نصف طول الموجة يعني الدوران على مخطط سميث:

a. دورة كاملة

b. نصف دورة

c. ربع دورة

d. دورة ونصف

استخدم مخطط سميث لإيجاد ما هو أقصر طول لخط نقل مقصور النهاية ممانعته المميزة  $100 \Omega$ 

يعطي ممانعة الدخل في الحالات التالية:

2.  $Z_{in} = j100 \Omega$

a.  $\ell = 0.125 \lambda$

b.  $\ell = 0.5 \lambda$

c.  $\ell = 0.25 \lambda$

d.  $\ell = \lambda$

3.  $Z_{in} = 0 \Omega$

a.  $\ell = 0$

b.  $\ell = 0.5 \lambda$

c.  $\ell = 0.25 \lambda$

d.  $\ell = \lambda$

4.  $Z_{in} = \infty \Omega$

a.  $\ell = 0$

b.  $\ell = 0.5 \lambda$

c.  $\ell = 0.25 \lambda$

d.  $\ell = \lambda$

استخدم مخطط سميث لإيجاد ما هو أقصر طول لخط نقل مفتوح النهاية ممانعته المميزة  $100 \Omega$ 

يعطي ممانعة الدخل في الحالات التالية:

5.  $Z_{in} = -j100 \Omega$

a.  $\ell = 0.125 \lambda$

b.  $\ell = 0.5 \lambda$

c.  $\ell = 0.25 \lambda$

d.  $\ell = \lambda$

6.  $Z_{in} = 0 \Omega$

a.  $\ell = 0$

b.  $\ell = 0.5 \lambda$

$$\ell = 0.25 \lambda \quad .c$$

$$\ell = \lambda \quad .d$$

$$Z_{in} = \infty \Omega \quad .7$$

$$\ell = 0 \quad .a$$

$$\ell = 0.5 \lambda \quad .b$$

$$\ell = 0.25 \lambda \quad .c$$

$$\ell = \lambda \quad .d$$

8. استخدم مخطط سميث لإيجاد السماحية المكافئة للممانعة  $50 + j50 \Omega$  على خط نقل ممانعته المميزة

$$50 \Omega$$

$$50 + j50 \text{ S} \quad .a$$

$$0.01 + j0.01 \text{ S} \quad .b$$

$$0.01 - j0.01 \text{ S} \quad .c$$

$$0.5 - j0.5 \text{ S} \quad .d$$

9. استخدم مخطط سميث لإيجاد الممانعة المكافئة للسماحية  $4 + j8 \text{ mS}$  على خط نقل ممانعته المميزة

$$75 \Omega$$

$$53 + j98 \Omega \quad .a$$

$$75 + j150 \Omega \quad .b$$

$$75 - j150 \Omega \quad .c$$

$$53 - j98 \Omega \quad .d$$

10. استخدم مخطط سميث لإيجاد معامل الانعكاس المكافئ للسماحية  $4 + j8 \text{ mS}$  على خط نقل

$$\text{ممانعته المميزة } 75 \Omega$$

$$0.36 e^{j66^\circ} \quad .a$$

$$0.36 e^{-j66^\circ} \quad .b$$

$$0.64 e^{-j66^\circ} \quad .c$$

$$0.64 e^{j66^\circ} \quad .d$$

التغذية الراجعة لكل الأسئلة: راجع مخطط سميث.

السؤال	الجواب
1	a
2	
3	a
4	c
5	a
6	c
7	a
8	c
9	d
10	c