الجامعة الافتراضية السورية

SYRIAN VIRTUAL UNIVERSITY

فيزياء

الدكتور مصطفى عليوي

BY ND

ISSN: 2617-989X

Books & Refrences

فيزياء

الدكتور مصطفى عليوي

من منشورات الجامعة الافتراضية السورية

الجمهورية العربية السورية ٢٠٢٠

هذا الكتاب منشور تحت رخصة المشاع المبدع – النسب للمؤلف – حظر الاشتقاق (CC– BY– ND 4.0)

https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/legalcode.ar

يحق للمستخدم بموجب هذه الرخصة نسخ هذا الكتاب ومشاركته وإعادة نشره أو توزيعه بأية صيغة وبأية وسيلة للنشر ولأية غاية تجارية أو غير تجارية، وذلك شريطة عدم التعديل على الكتاب وعدم الاشتقاق منه وعلى أن ينسب للمؤلف الأصلي على الشكل التالي حصراً :

مصطفى عليوي، الإجازة في تقانة الاتصالات، من منشورات الجامعة الافتراضية السورية، الجمهورية العربية السورية، ٢٠٢٠

متوفر للتحميل من موسوعة الجامعة https://pedia.svuonline.org/

Physics

Mustafa Eleoui

Publications of the Syrian Virtual University (SVU)

Syrian Arab Republic, 2020

Published under the license:

Creative Commons Attributions- NoDerivatives 4.0

International (CC-BY-ND 4.0)

https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/legalcode

Available for download at: https://pedia.svuonline.org/

الفهرس

الفصل الأول:
الشحنة الكهربائية وقانون كولون

الكلمات المفتاحية:

الشحنة الكهربائية، الشَّحْنُ الكهربائي، نواقل، عوازل، كولون، نظرية التراكب

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بطرق الشَّحْن الكهربائي وأنواع الشحنة لكهربائية وقانون كولون بالإضافة إلى نظرية التراكب.

يهدف هذا الفصل إلى التعرف على الشحنة الكهربائية وقانون كولون

أهداف تعليمية:

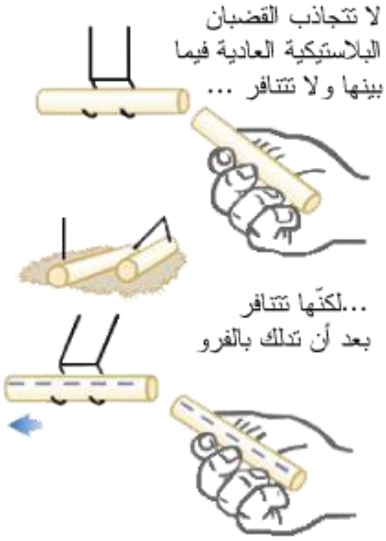
يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- طرق شَحْن الأجسام
- نوعي الشحنة الكهربائية
- المواد الناقلة والمواد العازلة
- قانون كولون
- نظرية التراكب

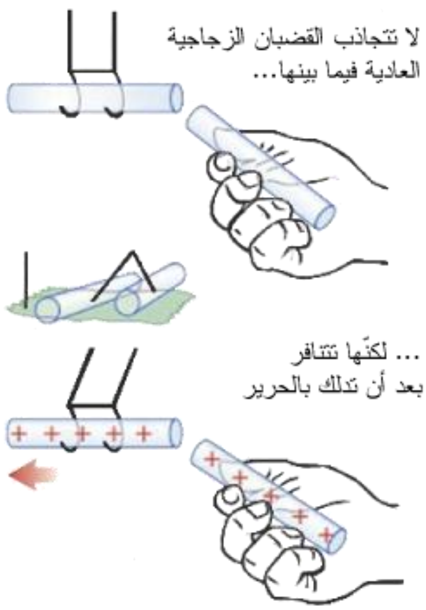
المخطط:

1. شحن الأجسام كهربائيا بالدلك
2. أنواع الشحنة الكهربائية
3. تفسير الشحن الكهربائي
4. المواد الناقلة والمواد العازلة
5. الشحن بالتحريض
6. قانون كولون
7. مثال حول قانون كولون
8. نظرية التراكب
9. مثال حول نظرية التراكب
10. تمارين الفصل 1

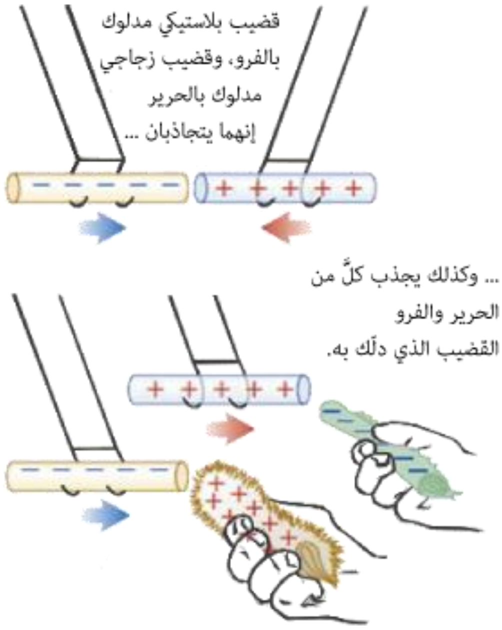
1. شحن الأجسام كهربائيًّا بالدلك



عندما يُدْلك قضيبان بلاستيكيان بِالفَرو، ثمَّ يُقرَّب أحدهما من الآخر فإنَّهما يتنافران أي يبتعد كل منهما عن الآخر. هذه ظاهرة من ظواهر الكهرباء الساكنة. نقول إنَّ قضيب البلاستيك شُحِن كهربائيًّا، وأنَّه قد اكتسب شحنةً كهربائية.

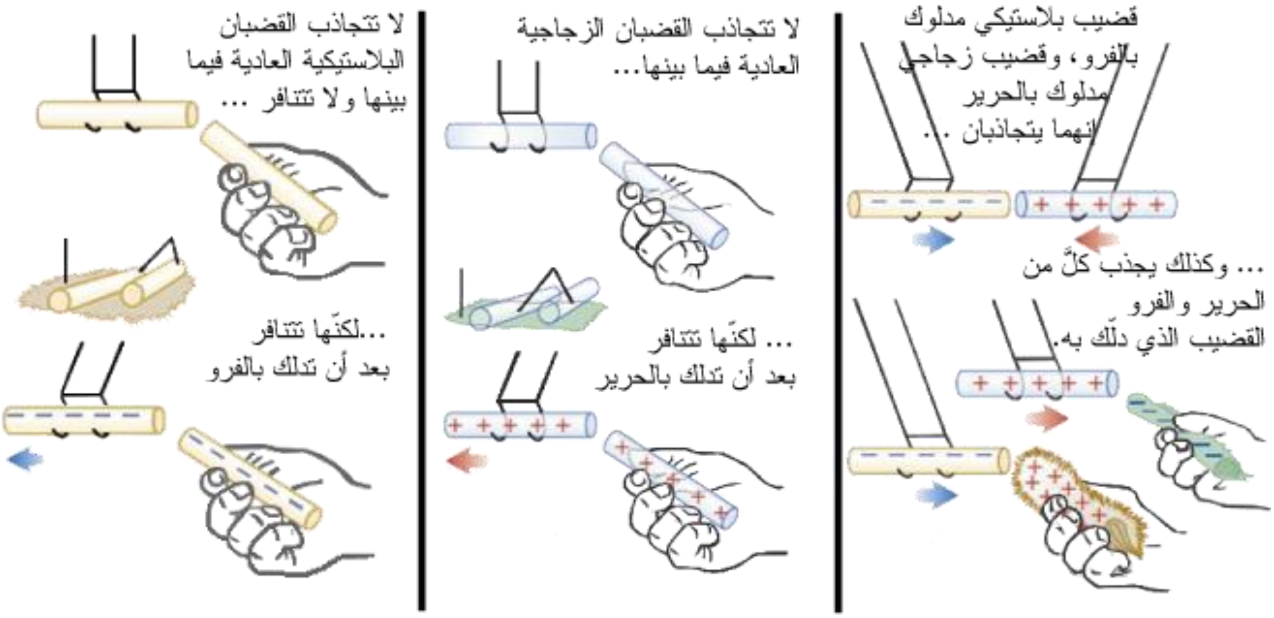


تُشحَنُ القضبان الزجاجية كهربائيًّا عندما تُدلك بالحرير، وتتنافر فيما بينها.



القضيب البلاستيكي المدلوك بالفَرو يجذبُ القضيب الزجاجي المدلوك بالحرير.

2.أنواع الشحنة الكهربائية



الشحنة الكهربائية نوعان: سالبة وموجبة.

3. تفسير الشَّحن الكهربائي

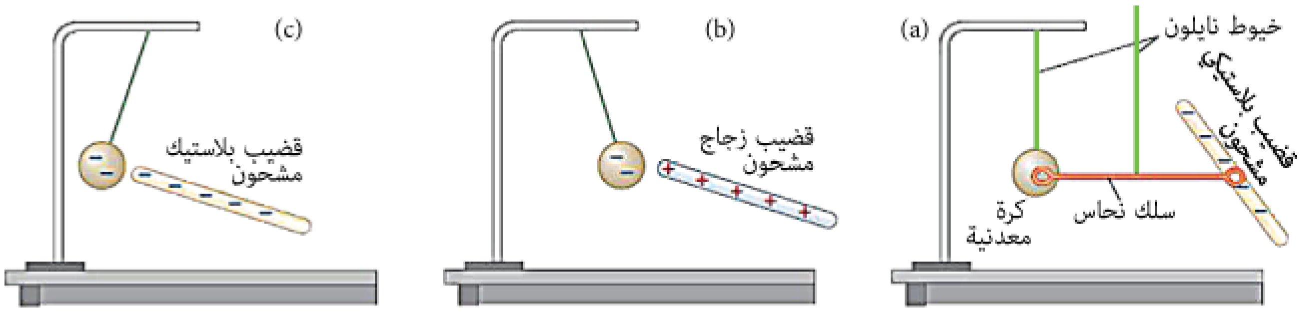
يمكن للإلكترونات أن تنتقل بسهولة من مادة لأخرى.

عندما يُدلَك قضيب البلاستيك بالفَرو، تنتقل إلكترونات من الفَرو إلى البلاستيك، يصبح عدد الإلكترونات في قضيب البلاستيك أكبر من عدد البروتونات فيه، ومن ثَمَّ يكتسب قضيب البلاستيك شحنةً سالبة، في حين يكتسب الفَرو شحنة موجبة.

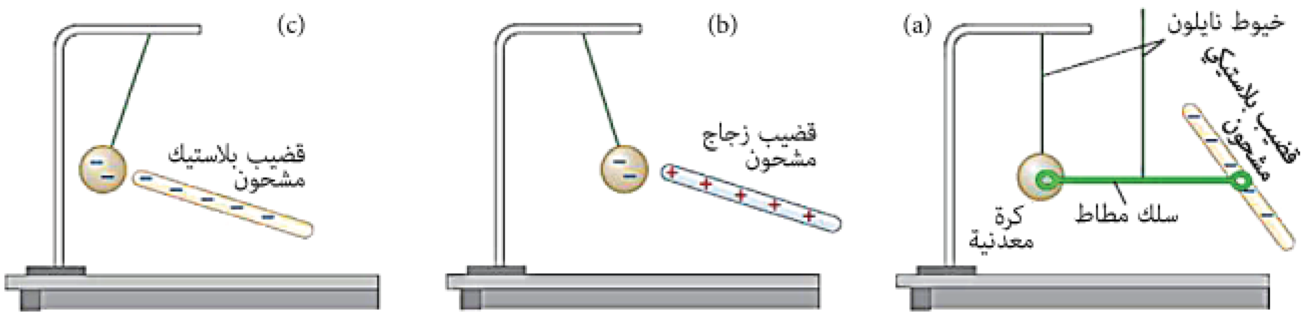
كذلك عندما يُدلَك قضيب الزجاج بالحرير، تنتقل إلكترونات من الزجاج إلى الحرير، فيصبح عدد الإلكترونات في قضيب الزجاج أقلَّ من عدد البروتونات فيه، فيكتسب شحنةً موجبةً.

نقيس الشحنة الكهربائية في الجملة الدولية SI بـ الكولون C. ويكون لدينا شحنة الإلكترون تساوي $-e$ وشحنة البروتون $+e$، حيث e الشحنة الأولية وهي تساوي القيمة المطلقة لشحنة الإلكترون، أي $e = 1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}$

4. المواد الناقلة والمواد العازلة



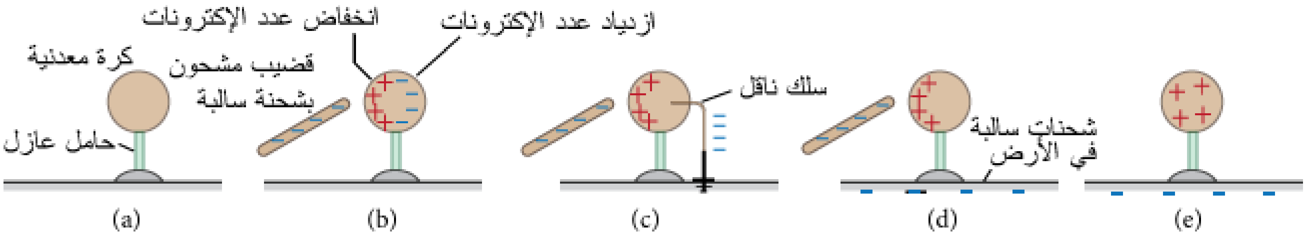
يعرض الشكل (a) سلكاً من النحاس يحمله خيط بلاستيكي. نجعل قضيباً بلاستيكيًّا مشحوناً يلمس أحدَ طرفي السلك، ونصل طرفَ السلك الآخرَ بكرة معدنية غير مشحونة في البداية. ثمَّ نُبْعِد القضيب المشحون، ونفصل السلك عن الكرة. وعندما نقرِّب بعدئذٍ جسماً مشحوناً من الكرة، نلاحظ أنَّ الكرة تنجذب أو تبتعد عن ذاك الجسم المشحون (b وc). هذا يعني أنَّ الكرةَ قد اكتسبت شحنةً كهربائية. أي ثمَّة شحنات كهربائية انتقلت من سطح القضيب البلاستيكي المشحون عبرَ السلك النحاسي إلى الكرة.



عندما نعيد التجربة السابقة باستعمال خيط من المطاط أو النايلون عوضاً عن السلك النحاسي سنلاحظ أنَّ الكرة لا تكتسبْ أيَّ شحنة كهربائية. فهذه المواد (المطاط والنايلون) لا تسمح للشحنات الكهربائية أن تتحرك بسهولة خلالها.

يمكن للشحنات الكهربائية في بعض المواد مثل النحاس والمعادن أن تتحرَّك بسهولة من منطقة لأخرى في المادة تسمى هذه المواد نواقل للكهرباء. في مواد أخرى مثل البلاستيك والنايلون والمطاط هذه الحركة غير ممكنة، تسمى هذه المواد عوازل كهربائية.

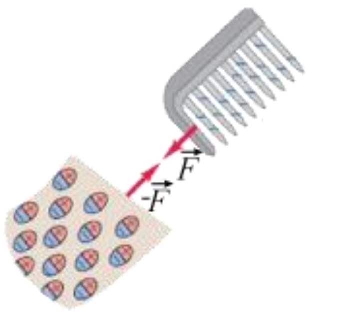
5. الشَّحنُ بالتحريض

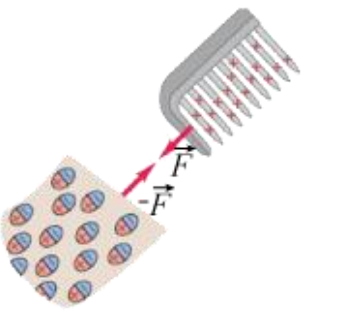


عندما نقرِّب إلى الكرة القضيبَ البلاستيكي المشحونَ بشحنة سالبة، تتأثَّر الإلكترونات الحرَّة في الكرة المعدنية بشحنة القضيب السالبة، فتبتعد تلك الإلكترونات نحو اليمين مخلِّفةً وراءَها (في اليسار) منطقة ذات شحنة موجبة، في حين يصبح الجزء الأيمن من الكرة مشحوناً بشحنة سالبة.

وعندما نوصل الكرةَ المعدنية بسلك ناقل إلى الأرض، تنتقل تلك الإلكترونات إلى الأرض مباشرةً، وتبقى الكرة مشحونة بشحنة موجبة.

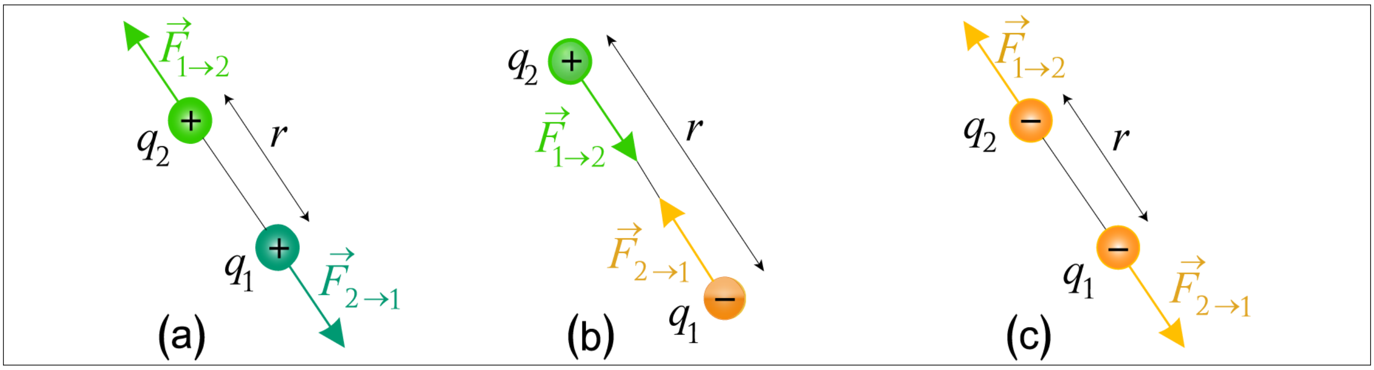
ونلاحظ هنا أنَّ شحنةَ القضيب البلاستيكي العازل لا تتغيَّر أثناء هذه التجربة.





يمكن لجسم مشحون أن يؤثِّر بقوَّة كهربائية أيضاً في جسم آخر معتدل كهربائيًّا في البداية. فمثلاً عندما يمشِّط أحد ما شعره، ثمَّ يقرِّب ذاك المشط من قصاصات ورقية، تنزاح الشحنات الموجبة عن الشحنات السالبة في كل جزيء انزياحاً صغيراً عن مواقع توازنها، وتنجذب قصاصات الورق نحو المشط، وتتوجَّه تلك الجزيئات بحيث تصبح مراكز الشحنة في جزيئات الورق، المعاكسة لشحنة المشط هي الأقرب إلى المشط.

6. قانون كولون



- تؤثر كل شحنة بالأخرى بقوة تدعى قوة كهربائية، نرمز لهما F12 و F21
- هاتان القوتان متساويتان شدَّة ومتعاكستان جهةً (حسب مبدأ الفعل ورد الفعل في الميكانيك)
- مع ازدياد المسافة بين الشحنتين تصبح القوة الكهربائية ضعيفة

درس كولون القوى الكهربائية بين الشحنات الكهربائية عام 1784. وقد لاحظ أنَّ القوة المتبادلة بين أي شحنتين نقطيَّتَيْن q_1 و q_2 تتناسب عكساً مع مربَّع المسافة بينهما r، وطرداً مع جداء الشحنتين q_1 و q_2. فتؤثِّر الشحنة q_1 في الشحنة q_2 بقوَّة محمولة على الخط الواصل بين هاتين الشحنتين، تتعلَّق جهتها بإشارتي الشحنتين كما في الشكل السابق وتُعطى شدَّتها بقانون كولون الآتي:

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}.$$

حيث k ثابت يتعلَّق بالوسط الذي يحوي الشحنتين، فهو يتعلَّق بميزة خاصة للأوساط، يدعى ثابت العزل. في الخلاء (والهواء) يكون لدينا:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \simeq 9.0\times 10^9\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$$

المقدار ε_0 ثابت يدعى سماحية الخلاء. وعندما يكون الوسط الفاصل بين الشحنتين مختلفاً عن الهواء (مثل الشمع أو البارافين أو الورق . . .) يكون للثابت k قيمة أخرى تختلف من وسط لآخر، بحيث:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

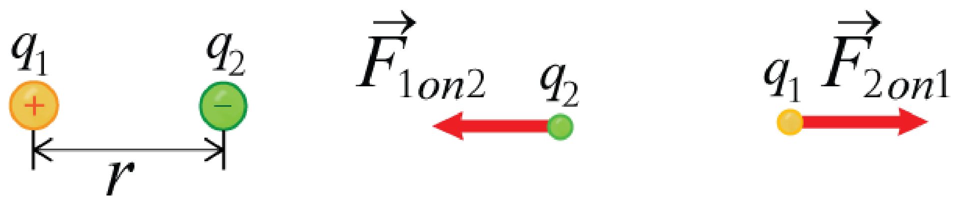
حيث ε_r ثابت يتعلَّق بالوسط الفاصل بين الشحنتين، ويدعى ثابت العزل الكهربائي أو السماحية النسبيَّة. لهذا الثابت أهمية بالغة في دراسة الخصائص الضوئية للأوساط المادية وانتشار الأمواج خلالها.

7. مثال حول قانون كولون

توضع شحنات $q_1 = +20\,\text{nC}$ و $q_2 = -60\,\text{nC}$ في الخلاء بحيث تكون المسافة بينهما $r = 3.0\,\text{cm}$. حدِّد شدَّة وحامل وجهة القوة الكهربائية (1) التي تؤثِّر بها q_1 في q_2، (2) التي تؤثِّر بها q_2 في q_1.

الحل:

الشحنتان هنا متعاكستان لذا ستجذب كل شحنة الشحنةَ الأخرى، بقوة حاملها هو الخط المستقيم الواصل بين الشحنتين، وجهتها كما في الشكل الآتي.



شدَّة كل قوَّة تساوي:

$$F_{1\,\text{on}\,2} = F_{2\,\text{on}\,1} = 9.0\times10^{9} \times \frac{\left|(+20\times10^{-9})(-60\times10^{-9})\right|}{(3.0\times10^{-2})^{2}}$$

$$= 0.012\,\text{N}$$

انتبه إلى استعمال القيمة المطلقة q_1q_2 لدى تطبيق قانون كولون لحساب شدَّة القوَّة الكهربائية.

8. نظرية التراكب

يعطي قانون كولون القوَّة الكهربائية المتبادلة بين شحنتين نقطيَّتَيْن فقط. وفي حال وجود عدَّة شحنات نقطية، فإنَّ كل شحنة منها ستتأثر بقوى كهربائية ناجمة عن الشحنات الأخرى.

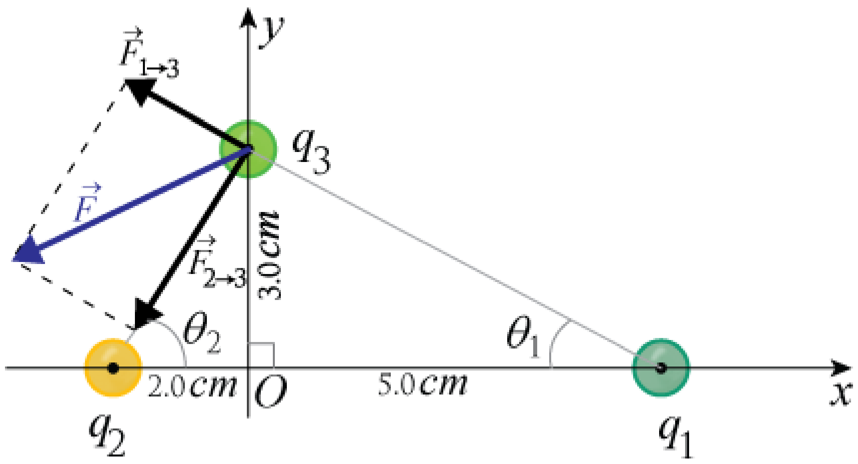
نظرية التراكب: القوَّة الكهربائية الكلية المؤثِّرة في كل شحنة تساوي المجموع الشعاعي للقوى الناجمة عن تأثير الشحنات الأخرى

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots$$

9. مثال حول نظرية التراكب

لنفترض شحنتين نقطيَّتَيْن $q_1 = +2.5\,\text{nC}$ و $q_2 = -2.0\,\text{nC}$ موضوعتين على المحور Ox في نقطتين فاصلتاهما $x_1 = +5.0\,\text{cm}$ و $x_2 = -2.0\,\text{cm}$ على الترتيب. ولتكن $q_3 = +5.0\,\text{nC}$ شحنة نقطية ثالثة موضوعة على المحور Oy في نقطة ترتيبها $y_3 = 3.0\,\text{cm}$. أوجِد مساقط القوَّة المؤثِّرة في الشحنة q_3 واحسب شدَّتها.

الحل:



نطبِّق قانون كولون لنحسب القوتين الناجمتين عن الشحنتين q_1 و q_2 المؤثِّرَتَيْن في الشحنة q_3، ثُمَّ نأخذ محصلتهما الشعاعية، فنحصل على القوَّة الكهربائية المؤثِّرة في q_3

شدَّة القوَّة $\vec{F}_{1\to3}$ هي:

$$F_{1\to3} = 9.0\times10^9 \frac{2.5\,10^{-9}\times5.0\,10^{-9}}{(3.0\,10^{-2})^2+(5.0\,10^{-2})^2} \simeq 33.1\,\mu\text{N}$$

وشدَّة القوَّة $\vec{F}_{2\to3}$ هي:

$$F_{2\to3} = 9.0\times10^9 \frac{2.0\,10^{-9}\times5.0\,10^{-9}}{(2.0\,10^{-2})^2+(3.0\,10^{-2})^2} \simeq 69.2\,\mu\text{N}$$

$$F_{1\to3\ x} = -F_{1\to3}\times\cos\theta_1 = -33.1\times\frac{5.0}{\sqrt{5.0^2+3.0^2}} = -28.4\,\mu N$$

$$F_{1\to3\ y} = +F_{1\to3}\times\sin\theta_1 = +33.1\times\frac{3.0}{\sqrt{5.0^2+3.0^2}} = +17.0\,\mu N$$

وبالمثل نجد مساقط القوَّة $\vec{F}_{2\to3}$ على المحورين $\mathrm{O}x$ و $\mathrm{O}y$:

$$F_{2\to3\ x} = -F_{2\to3} \times \cos\theta_2 = -69.2 \times \frac{2.0}{\sqrt{2.0^2 + 3.0^2}} = -38.4\,\mu N$$
$$F_{2\to3\ y} = -F_{2\to3} \times \sin\theta_2 = -69.2 \times \frac{3.0}{\sqrt{2.0^2 + 3.0^2}} = -57.6\,\mu N$$

ومن ثَمَّ القوَّة الكهربائية الكلية المؤثرة في q_3 هي $\vec{F} = \vec{F}_{1\to3} + \vec{F}_{2\to3}$، ومساقطها على المحورين ين $\mathrm{O}x$ و $\mathrm{O}y$ هما:

$$F_x = F_{1\to3\ x} + F_{2\to3\ x} = -66.8\,\mu N$$
$$F_y = F_{1\to3\ y} + F_{2\to3\ y} = -40.6\,\mu N$$

شدَّة القوة الكهربائية الكلّية المؤثّرة في q_3 هي:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-66.8)^2 + (-40.6)^2}$$
$$= 78\,\mu N$$

ملاحظة: لقد احتفظنا في النتيجة النهائية بعدد من الأرقام المَعْنَوِيَّة يساوي أصغر عدد للأرقام المعنوية في القيم المستَعملة للوصول إلى هذا الحساب، وهو رقمَيْن مَعْنَوِيَّيْن فقط.

10. تمارين الفصل 1

التمرين 1:

إذا كانت القوّة الكهربائية بين بروتونَيْن تساوي 2.30×10^{-26} N فما المسافة بينهما (علماً أنَّ شحنة البروتون تساوي 1.602×10^{-19}C و $1/(4\pi\varepsilon_0) = 8.99\times10^{9}$ SI:

A. 0.100 m

B. 0.022 m

C. 3.10 m

D. 5.70×10^{-3}m

E. 0.480 m

التمرين 2:

عندما نضع جسماً مشحوناً بشحنة موجبة بالقرب من جسم آخر مشحون بشحنة سالبة فعندئذ:

A. يدفع كل منهما الآخر

B. يجذب كل منهما الآخر

C. يمكن أن يتدافعا أو يتجاذبا حسب كتلة كل منهما

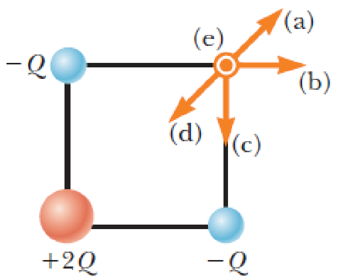
D. لا يؤثّر أي منهما في الآخر بأي قوّة

E. يفقد الجسم الموجب شحنته مباشرةً

التمرين 3:

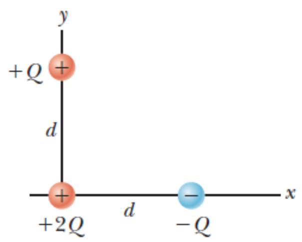
توضع ثلاث شحنات كما في الشكل حيث (Q>0) ولنفترض أنَ شحنةً q موجبة موجودة في الزاوية العليا اليمني على هذا الشكل. فما محصّلة القوّى المؤثّرة في q؟

(A) (B) (C) (D) (E)



التمرين 4:

في الشكل المجاور، تخضع الشحنة Q+ لقوَّة مركّبتُها على Oy هي



A. $F_y = \dfrac{2Q^2}{d^2}$

B. $F_y = \dfrac{Q^2}{2d^2}$

C. $F_y = \dfrac{Q^2}{4d^2} \; 8-\sqrt{2}$

D. $F_y = -\dfrac{Q^2}{2d^2}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

التمرين 5:

عندما نضاعف المسافة بين شحنتين فإنَّ شدَّة القوَّة الناجمة عن كل منهما في الأخرى:

A. تتضاعف

B. تنقص إلى نصف ما كانت عليه

C. تنقص إلى ربع ما كانت عليه

D. تصبح أربعة أضعاف ما كانت عليه

E. تنعدم

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال الخطأ
التمرين 1	(A)	راجع قانون كولون (الشرائح 6 و 7 و 8)
التمرين 2	(B)	راجع قانون كولون (الشرائح 6 و 7 و 8)
التمرين 3	(A)	راجع نظرية التراكب (الشريحتين 9 و 10)
التمرين 4	(C)	راجع قانون كولون (الشرائح 6 و 7 و 8)
التمرين 5	(C)	راجع قانون كولون (الشرائح 6 و 7 و 8)

الفصل الثاني:
الحقل الكهربائي

الكلمات المفتاحية:

الحقل الكهربائي، نظرية التراكب، كثافة الشحنة، توزُّع خطي، توزُّع سطحي، نظرية التراكب

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بالحقل الكهربائي الناجم عن شحنات كهربائية ساكنة (غير متحرِّكة) وطرق حسابه.

يهدف هذا الفصل إلى التعرف على الحقل الكهربائي وطرق حسابه

أهداف تعليمية:

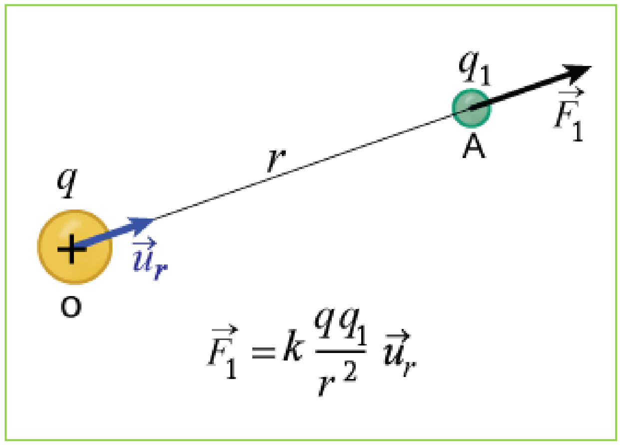
يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

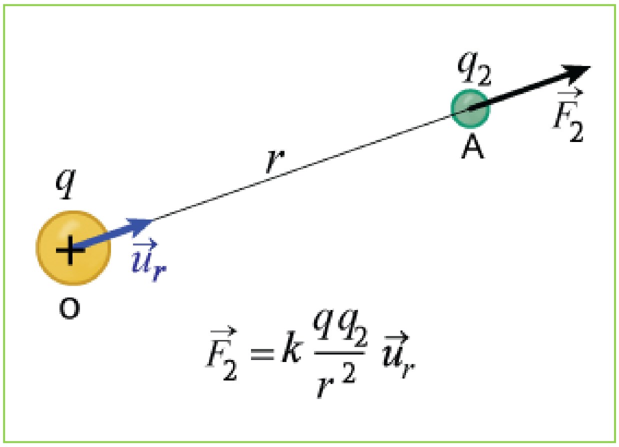
- الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية ساكنة
- نظرية التراكب
- كثافة الشحنة الكهربائية الخطية والسطحية
- حساب الحقل الكهربائي الناجم عن توزُّع بسيط للشحنة

المخطط:

1. الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية-1
2. الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية -2
3. مثال
4. نظرية التراكب
5. مثال عن نظرية التراكب
6. حالة شحنات موزَّعة خطيًّا
7. الحقل الكهربائي الناجم عن حلقة مشحونة خطيًّا بانتظام
8. الحقل الكهربائي الناجم عن ساق مشحونة
9. الحقل الكهربائي الناجم عن قرص مشحون سطحيًّا بانتظام
10. الحقل الكهربائي الناجم عن مستوي مشحون سطحيًّا بانتظام
11. تمارين الفصل 2

1.الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية –1





لنضع شحنةً نقطيَّةً q في النقطة O. وشحنة نقطيَّةً أخرى q1 في نقطة A، تخضع q1 للقوة $\vec{F}_1 = k\dfrac{qq_1}{r^2}\vec{u}_r$ حسب قانون كولون، وهي قوَّة ناجمة عن الشحنة q، حيث r المسافة بين الشحنتين، و $\vec{u}_r$ شعاع طوله 1 محمول على المستقيم OA ومتجه من O إلى A. وعندما نضع شحنةً نقطية أخرى q2، عوضاً عن q1، في A، فإنَّ q2 ستخضع أيضاً لقوة كهربائية $\vec{F}_2 = k\dfrac{qq_2}{r^2}\vec{u}_r$ ناجمة عن الشحنة q.

إذا أمعنَّا النظر في هاتين العلاقتين، سنلاحظ أنَّ النسبة بين القوة والشحنة المتأثِّرة تظل ثابتة، أي:

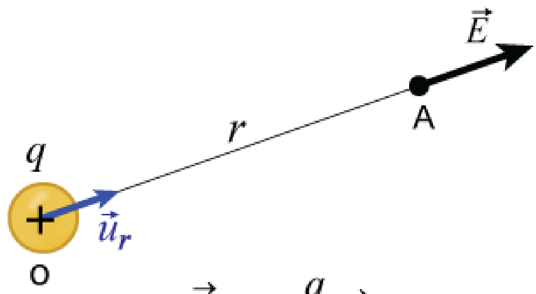
$$\frac{\vec{F}_1}{q_1} = \frac{\vec{F}_2}{q_2} = k\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

وأنَّ هذه النسبة تتعلَّق فقط بالشحنة المؤثِّرة q وبموقع النقطة A.

تعرِّف هذه النسبة مقداراً مهمًّا في الفيزياء، وفي دراسة الأمواج الكهرطيسية، يُدعى الحقل الكهربائي.

الحقل الكهربائي هو القوَّة في واحدة الشحنة. وتقدَّر شدَّته بـ N/C في الجملة الدولية أو V/m كما سنرى في فصل لاحق.

2. الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية -2

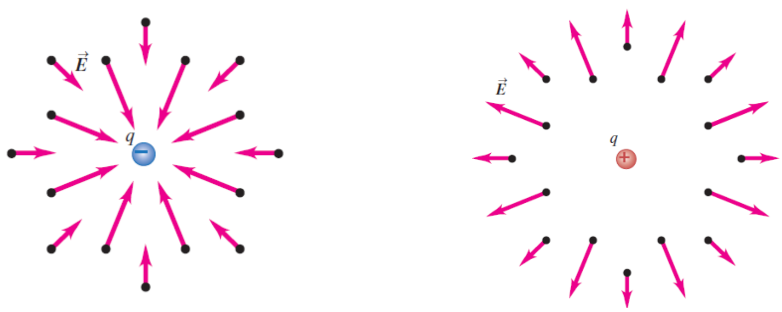


$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

تولِّد الشحنة النقطية q في النقطة A الحقلَ الكهربائي الآتي: $\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$ (حيث $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ في الخلاء)

يُدعى هذه الشعاع حقلاً لأنَّه معرَّف في كل نقطة من الفضاء حول الشحنة المولِّدة q، تماماً مثلما هي سنابل القمح في حقل زراعي!

الحقل الكهربائي مقدار شعاعي، تختلف جهته ويتغيَّر اتجاهه من نقطة لأخرى في الفضاء



تولد الشحنة النقطيَّة q إذن، في النقطة A حقلاً كهربائيًّا يعطى بالعلاقة الآتية: $\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$

الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية q هو مقدار شعاعي، محمول على الخط الواصل بين الشحنة المولِّدة q والنقطة A، وشدَّته تساوي $E = \frac{k\,|\,q\,|}{r^2}$ ، وتتعلَّق جهته بنوع الشحنة q.

في حالة q موجبة يكون الحقل متَّجهاً من q نحو A (مبتعداً عن q)، وفي حالة q سالبة يكون الحقل متَّجهاً من A نحو q (مقترباً من q).

إنَّ الحقل الكهربائي الذي تولِّده q في A، هو حقل موجود بصرف النظر عن الشحنة التي يمكن أن توضع في A. إنَّه حقل تولدِّه الشحنة q الموجودة في O. وعندما نضع أي شحنة في A، مثل q1، سيؤثِّر الحقل الكهربائي في q1 بقوَّة تساوي قوَّة كولون، وهي تُعطى أيضاً بالعلاقة: $\vec{F} = q_1\vec{E}$.

وبوجه عام، عندما توضع أي شحنة كهربائية q، في حقل كهربائي $\vec{E}$، فإنَّها تخضع للقوَّة $\vec{F} = q\vec{E}$.

في دراستنا لهذا المقرَّر، سنتعامل مع حقل كهربائي ساكن، ناجم عن شحنات كهربائية ساكنة، أي مع حقل كهربائي لا يتعلَّق بالزمن، لكنَّه يتغيَّر من نقطة إلى أخرى في الفضاء. الحقل الكهربائي في الحالة العامة يتعلَّق بالزمن أيضاً.

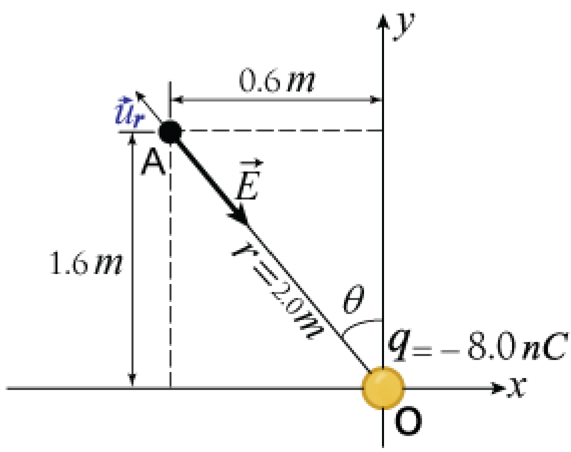
3. مثال

توضَع شحنة نقطيَّة $q = -8.0\,\text{nC}$ في O. أوجد الحقل الكهربائي في النقطة A إحداثيتها:

.A (x=−1.6m, y= 1.2m)

الحل:

نريد حساب الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الناجم عن شحنة نقطية. نمثِّل هذا التمرين كما في الشكل الآتي:



ويكون لدينا $\vec{E} = k\dfrac{q}{r^2}\vec{u}_r$

لدينا هنا $r = \sqrt{1.6^2 + 1.2^2} = 2.0\,\text{m}$

والشعاع الواحدي $\vec{u}_r$ محمول على OA وطوله يساوي 1، لذا:

$$\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\vec{i} + y\vec{j}}{r}$$
$$= \frac{-1.6\,\vec{i} + 1.2\,\vec{j}}{2.0} = -0.80\,\vec{i} + 0.60\,\vec{j}$$

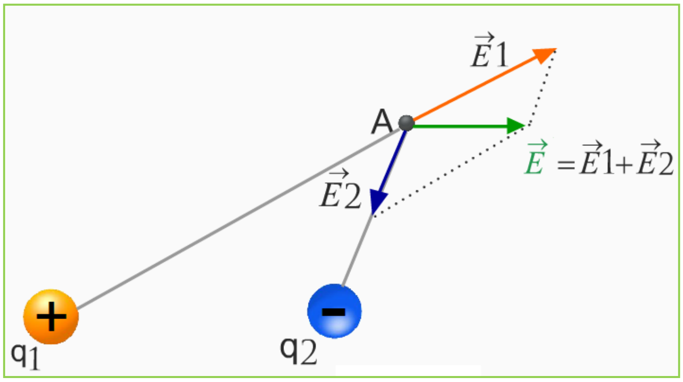
فيكون لدينا:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= (9.0\times10^{9})\frac{-8.0\times10^{-9}}{2.0^{2}}\ -0.80\,\vec{i}\ +0.60\,\vec{j}\\ &= 14\,\vec{i}\ -11\,\vec{j}\ (\mathrm{N/C})\end{aligned}$$

ملاحظة: الشحنة المُوَلِّدة للحقل في هذا المثال سالبة وموجودة في O، لذا الحقل الكهربائي موجَّه نحو O (منبع الحقل). يمكننا أيضاً أن نحسب شدة الحقل في البداية ثمَّ نستنتج مركبتيه (انظر الشكل): $E_x = E\sin\theta$ و $E_y = -E\cos\theta$.

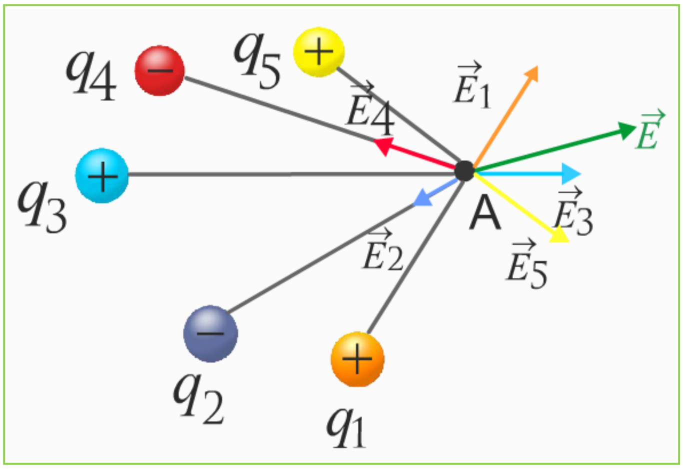
4. نظرية التراكب

في حال وجود شحنتين:



- تولد q1 في النقطة A الحقل E1
- وكذلك تولِّد q2 في النقطة A الحقل E2
- الحقل الكلي E المتولِّد في A يساوي مجموع الحقلين E1 وE2

في حال وجود أكثر من شحنتين:



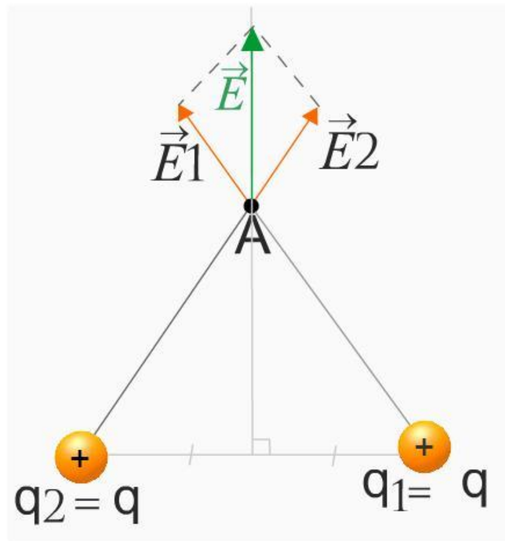
في الحالة العامَّة قد يوجد أكثر من شحنة كهربائية نقطية في الفضاء، q1 وq2 وq3 ...، وكل شحنة تولِّد حقلاً كهربائيًّا في الفضاء، وعندئذٍ يساوي الحقل الكهربائي في أي نقطة مثل A مجموع الحقول الكهربائية التي تولِّدها جميع الشحنات الكهربائية في تلك النقطة A، أي:

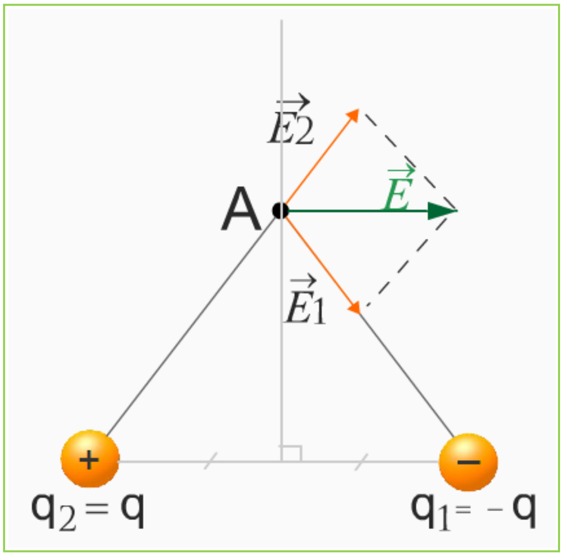
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots \quad \text{(نظرية التراكب)}$$

في الشكل المبيَّن سابقاً يمكننا أن نستنتج الحقل الكهربائي الكلي هندسيًّا بإجراء مجموع شعاعي للحقول الشعاعية $\vec{E}_1$، $\vec{E}_2$، $\vec{E}_3$، $\vec{E}_4$ ...

سنرى في فقرة لاحقة، أنَّ الشحنات الكهربائية لا تكون موزَّعة على شكل شحنات نقطية عادةً، بل على سطح (سطح مشط مثلاً) أو على خط (على ساق مثلاً) أو في الحجم (كرة مشحونة حجميًّا مثلاً) . لكن نظرية التراكب تبقى صحيحة في تلك الحالات ويتحوَّل المجموع إلى تكامل كما سنرى.

5. مثال عن نظرية التراكب



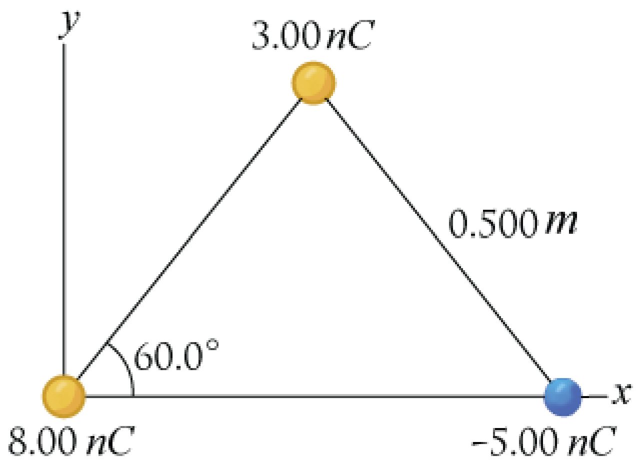


ندرس في هذا المثال حالة شحنتين متماثلتين (لهما القيمة نفسها)، ونريد تمثيل الحقل الكهربائي في نقطة ما من محور القطعة الواصلة بين هاتين الشحنتين. نلاحظ في هذه الحالة أنَّ الحقل الكهربائي (الكلِّي) في أي نقطة من المحور محمول على ذاك المحور.

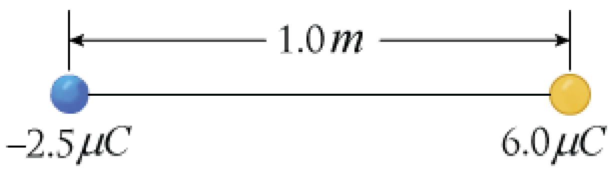
ثمَّ ندرس في هذا المثال حالة شحنتين متعاكستين (لهما قيمتين متعاكستين)، ونريد تمثيل الحقل الكهربائي في نقطة ما من محور القطعة الواصلة بين هاتين الشحنتين أيضاً. نلاحظ في هذه الحالة أنَّ الحقل الكهربائي (الكلِّي) في أي نقطة من المحور هو حقل عمودي على ذاك المحور.لهاتين الحالتين تطبيق مهم لاحقاً.

تمارين

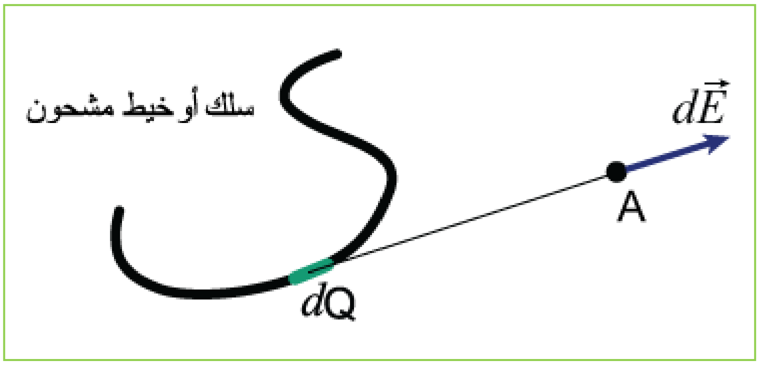
تمرين 1: احسب الحقل الكهربائي في منتصف المسافة بين الشحنتين الموجودتين على المحور Ox في الحالة الموضَّحة في الشكل التالي.



تمرين 2: حدِّد النقطة التي ينعدم فيها الحقل الكهربائي الكلي في الحالة المبيَّنة في الشكل الآتي.



6. حالة شحنات موزَّعة خطيًّا



الشحنة الكهربائية موزَّعة على سلك أو خيط أي أن هناك توزُّع مستمر للشحنة، dQ شحنة جزء صغير طوله $\mathrm{d}\ell$ من الجسم. تولِّد dQ في A حقلاً صغيراً dE بحيث:

$$\mathrm{d}E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}Q}{r^2}$$

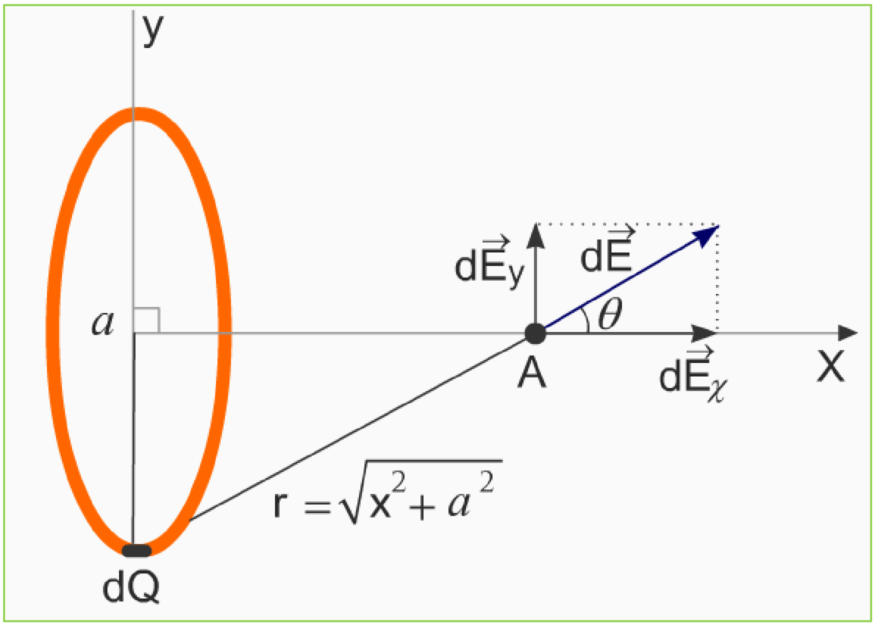
نُسقِط هذا الحقل على محاور الإحداثيات ونجري تكاملاً حتى نحسب الحقل الكلي الذي يولِّده الجسم في A.

نتعامل في العديد من الحالات مع جسم مشحون (طرف المشط أو كرة أو ساق)، وعندئذٍ تكون الشحنة الكهربائية موزَّعةً توزُّعاً مستمراً على خط (ساق) أو سطح (مشط أو مستو أو قرص) أو في حجم (كرة مشحونة حجميًّا مثلاً)... وفي هذه الحالات نعرِّف كثافةً موضعيَّة للشحنة تدل على كمية الشحنة في واحدة الطول أو في واحدة السطح أو في واحدة الحجم.

هنا الجسم المشحون خطي (سلك أو خيط) مشحون خطيًّا، بكثافة خطيَّة λ، فإذا كان طول الجسم L وشحنته الكلية Q، وكان مشحوناً بانتظام (أي الشحنة الكهربائية موزَّعة على طول الجسم بكميات متساوية في المناطق المتساوية) يكون لدينا $\lambda = Q / L$. واحدة قياس λ في الجملة الدولية هي $\mathrm{C.m^{-1}}$.

لحساب الحقل الذي يولِّده هذا الجسم الخطي في A، نحسب أولاً الحقل الصغير $\mathrm{d}\vec{E}$ الذي تولِّده شحنة نقطية صغيرة من ذاك الجسم، مثل $\mathrm{d}Q = \lambda \mathrm{d}\ell$، موجودة على جزء صغير من الجسم طولُه $\mathrm{d}\ell$ ثمَّ نسقط ذاك الحقل الصغير $\mathrm{d}\vec{E}$ على محاور الإحداثيات ونجري تكاملاً لكل مركِّبة حتى نحصل على الحقل الكلي، كما في المثال الآتي.

7. الحقل الكهربائي الناجم عن حلقة مشحونة خطيًّا بانتظام



نلاحظ في البداية، أنَّ الحقل الناجم عن هذه الحلقة هو حقل يوازي Ox، لأنَّ كل شحنتين صغيرتين، من الحلقة، متماثلتين ومتناظرتين بالنسبة لمبدأ الحلقة ستولِّدان في A حقلاً يوازي محور القطعة الواصلة بينهما، وهو المحور Ox، كما رأينا في مثال سابق.

هذه الحلقة مشحونة خطيًّا بانتظام، بشحنة كلِّية Q، ونصف قطرها R، لذا كثافة الشحنة الخطية هي $\lambda = \dfrac{Q}{2\pi R}$.

نحسب الحقل الناجم عن الشحنة الصغيرة dQ هو: $\mathrm{d}E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\mathrm{d}Q}{x^2 + a^2}$

مركِّبة هذا الحقل على Ox هي: $\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta$، أمَّا مركِّبته على Oy فغير مهمَّة لإجراء الحساب هنا، حيث سيكون الحقل الكلِّي محمولاً على Ox فقط.

ولدينا $\mathrm{d}Q = \lambda \mathrm{d}\ell$ و $\cos\theta = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ لذا نستنتج:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}E_x &= \mathrm{d}E\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}Q}{x^2+a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda x}{{x^2+a^2}^{3/2}}\mathrm{d}\ell \end{aligned}$$

الحقل الكلِّي في A يساوي مجموع تلك الحقول الصغيرة، وهو مجموعٌ نحصل عليه بإجراء تكامل على كل الحلقة:

$$\begin{aligned} E_x &= \int_{(\mathrm{C})}\mathrm{d}E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda x}{{x^2+a^2}^{3/2}}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}\ell \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda x}{{x^2+a^2}^{3/2}}(2\pi a) \end{aligned}$$

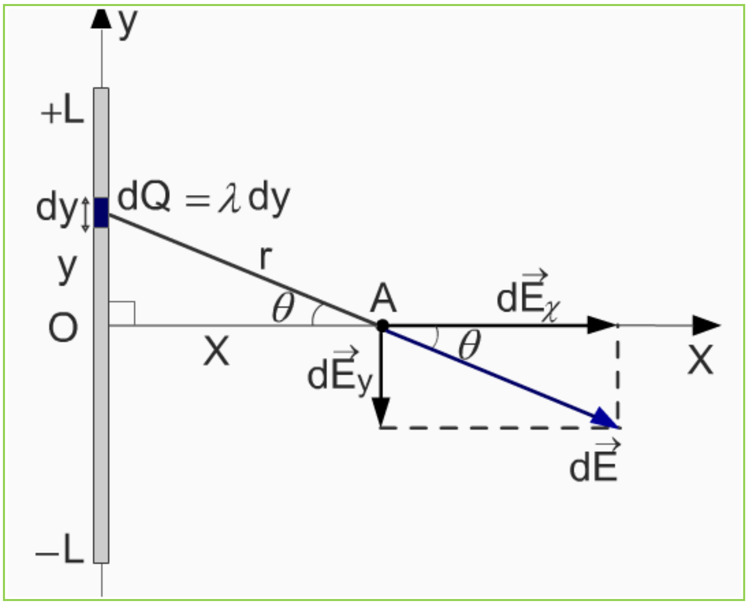
ولكن $\lambda = \dfrac{Q}{2\pi a}$، إذن $\lambda(2\pi a) = Q$ ومن ثَمَّ نحصل على:

$$\vec{E} = E_x\vec{i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{{x^2+a^2}^{3/2}}\vec{i}$$

تخيَّل حلقة صغيرة جدًّا، فما الحقل الناجم عنها؟ في هذه الحالة يجب أن يتساوى الحقل الناجم عن تلك الحلقة الصغيرة جدًّا مع الحقل الناجم عن شحنةً نقطيَّة Q، وهذا ما نجده في الواقع، فإذا جعلنا a تسعى إلى الصفر في عبارة الحقل السابق، سنجد:

$$\vec{E} = E_x\vec{i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{{x^2+0}^{3/2}}\vec{i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2}\vec{i}.$$

8. الحقل الكهربائي الناجم عن ساق مشحونة



نلاحظ في البداية، أنَّ الحقل الناجم عن هذه الساق في A هو حقل يوازي Ox، لأنَّ كل شحنتين صغيرتين، من الساق، متماثلتين ومتناظرتين بالنسبة لمركز الساق ستولدان في A حقلاً يوازي محور القطعة الواصلة بينهما، وهو المحور Ox، كما رأينا في مثال سابق.

الساق مشحونة خطيًّا بانتظام، بشحنة كلّية Q، وطولها 2L، لذا: $\lambda = \dfrac{Q}{2L}$. نريد حساب الحقل في نقطة A من Ox (محور الساق).

الحقل الناجم عن الشحنة الصغيرة dQ هو: $\mathrm{d}E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\mathrm{d}Q}{x^2+y^2}$

مركّبة هذا الحقل على Ox هي: $\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta$، أمَّا مركّبته على Oy فغير مهمَّة لإجراء الحساب هنا، حيث سيكون الحقل الكلّي محمولاً على Ox فقط.

ولدينا $\mathrm{d}Q = \lambda \mathrm{d}y$ و $\cos\theta = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ لذا نستنتج:

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}Q}{x^2+y^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda x\mathrm{d}y}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}$$

الحقل الكلِّي في A يساوي مجموع تلك الحقول الصغيرة، وهو مجموعٌ نحصل عليه بإجراء تكامل على كل الحلقة، وهذا يعني إجراء تكامل على المتحوِّل y من y=−L إلى y=+L:

$$E_x = \int \mathrm{d}E_x = \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-L}^{+L}\frac{\mathrm{d}y}{\left(y^2+x^2\right)^{3/2}} = \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x^2}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right]_{y=-L}^{y=+L}$$
$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x\sqrt{x^2+L^2}}$$

$$\vec{E} = E_x\vec{i} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{L}{x\sqrt{x^2+L^2}}\vec{i}$$

استعملنا هنا التكامل الآتي:

$$\int\frac{\mathrm{d}y}{\left(y^2+x^2\right)^{3/2}} = \frac{1}{x^2}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

حيث نجري التكامل على y وليس على x. فالهدف هو أن نجمع الحقول الصغيرة الناجمة عن كل الشحنات الصغيرة dQ من الساق، وهذا يعني أن نأخذ بالحسبان الشحنات dQ على كل الساق من y=−L إلى y=+L.

تخيَّل ساقاً قصيرة جدًّا، فما الحقل الناجم عنها؟ في هذه الحالة يجب أن يتساوى الحقل الناجم عن تلك الساق القصيرة جدًّا مع الحقل الناجم عن شحنةً نقطيَّة Q، وهذا ما نجده في الواقع، فإذا جعلنا L تسعى إلى الصفر في عبارة الحقل السابق، سنجد

$$\vec{E} = E_x \vec{i} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 0}} \vec{i} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x^2} \vec{i}$$

ولأنَّ $\lambda = Q / 2L$ نستنتج: $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x^2} \vec{i}$ وهي عبارة الحقل الناجم عن شحنة نقطية.

أوجدنا في هذا المثال الحقل الكهربائي الناجم عن ساق محدودة مشحونة خطيًّا، وذلك في نقطة من محور الساق Ox فقط. ووجدنا أنَّ ذلك الحقل يوازي Ox. يجب أن ننتبه أنَّ هذه النتيجة لا تنطبق على الحقل في أي نقطة أخرى لا تنتمي إلى المحور Ox، ففي مثل هذه النقاط سيكون للحقل مركبات أيضاً على Oy وعلى Oz.

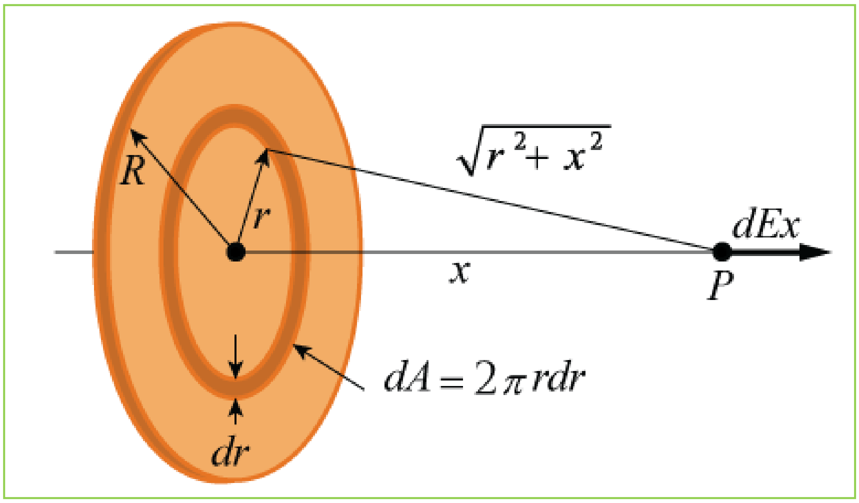
يمكن أن نتساءَل ما قيمة الحقل الناجم عن ساق ذات طول لانهائي؟ في هذه الحالة، يمكن أن نلجأ إلى كتابة الحقل الناجم عن الساق المحدودة كما يلي:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{L}{x\sqrt{L^2\left(\frac{x^2}{L^2} + 1\right)}} \vec{i} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x\sqrt{\frac{x^2}{L^2} + 1}} \vec{i}$$

ثمَّ نجعل في هذه العلاقة L تسعى إلى اللانهاية، فنحصل على:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} \vec{i}$$

9. الحقل الكهربائي الناجم عن قرص مشحون سطحيًّا بانتظام



القرص مشحون سطحيًّا بانتظام، بشحنة كلّيّة Q، ونصف قطره R. نريد حساب الحقل الكهربائي في P.

الكثافة السطحية هي: $\sigma = \dfrac{Q}{\pi R^2}$.

يمكن أن نتخيَّل هذا القرص على شكل عدد كبير من حلقات رقيقة محورها Ox، نصف قطر كل حلقة r وسمكُها dr، فتكون مساحة المحيط الرقيق لكل حلقة $2\pi r\,\mathrm{d}r$. ولذلك تكون شحنة كل حلقة رقيقة هي $\mathrm{d}Q = \sigma \times 2\pi r\,\mathrm{d}r$. تولِّد كل حلقة رقيقة في P حقلاً يوازي Ox هو (انظر حالة الحقل الناجم عن حلقة حيث نضع dQ عوضاً عن Q و r عوضاً عن a):

$$\mathrm{d}E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}Q\,x}{{x^2 + r^2}^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma \times 2\pi r\,\mathrm{d}r\,x}{{x^2 + r^2}^{3/2}}$$

نحصل على الحقل الكلي الناجم عن القرص في P، بجمع هذه الحقول الصغيرة الناجمة عن كل الحلقات الرقيقة المكوِّنة للقرص، وهذا يعني إجراء تكامل للعلاقة السابقة نغيِّر فيه r بين 0 وR:

$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\sigma \times 2\pi r\,\mathrm{d}r\,x}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{4\varepsilon_0} \int_0^R \frac{2r\,\mathrm{d}r}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{\sigma x}{4\varepsilon_0} \left[\frac{-2}{\sqrt{x^2 + r^2}} \right]_{r=0}^{r=R} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$$

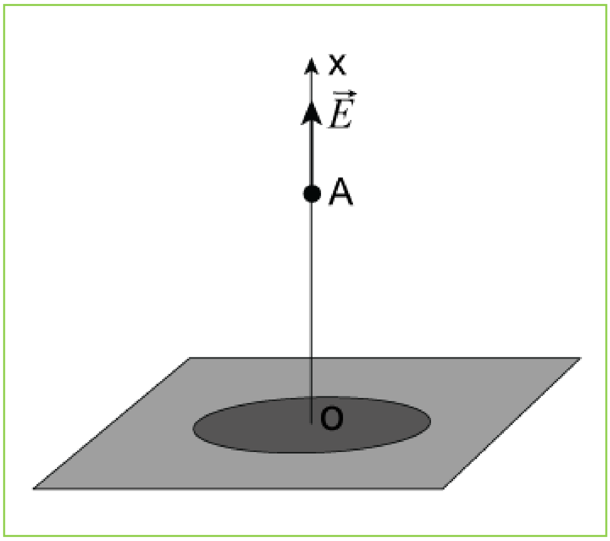
وعندما نُدخِل x إلى ما بين القوسين، ونخرج x من تحت الجذر، نحصل على:

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (R/x)^2}} \right)$$

ملاحظة 1: استعملنا هنا التكامل $\int \frac{2r\,\mathrm{d}r}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} = \frac{-2}{\sqrt{x^2 + r^2}}$ **حيث نجري التكامل على r وليس على x.**

ملاحظة 2: الحقل في نقطة من محور القرص إذن هو حقل يوازي محور القرص، وإذا كانت شحنة القرص موجبة، فإنَّ الحقل في النقاط الموافقة لـ x>0 (الواقعة على يمين القرص في الشكل المبيَّن هنا) تكون جهة الحقل نحو باتجاه المحور x، وفي النقاط الموافقة لـ x<0 (الواقعة على يسار القرص في الشكل المبيَّن هنا) يكون الحقل متجهاً بعكس جهة المحور x.

10. الحقل الكهربائي الناجم عن مستوي مشحون سطحيًّا بانتظام



المستوي لانهائي مشحون بكثافة سطحية منتظمة σ، ونريد حساب الحقل في A.

يمكن أن نتخيَّل هذا المستوي كقرص نصف قطره لانهائي،لذا نستعمل الحقل الناجم عن قرص مشحون بنفس الكثافة σ:

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+(R/x)^2}}\right)$$

ونجعل فيها نصف قطر القرص R يسعى إلى اللانهاية، فنلاحظ أنَّ الحد الثاني في هذه العبارة يسعى إلى الصفر (مقامُه يسعى إلى اللانهاية) ولذلك نجد:

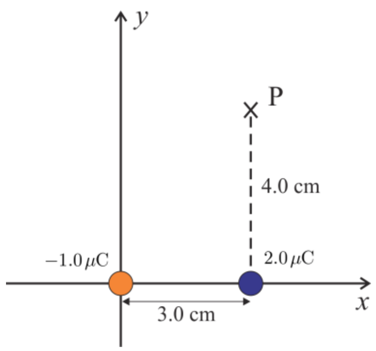
$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{أو} \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$$

فالحقل الناجم عن مستوٍ مشحون بانتظام هو حقل منتظم (لا يتعلَّق بـ x، أي له القيمة والجهة نفسهما في كل نقاط الفضاء) وحامله عمودي على المستوي.

11. تمارين الفصل 2

التمرين 1:

توضَع شحنتان كهربائيّتان كما في الشكل الآتي، فيكون للحقل الكهربائي المتولّد في P مركّبة على Ox هي:



A. $36 \times 10^{5}\ NC^{-1}$

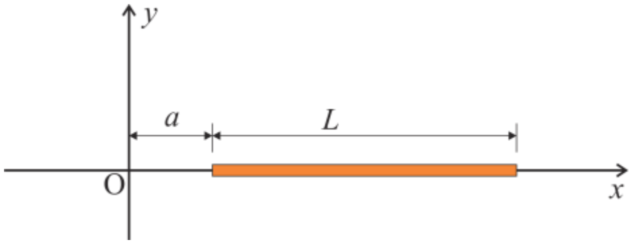
B. $-36 \times 10^{5}\ NC^{-1}$

C. $-21.6 \times 10^{5}\ NC^{-1}$

D. $21.6 \times 10^{5}\ NC^{-1}$

E. $-28.8 \times 10^{5}\ NC^{-1}$

التمرين 2:



في الشكل الآتي قطعة مستقيمة طولُها L، مشحونة بانتظام بشحنة كلية Q موجبة.

1. عبارة كثافة الشحنة λ هي

A. $\lambda = Q / L$

B. $\lambda = Q / a$

C. $\lambda = L / Q$

D. $\lambda = 0$

E. $\lambda = L / a$

2. حامل الحقل الكهربائي في O هو:

A. Ox

B. Oy

C. Oz

D. الحقل معدوم

E. غير معرَّف

3. جهة الحقل الكهربائي في O هي:

A. نحو x الموجبة

B. نحو x السالبة

C. نحو y الموجبة

D. نحو y السالبة

E. غير معرَّفة

4. شدَّة الحقل الكهربائي في O هي:

A. $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{a^2}$

B. $E = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{L-a}{La}$

C. $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{L^2}$

D. $E = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{a}{L(L+a)}$

E. $E = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{L}{a(L+a)}$

التمرين 3:

توضَع شحنتان نقطيَّتان متعاكستان لهما القيمة المطلقة نفسها، في نقطتين مختلفتين في الفضاء. في هذه الحالة الحقل الكهربائي في أي نقطة من محور القطعة الواصلة بين تلكما الشحنتين:

A. يوازي ذاك المحور

B. عمودي على ذاك المحور

C. يتجه نحو الشحنة الموجبة

D. يتجه نحو الشحنة السالبة

E. معدوم

التمرين 4:

توضَع شحنتان نقطيَّتان متماثلتان، في نقطتين مختلفتين في الفضاء. في هذه الحالة الحقل الكهربائي في أي نقطة من محور القطعة الواصلة بين تلكما الشحنتين:

A. يوازي ذاك المحور

B. عمودي على ذاك المحور

C. يتجه نحو الشحنة الموجبة

D. يتجه نحو الشحنة السالبة

E. معدوم

التمرين 5:

الحقل الكهربائي الناجم عن ساق مستقيمة طويلة جدًّا (لانهائية) في نقطة ما على بعد a عن الساق هو:

A. $E = \dfrac{\lambda}{2\varepsilon_0 a}$

B. $E = \dfrac{\lambda}{4\varepsilon_0 a}$

C. $E = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}$

D. $E = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

E. $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$

التمرين 6:

لنفترض مستوَيَيْن لانهائيَّيْن متوازيَيْن، مشحونين بانتظام بكثافتين σ و $-\sigma$ $(\sigma > 0)$. في هذه الحالة:

1. الحقل في أي نقطة بين المستويين:

A. عمودي على المستويين وشدته تساوي $\sigma / (2\varepsilon_0)$

B. عمودي على المستويين وشدته تساوي σ / ε_0

C. يوازي المستويين وشدته تساوي σ / ε_0

D. معدوم

E. يوازي المستويين وشدته تساوي $2\sigma / \varepsilon_0$

2. الحقل في أين نقطة ليست بين المستويين:

A. عمودي على المستويين وشدته تساوي $\sigma / (2\varepsilon_0)$

B. عمودي على المستويين وشدته تساوي σ / ε_0

C. يوازي المستويين وشدته تساوي σ / ε_0

D. معدوم

E. يوازي المستويين وشدته تساوي $2\sigma / \varepsilon_0$

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال الخطأ
التمرين 1		
التمرين 2	(A) (A) (B) (E)	راجع كثافة الشحنة الخطية في الشريحة 6 راجع الشريحة 6 راجع الشريحة 6 راجع الشرائح 6 و7 و 8
التمرين 3	(B)	راجع الشريحة 5
التمرين 4	(B)	راجع الشريحة 5
التمرين 5	(E)	راجع الشريحة 8
التمرين 6	(B) (D)	راجع الشريحة 10 والشريحة 4 راجع الشريحة 10 والشريحة 4

الفصل الثالث:
خطوط الحقل الكهربائي وثنائي القطب الكهربائي

الكلمات المفتاحية:

خط الحقل الكهربائي، ثنائي القطب الكهربائي

ملخص:

يتضمن هذ الفصل تعريفاً بخطوط الحقل الكهربائي ويُدخِل مفهوم ثنائي القطب الكهربائي.
يهدف هذا الفصل إلى التعرف على خطوط الحقل الكهربائي وأشكالها في بعض الأمثلة البسيطة، كما يهدف إلى تعريف ثنائي القطب الكهربائي ولتعرُّف على حقله الكهربائي وخطوط حقله.

أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- خط الحقل الكهربائي
- شكل خطوط الحقل الكهربائي في بعض الحالات البسيطة
- ثنائي القطب الكهربائي
- خطوط الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي قطب كهربائي
- الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي قطب كهربائي

المخطط:

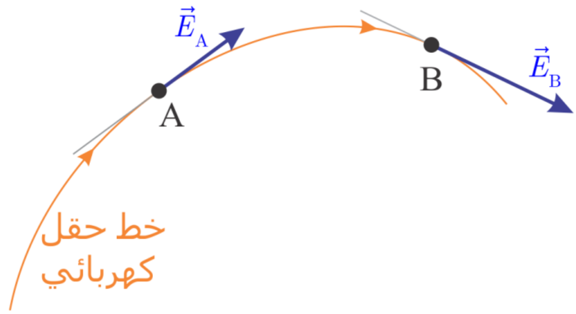
1. خطوط الحقل الكهربائي
2. خطوط الحقل الكهربائي في حالة شحنتين متعاكستين
3. خطوط الحقل الكهربائي (خلاصة)
4. ثنائي القطب الكهربائي
5. تأثير حقل كهربائي خارجي في ثنائي قطب كهربائي
6. تمرين
7. خطوط الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي قطب كهربائي
8. الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي قطب كهربائي
9. تمارين الفصل 3

1. خطوط الحقل الكهربائي

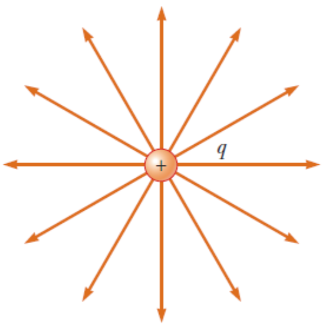
يصبح مفهوم الحقل الكهربائي في الفضاء أكثر وضوحاً عندما نتخيَّل أو نرسم خطوطاً تتجَّه بجهة الحقل في كل نقطة، وهي خطوط عرَّفها أول مرة Michael Faraday وسمَّاها خطوط القوَة، لكنَّ تسميتُها المُفَضَّلة اليوم هي خطوط الحقل.

خطُّ الحقل الكهربائي: هو منحنى وهمي (تخيُّلي) يكون الحقل في كل نقطة منه مماسًّا لذاك المنحنى.

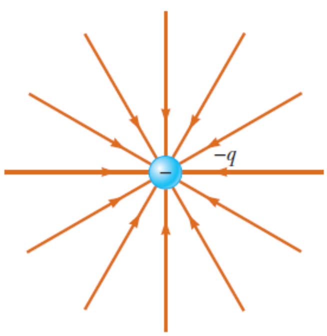
فمثلاً، إذا نظرتَ في حالة الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية موجبة، سترى أنَّ الحقل في كل



نقطة من أي مستقيم مار من O، سيكون مماساً (هنا محمولاً) على ذاك المستقيم، ومتِّجهاً نحو الخارج (مبتعداً عن الشحنة الموجبة) كما في الشكل الذي يبين خطوط الحقل للشحنة الموجبة فقط. لذا خطوط الحقل في حالة شحنة نقطية موجبة فقط هي أنصاف مستقيمات مارة من موقع تلك الشحنة الموجبة، وتتَّجه مبتعدةً عن تلك الشحنة. (هل للحقل الكهربائي الشدَّة نفسها على كل خط من خطوط الحقل في هذه الحالة؟)



كذلك نفهم بالمثل أنَّ خطوط الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية سالبة هي أنصاف مستقيمات مارة من موقع تلك الشحنة ولكنَّها تتَّجه نحو تلك الشحنة بخلاف حالة الشحنة الموجبة.



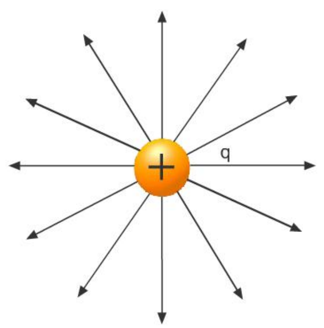
2. خطوط الحقل الكهربائي في حالة شحنتين متعاكستين

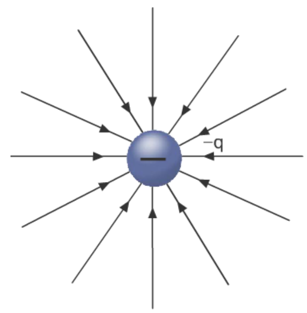
عندما ننظر في حالة شحنتين متعاكستين لهما القيمة المطلقة نفسها، وقريبتين بعضهما من بعض، يمكن أن نتخيَّل أنَّ خطوط الحقل الكهربائي الناجم عن هذه الجملة المكوَّنة من الشحنتين، ستكون كما هو مبيَّن في الشكل، وأنَّها تتَّجه كأنها خارجة من الشحنة الموجبة نحو الشحنة السالبة.

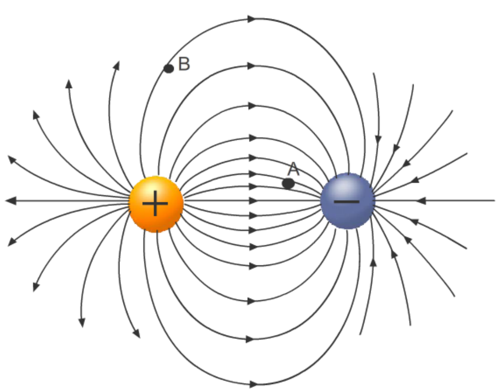
بوجه عام، يتَّجه الحقل الكهربائي من المناطق ذات الشحنات الموجبة نحو المناطق ذات الشحنات السالبة، ونلاحظ في حالة الشحنتين النقطيَّتَيْن المتعاكستين أيضاً أنَّ الحقل الكهربائي شديد في جوار الشحنتين، حيث تكون خطوط الحقل قريبة بعضها من بعض، في حين يضعف الحقل الكهربائي مع الابتعاد عن الشحنتين، حيث خطوط الحقل بعيدة بعضها عن بعض. فمثلاً الحقل الكهربائي عند النقطة A أشدُّ من الحقل عند B.

بوجه عام، الحقل الكهربائي في المناطق التي تتقارب (أو تكثر) فيها خطوط الحقل يكون أشدَّ من الحقل الكهربائي في المناطق التي تتباعد (أو تقلّ) فيها خطوط الحقل.

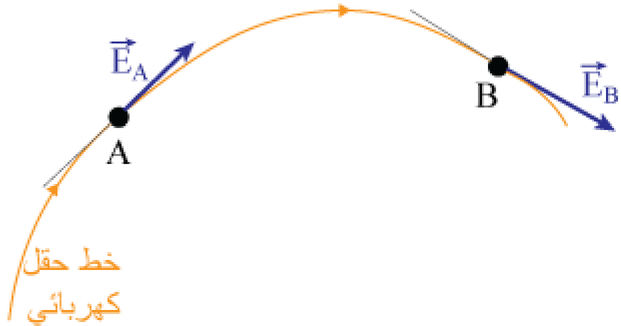
تُدعى الجملة المكوَّنة من شحنتين متعاكستين قريبتين بعضهما من بعض ثنائي قطب كهربائي، ولها أهمية خاصة عندما ندرس العوازل أو الاشعاع الكهرطيسي. سندرس هذه الجملة وميزاتها في فقرة لاحقة.







3. خطوط الحقل الكهربائي (خلاصة)



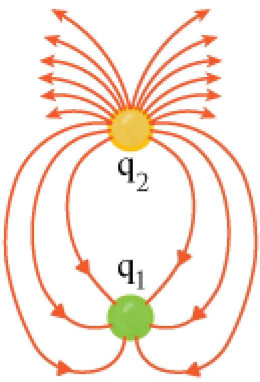
- خط الحقل الكهربائي هو منحنى وهمي (تخيُّلي) يكون الحقل في كل نقطة منه مماسًّا لذاك المنحنى
- لكل خط من خطوط الحقل جهةٌ محدَّدة يجب أن توضَّح على الخط
- تتَّجه خطوط الحقل دوماً من الشحنات الموجبة نحو الشحنات السالبة
- الحقل الكهربائي في المناطق التي تتقارب فيها خطوط الحقل أشدُّ من الحقل في المناطق التي تتباعد فيها خطوط الحقل
- للحقل الكهربائي في كل نقطة من الفضاء قيمة شعاعية وحيدة، لذا لا يمكن أن تتقاطع خطوط الحقل الكهربائي بعضُها مع بعض
- يمكن أن تختلف شدَّة الحقل من نقطة لأخرى على خط الحقل، لكنَّ الحقل الكهربائي يبقى مماسًّا لخط الحقل في كل نقطة منه

هذا ويجب أن نؤكِّد هنا مرة ثانية، على ما يلي: خط الحقل الكهربائي هو منحنى وهمي (تخيُّلي)، وهو ليس مساراً مثلاً كما قد يظن البعض، ولكل خط من خطوط الحقل جهة محدَّدة واحدة. ولنؤكِّد أيضاً أنَّ شدَّة الحقل الكهربائي ليست ثابتة في الحالة العامَّة على جميع نقاط خط الحقل الكهربائي. يمكن أن تختلف شدَّة الحقل من نقطة لأخرى على خط الحقل (انظر مثلاً في خط من خطوط الحقل لشحنة

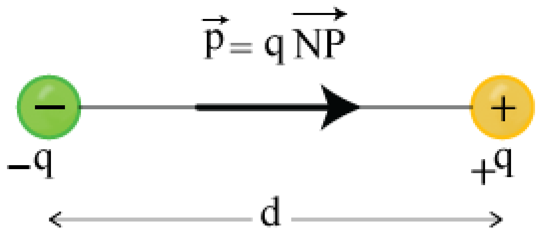
نقطية موجبة، سترى أنَّ شدَّة الحقل تضعف – متناسبة عكساً مع مربَّع المسافة – مع الابتعاد عن تلك الشحنة)، في حين يبقى حامل الحقل الكهربائي مماسًّا لخط الحقل في كل نقطة من نقاط خط الحقل.

يجب أن نتذكَّر في الختام أنَّ للحقل الكهربائي قيمةً شعاعيَّة وحيدة عند كل نقطة من نقاط الفضاء، لذا لا يمكن أن تتقاطع خطوط الحقل الكهربائي بعضها مع بعض.

تمرين: ما إشارة كل من الشحنتين q1 وq2 في الشكل التالي؟ حدِّد المناطق ذات الحقل الشديد والمناطق ذات الحقل الضعيف في هذا الشكل.

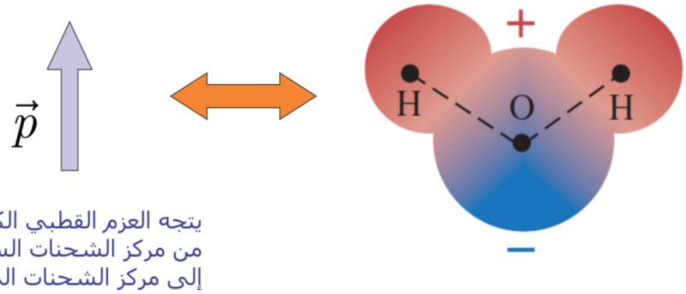


4. ثنائي القطب الكهربائي



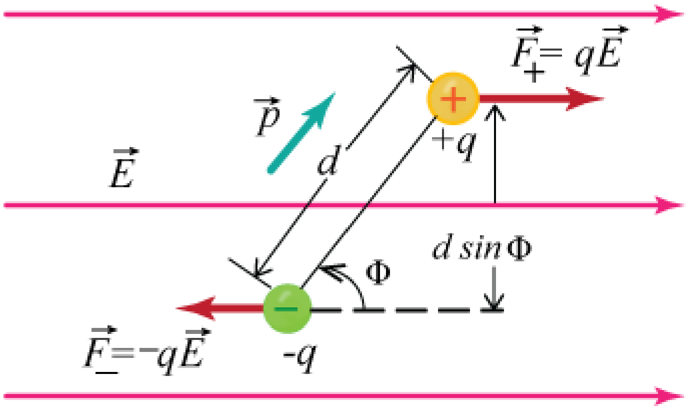
تعريف ثنائي القطب الكهربائي:

- هو جملة مكوَّنة من شحنتين نقطيَّتَيْن متعاكستين.
- لثنائي القطب الكهربائي أهمية بالغة في دراسة الجزيئات والعوازل وفي الهوائيَّات (الأنتينات!) أيضاً.
- فائدة ثنائي القطب: يمكن أن ندرس هذا الثنائي بصرف النظر عن محتواه الداخلي كما سنرى في فقرة لاحقة، وذلك باستعمال مقدار شعاعي يُدعى العزم القطبي الكهربائي: $\vec{p} = q\overrightarrow{\mathrm{NP}} = qa\,\vec{i}$.
- يتَّجه العزم القطبي الكهربائي من الشحنة السالبة نحو الشحنة الموجبة دوماً، وطوله يساوي $p = q \times a$
- مثال: جزيء الماء H2O هو جزيء قطبي، يمكن أن ندرس تأثيره في الجزيئات الأخرى، باستعمال عزمه القطبي الكهربائي $\vec{p}$.
- يقدَّر العزم الكهربائي في الجملة الدوليَّة بـ C.m.



يتجه العزم القطبي الكهربائي
من مركز الشحنات السالبة
إلى مركز الشحنات الموجبة

5. تأثير حقل كهربائي خارجي في ثنائي قطب كهربائي



ندرس هنا ثنائي قطب كهربائي متماسك (كجزيء ماء أو جزيء كلور الهيدروجين مثلاً، فالشحنتان تتحركان معاً مع الحفاظ على مسافة ثابتة بينهما).

نُخضِع ثنائي القطب الكهربائي لحقل كهربائي خارجي منتظم $\vec{E}$ (ناجم عن مكثِّفة مثلاً)، فتكون خطوط هذا الحقل الخارجي المنتظم متوازية فيما بينها كما في الشكل.

عندئذٍ تخضع الشحنة $+q$ للقوَّة $\vec{F}_{+} = +q\vec{E}$ وتخضع الشحنة $-q$ للقوَّة $\vec{F}_{-} = -q\vec{E}$، وهما قوَّتان متعاكستان تحاولان تدوير الثنائي حول محور مار من مركزه، بجهة دوران عقارب الساعة على الشكل المبيَّن هنا. عزم القوَّة $\vec{F}_{+}$ بالنسبة لمحور الدوران هو $\tau_{+} = qE \times \dfrac{d}{2}\sin\phi$ (القوَّة في الذراع)، وعزم القوَّة $\vec{F}_{-}$ بالنسبة لمحور الدوران هو أيضاً $\tau_{-} = qE\dfrac{d}{2}\sin\phi$، ولهذين العزمين الإشارة نفسها لأنَّ القوتين تحاولان تدوير الثنائي بالجهة نفسها. فيكون عزم مزدوجة القوى $\tau = \tau_{-} + \tau_{+} = qE \times d\sin\phi$، ولكن $qd = p$ العزم القطبي الكهربائي للثنائي. لذا يُكتب هذا العزم هكذا $\tau = pE\sin\phi$ ونلاحظ هنا أنَّ $pE\sin\phi$ يساوي طول الجداء الشعاعي $\vec{p} \wedge \vec{E}$ ونلاحظ على الشكل أنَّ هذا الجداء الشعاعي عمودي على الشكل، وجهته نحو الداخل (بحسب قاعدة اليد اليمنى: الإبهام باتجاه p و السبابة باتجاه E فتشير الوسطى إلى جهة الجداء الشعاعي)، وهذا متَّفِق مع كون الدوران يجري مع عقارب الساعة هنا، لذا، وفي الحالة العامَّة يكون عزم المزدوجة المؤثرة في ثنائي القطب:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

ينعدم هذا عزم مزدوجة الفتل عندما تصبح $\phi = 0$، أي عندما يصبح العزم القطبي الكهربائي $\vec{p}$ موازياً للحقل الخارجي $\vec{E}$ المطبَّق ويتجه بجهته.

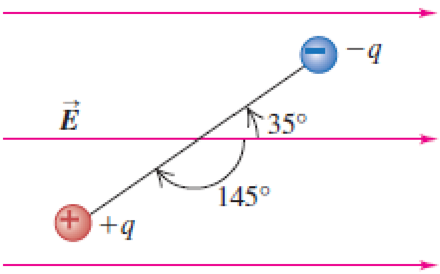
نبرهِن أيضاً، أنَّ الطاقة الكامنة لثنائي القطب الكهربائي الخاضع لحقل كهربائي منتظم $\vec{E}$ تُعطى بالعلاقة الآتية:

$$U = -\vec{p}.\vec{E} = -pE\cos\phi$$

عندما نضع ثنائي القطب بحيث $\phi = 0$ أي $\vec{p}$ بجهة $\vec{E}$، ثمَّ ندوِّر الثنائي قليلاً، سيخضع الثنائي لمزدوجة تحاول إرجاعه إلى الوضع $\phi = 0$. لذا نقول أنَّ $\phi = 0$ هو موضع توازن مستقر للثنائي، وتكون طاقة الثنائي الكامنة هنا في أدنى قيمة ممكنة لها $U(0) = -pE$.

في حين عندما نضع ثنائي القطب بحيث $\phi = \pi$ أي $\vec{p}$ بعكس جهة $\vec{E}$، ثمَّ ندوِّر الثنائي قليلاً، سيخضع الثنائي لمزدوجة تحاول إبعاده عن الوضع $\phi = \pi$ نحو الوضع $\phi = 0$. لذا نقول أنَّ $\phi = \pi$ هو موضع توازن قلق للثنائي، وتكون طاقة الثنائي الكامنة هنا في أعلى قيمة ممكنة لها $U(0) = +pE$.

6. تمرين

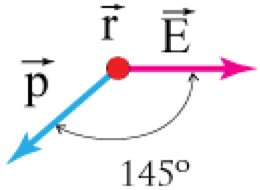


يعرض الشكل السابق ثنائي قطب كهربائي خاضع لحقل كهربائي منتظم شدَّته $5.0\times10^{5}\ N.C^{-1}$ ، ولتكن قيم الشحنتين $\pm1.6\times10^{-19}\ C$ ، والمسافة بينهما $0.125\ nm=0.125\times10^{-9}\ m$. احسب ما يلي:

1. محصِّلة القوى المؤثرة في الثنائي.
2. طول وجهة العزم القطبي الكهربائي.
3. شدَّة عزم المزدوجة وجهتُه.
4. الطاقة الكامنة لهذا الثنائي في الحالة الموضَّحة في هذا الشكل.

الحل:

1. محصِّلة القوى معدومة، فالقوتان المؤثرتان في الشحنتين المتعاكستين متعاكستان.
2. $p = qd = 2.0\times10^{-29}\ C.m$ ، ويتجه من الشحنة السالبة نحو الشحنة الموجبة كما في الشكل الآتي:

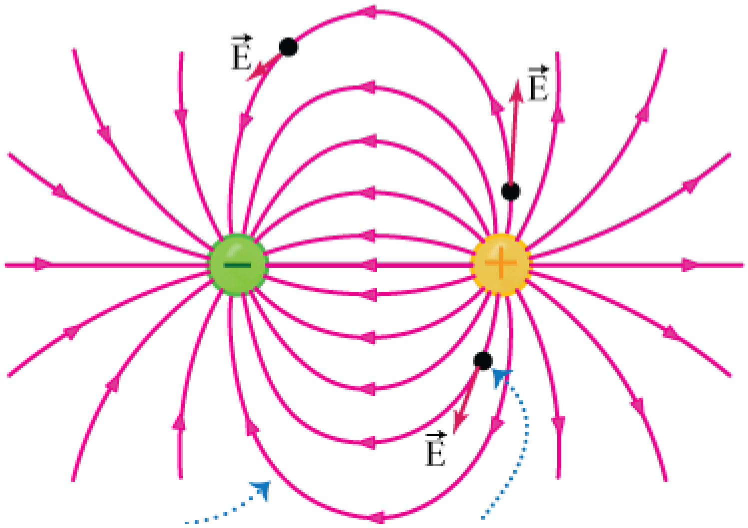


3. $\tau = pE\sin\phi = 5.7\times10^{-24}\ \mathrm{N.m}$، عمودي على الشكل وخارجاً من مستوي الشكل نحو القارئ.

4. $U = -pE\cos\phi = +8.2\times10^{-24}\ \mathrm{J}$.

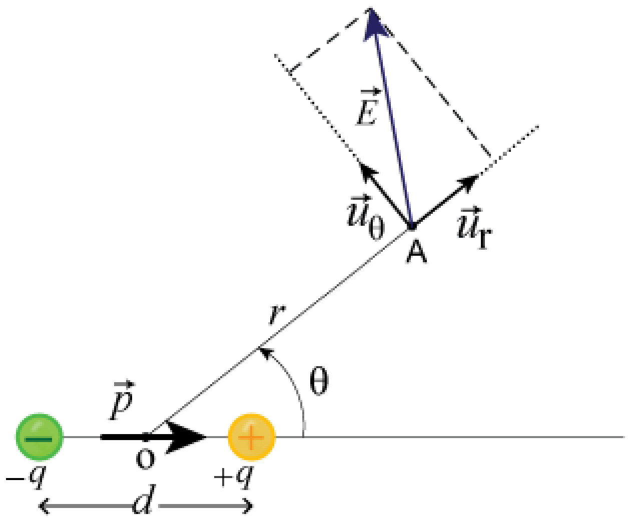
ملاحظة: قيم جميع المقادير المدروسة في هذا التمرين تبدو قيماً صغيرة جدًّا، ومع ذلك فهي القيم الواقعية التي نجدها في دراسة الجزيئات.

7. خطوط الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي قطب كهربائي



- خطوط الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي قطب كهربائي هي منحنيات موجَّهة من الشحنة الموجبة (القطب الموجب) إلى الشحنة السالبة (القطب السالب)
- الحقل الكهربائي في كل نقطة من أي خط من خطوط الحقل يمسُّ ذلك الخط
- تضعُف شدَّة الحقل الكهربائي مع الابتعاد عن الثنائي وتزداد مع الاقتراب منه

8. الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي قطب كهربائي



نبرهن أنَّ الحقل في أي نقطة بعيدة جدًّا عن ثنائي القطب (أي عندما $r \gg d$) يعطي الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي القطب الكهربائي بالعلاقة الآتية:

$$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad 2\cos\theta\,\vec{u}_r + \sin\theta\,\vec{u}_\theta$$

حيث $\vec{u}_r$ هو شعاع طوله 1 محمول على $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ ويتّجه من O إلى A دوماً، و $\vec{u}_\theta$ شعاع طوله 1 أيضاً، عمودي على $\vec{u}_r$ ويصنع معه زاوية تساوي $+90^{\circ}$ (الاتجاه الموجب للزوايا هو بعكس جهة دوران عقارب الساعة)،

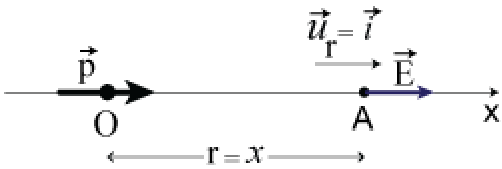
θ هي الزاوية بين العزم القطبي الكهربائي $\vec{p}$ والشعاع $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$.

p هو العزم القطبي الكهربائي للثنائي، و r بُعد النقطة A عن مركز الثنائي O.

هذه العلاقة صحيحة فقط في النقاط البعيدة جدًّا عن الثنائي $(r \gg d)$، وهذا أمر محقَّق في معظم الظواهر التي نستعمل فيها مفهوم ثنائي القطب الكهربائي، فأنت ترى في هاتفك الخلوي مثلاً الموجة (أي الحقل الكهربائي) القادمة من هوائي الشركة المزوِّد للشبكة وهو هوائي يقع غالباً في برج بعيد عن بيتك بعداً كبيراً جدًّا مقارنةً بأبعاد ذلك الهوائي!

أمثلة:

1. عندما تقع A على محور الثنائي، من جهة الشحنة الموجبة:



نمثل ثنائي القطب بعزمه فقط

لدينا هنا $\theta = 0$، $r = \mathrm{OA}{=}x$، فيكون:

$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 x^3}(2\,\vec{u}_r + 0\,\vec{u}_\theta)$،

وفي هذه الحالة نلاحظ أنَّ $\vec{u}_r = \vec{i}$ لذا نجد $\vec{E} = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 x^3}\vec{i}$: من المتوَقَّع أن نحصل على حقل يوازي محور الثنائي، فهو حقل يساوي مجموع الحقلين الناجمين عن الشحنتين النقطيّتَيْن في A، وكلاهما يوازي محور الثنائي في هذه الحالة.

2. عندما تقع A على محور الثنائي، من جهة الشحنة السالبة للثنائي (أي على يسار O في الشكل السابق، ارسم شكلاً مناسباً لهذه الحالة):

لدينا هنا $\theta = \pi$، $r = \ =|x|$ حيث $x < 0$ في الحالة.

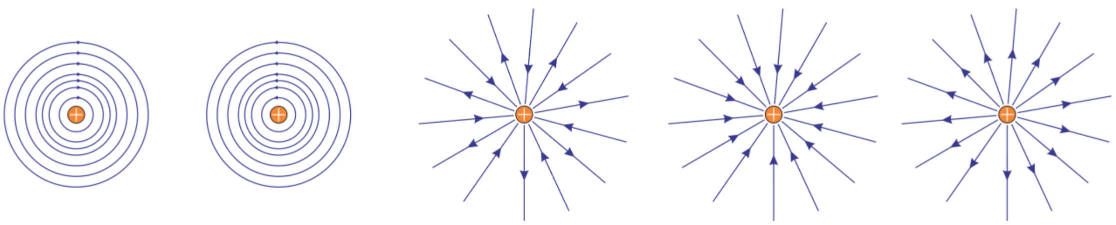
فيكون: $\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 (-x)^3}(-2\,\vec{u}_r + 0\,\vec{u}_\theta)$،

وفي هذه الحالة نلاحظ أنَّ $\vec{u}_r = -\vec{i}$ لذا نجد $\vec{E} = \frac{-p}{2\pi\varepsilon_0 x^3}\vec{i}$، وهو حقل يوازي محور الثنائي كما هو متوقَّع، ويتجه نحو مركز الثنائي (لاحظ أنَّ x في المقام سالبة في هذه الحالة).

9. تمارين الفصل 3

التمرين 1:

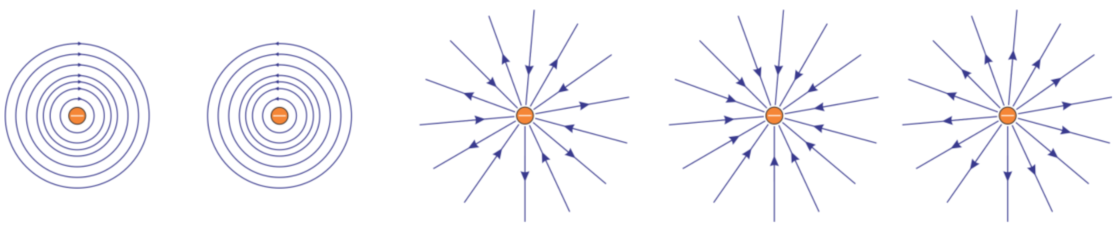
نضع شحنةً نقطية موجبة في المبدأ O، فأيُّ الأشكال الآتية يدلُّ على خطوط الحقل الكهربائي لهذه الشحنة؟



E D C B A

التمرين 2:

نضع شحنةً نقطية سالبة في المبدأ O، فأيُّ الأشكال الآتية يدلُّ على خطوط الحقل الكهربائي لهذه الشحنة؟



E D C B A

التمرين 3:

عندما نضع شحنة نقطية في المبدأ O، فإنَّ شدَّة الحقل الكهربائي:

A. متساوية في كل نقاط خط الحقل

B. تزداد مع الابتعاد عن الشحنة النقطية

C. تتناقص مع الابتعاد عن الشحنة النقطية

D. ثابتة في كل نقاط الفضاء

E. تتناقص مع الاقتراب من الشحنة النقطية

التمرين 4:

خط الحقل الكهربائي في الحالة العامَّة هو :

A. المحل الهندسي للنقاط التي تتساوى فيها شدَّة الحقل الكهربائي،

B. المحل الهندسي للنقاط التي يكون فيها الحقل الكهربائي معدوماً،

C. مستقيم يوازي محور السينات

D. مستقيم يكون الحقل الكهربائي مماسّ له في كل نقطة من نقاطه

E. منحنى يكون الحقل الكهربائي مماسُّ له في كل نقطة من نقاطه

التمرين 5:

ثنائي القطب الكهربائي هو :

A. مغنطيس له قطبين أحدهما شمالي والآخر جنوبي

B. جملة مكوَّنة من شحنتين نقطيَّتين متماثلتين

C. جملة مكوَّنة من شحنتين نقطيَّتين متعاكستين

D. أي جملة مكوَّنة من شحنتين

E. جزيء غاز الهيدروجين H_2

التمرين 6:

توضع شحنة Q (موجبة) في نقطة A وتوضع شحنة سالبة (−Q) في نقطة أخرى B (مختلفة عن A). العزم الكهربائي لثنائي القطب الكهربائي هو:

A. جداء القوة في الذراع

B. المقدار الشعاعي $\vec{p} = Q\overrightarrow{AB}$

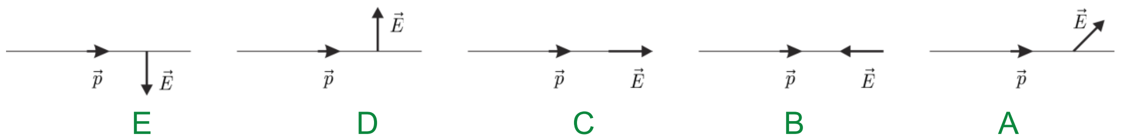
C. المقدار الشعاعي $\vec{p} = Q\overrightarrow{BA}$

D. صفر

E. 2Q

التمرين 7:

يوضع ثنائي قطب كهربائي في المبدأ O، بحيث يتجه عزمُه وفق الاتجاه الموجب لـ Ox. حدِّد الشكل الصحيح فيما يلي:



التمرين 8:

خطوط الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي قطب كهربائي هي:

A. مستقيمات تتجه نحو الشحنة السالبة

B. مستقيمات تتجه نحو الشحنة الموجبة

C. مستقيمات تتقاطع في مركز ثنائي القطب

D. منحنيات تتجه من الشحنة الموجبة نحو الشحنة السالبة

E. منحنيات تتجه من الشحنة السالبة نحو الشحنة الموجبة

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال الخطأ
التمرين 1	(A)	راجع الشريحة 1
التمرين2	(B)	راجع الشريحتين 1 و2
التمرين 3	(C)	راجع الفصل الثاني
التمرين 4	(E)	راجع الشريحة 1
التمرين 5	(C)	راجع الشريحة 4
التمرين 6	(C)	راجع الشريحة 4
التمرين 7	(C)	راجع الشريحة 8
التمرين 8	(E)	راجع الشريحة 7

الفصل الرابع:
قانون غوص Gauss's Law

الكلمات المفتاحية:

التدفُّق الكهربائي، سطح مغلق، قانون غوص، الناقل المتوازن

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بمفهوم التدفُّق الكهربائي، ويُدخِل قانون غوص مع بعض تطبيقاته.

يهدف هذا الفصل إلى التعرف على تدفُّق الحقل الكهربائي عبر أي سطحٍ بوجه عام، وعلى تدفُّق الحقل الكهربائي عبر سطح مغلق بوجه خاص، كما يهدف إلى التعرُّف على قانون غوص وتطبيقه في بعض الحالات البسيطة.

أهداف تعليمية:

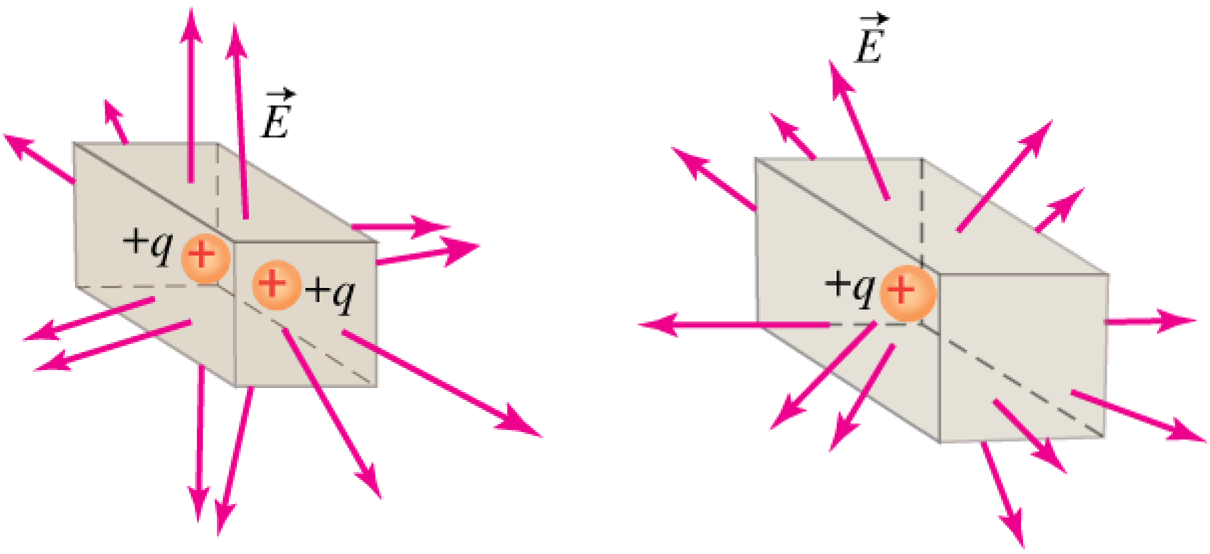
يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- تدفُّق الحقل الكهربائي عبر أي سطح
- تدفُّق الحقل الكهربائي عبر سطح مُغلق
- قانون غوص وتطبيقه في بعض الحالات البسيطة
- الحقل الكهربائي داخل ناقل متوازن وفي جوار سطحه

المخطط:

1. مفهوم التدفُّق الكهربائي-1
2. مفهوم التدفُّق الكهربائي-2
3. تعريف التدفُّق الكهربائي في حالة حقل كهربائي منتظم
4. تمرين محلول
5. تمرين غير محلول
6. تعريف تدفُّق الحقل الكهربائي في الحالة العامَّة
7. مثال: تدفُّق الحقل الكهربائي عبر كرة في حالة شحنة نقطية
8. قانون غوص Gauss
9. تطبيق قانون غوص في حالة مستقيم مشحون بانتظام
10. حالة النواقل المتوازنة
11. مثال ناقل ذو فجوة فارغة
12. الحقل الكهربائي في جوار سطح ناقل
13. تمارين
14. تمارين الفصل 4

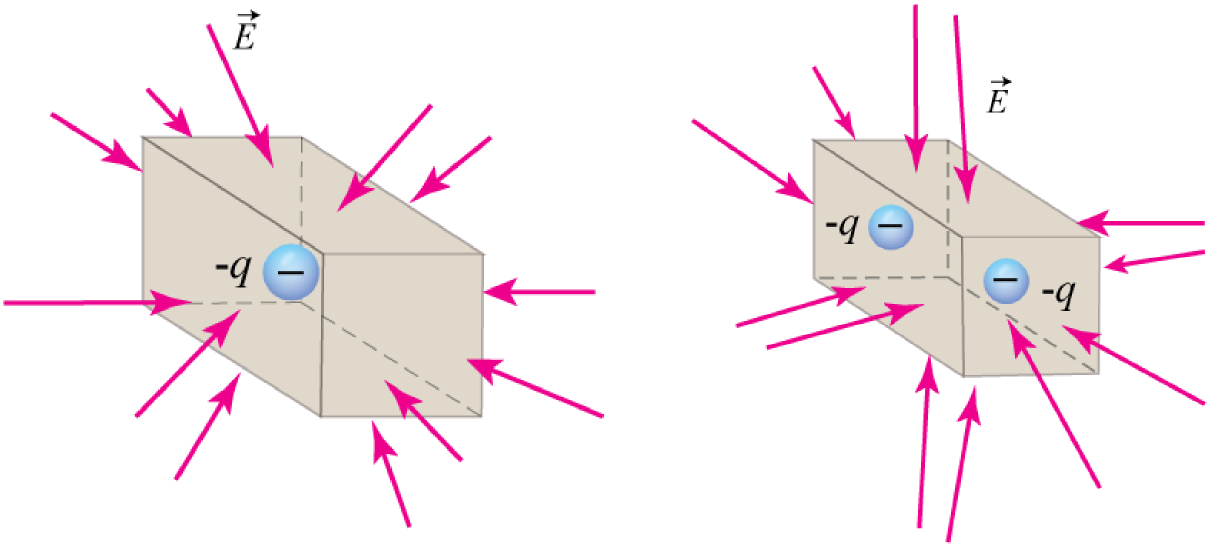
1. مفهوم التدفُّق الكهربائي-1



- تخيَّل سطحاً مغلقاً ووهميًّا يحيط بشحنة نقطية موجبة
- لاحظ خطوط الحقل الكهربائي الخارجة عبر ذاك السطح
- قارن ذلك مع خروج (تدفُّق) ماء ينبثق من منبع غزير ليمر عبر مكعَّب وجوهُهُ متقوبة . . .
- سيزداد تدفُّق الماء عبر المكعَّب بازدياد غزارة المنبع، أو بوجود أكثر من منبع داخل المكعَّب
- كذلك يزداد تدفُّق الحقل الكهربائي مع ازدياد الشحنة الكهربائية الموجودة داخل السطح المغلق.
- في هذين الشكلين، تخترق خطوطُ الحقل الكهربائي السطحَ المغلق من الداخل نحو الخارج، لذا نقول إنَّ تدفُّقَ الحقل الكهربائي موجب هنا.

تذكَّر خطوط الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطيَّة موجبة في الفضاء، وتخيَّل سطحاً وهميًّا (مكعَّب وهمي مثلاً كما في الشكل أو كرة وهمية). ستلاحظ عندئذٍ أنَّ خطوط الحقل الكهربائي تجتاز ذاك السطح المغلق (أو تمر عبْرَ وجوهه).

2. مفهوم التدفُّق الكهربائي–2

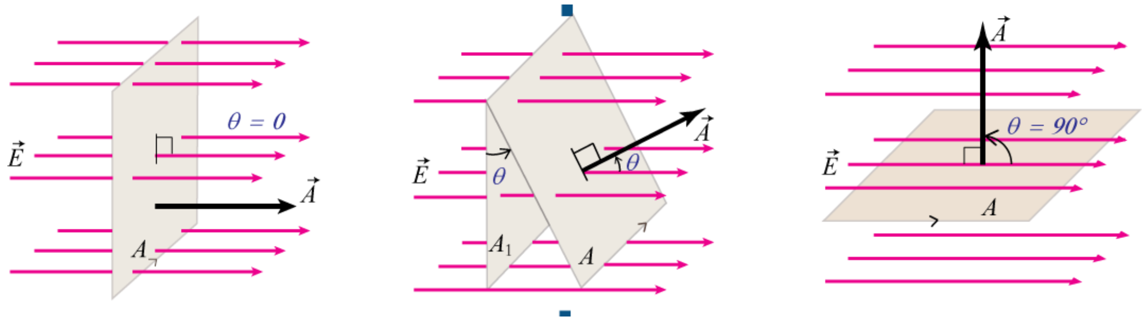


- لنتأمَّل الآن سطحاً مغلقاً وهميًّا يحيط بشحنة كهربائية نقطية سالبة
- تعبُرُ خطوطُ الحقل الكهربائي السطحَ المغلق من الخارج نحو الداخل
- لذا نقول إنَّ التدفق الكهربائي سالب هنا.
- كذلك يزداد هذا التدفُّق مع ازدياد الشحنة النقطية الموجودة داخله

تذكَّر خطوط الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطيَّة سالبة في الفضاء، وتخيَّل سطحاً وهميًّا (مكعَّب وهمي مثلاً كما في الشكل أو كرة وهمية). ستلاحظ عندئذٍ أنَّ خطوط الحقل الكهربائي تجتاز ذاك السطح المغلق (أو تمر عبْرَ وجوهه) من الخارج نحو الداخل.يمكن تشبيه ذلك، بدخول (أو تدفُّق) الماء إلى "بالوعة" موجودة داخل مكعَّب وجوهه مثقوبة.

مع ازدياد القيمة المطلقة للشحنة النقطية الكهربائية السالبة أو بوجود أكثر من شحنة نقطية سالبة داخل السطح المُغلَق، يزداد تدفُّق الحقل الكهربائي عبر ذاك السطح المغلق الوهمي.

3. تعريف التدفُّق الكهربائي في حالة حقل كهربائي منتظم



$\Phi = 0$ $\Phi = E \times A_{\perp} = E \times A\cos\theta = \vec{E} \cdot \vec{A}$ $\Phi = E \times A$

سنعرِّف هنا تدفُّقَ الحقل الكهربائي المنتظم عبرَ سطح ما (ليس مغلقاً بالضرورة)، ويوضِّح الشكل الحالات الثلاثة الممكنة، حيث تظهر خطوط الحقل المنتظم كخطوط متوازية هنا (لأنَّ الحقل منتظم هنا). نرمز للتدفُّق الكهربائي عادةً بـ Φ.

1. عندما يكون الحقل الكهربائي (أو خطوط الحقل) موازياً للسطح A، فعندئذٍ لا يعبُرُ أيُّ خط من خطوط الحقل السطحَ المدروس، لذا يكون التدفُّق معدوماً، أي $\Phi = 0$.

2. عندما يكون الحقل الكهربائي (أو خطوط الحقل) عموديًّا على السطح A، فعندئذٍ جميع خطوط الحقل تعبُرُ السطحَ المدروس، لذا يكون التدفُّق أعظم ما يمكن، ويكون $\Phi = E \times A$. حيث A مساحة السطح المدروس.

3. وفي الحالة العامَّة، قد يكون الحقل الكهربائي (أو خطوط الحقل) مائلاً على السطح A، فعندئذٍ تعبرُ خطوط الحقل بشكل عمودي عبرَ مساحةٍ أصغر من A، نرمز لها بـ $A_{\perp}$، لذا نعرِّف التدفق هنا كما يلي:

$$\Phi = E \times A_{\perp} = E \times A\cos\theta = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

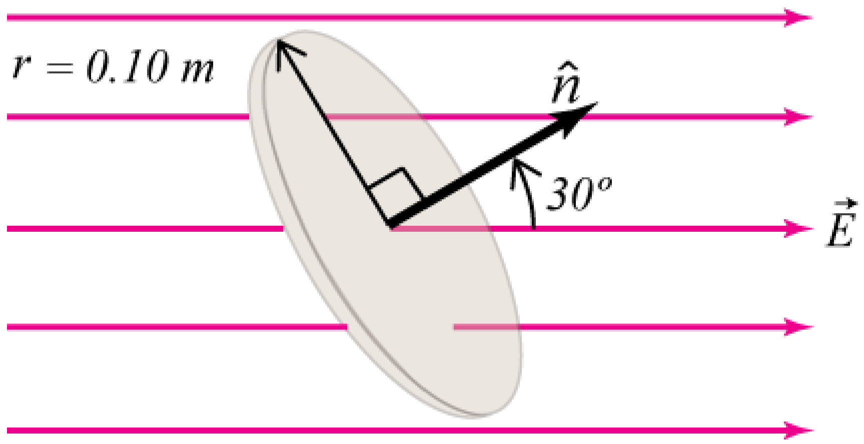
حيث θ الزاوية بين شعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}$ وشعاع السطح $\vec{A}$.

شعاع السطح $\vec{A}$ هو شعاع طوله يساوي مساحة السطح المدروس A، وهو عمودي على السطح المدروس ويتجه وفق اتجاه الناظم على السطح حسب قاعدة اليد اليُمني (نوجِّه إبهام اليد اليمنى وفق اتجاه محيط السطح، فتكون جهة تدوير باقي أصابع اليد اليمنى هي جهة $\vec{A}$).

إذن، تدفُّق الحقل الكهربائي المنتظم عبر سطح مسطَّح A هو مقدار سلمي (عدد) يساوي الجداء السلمي لشعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}$ في شعاع السطح $\vec{A}$.

وأخيراً، لأنَّ التدفق الكهربائي ينجم عن جداء حقل كهربائي في مساحة، فإنَّ التدفق الكهربائي يُقدَّر في الجملة الدولية SI بـ $N.m^2/C$.

4. تمرين محلول



لنفترض قرصاً نصف قطره $r = 0.10\,\text{m}$، موجَّهاً بحيث يصنع الشعاع الناظم عليه $\vec{n}$ زاوية تساوي 30° مع أشعة حقل كهربائي منتظم شدَّته $2.0\times10^3\ \text{N/C}$.

1. احسب تدفُّقَ هذا الحقل الكهربائي المنتظم عبر القرص.
2. ما قيمة هذا التدفُّق عندما يكون $\vec{n}$ عموديًا على خطوط الحقل؟
3. وما قيمة التدفُّق عندما يكون $\vec{n}$ موازياً لخطوط الحقل ومتجهاً وفقها؟
4. ما قيمة التدفُّق عندما يكون $\vec{n}$ موازياً لخطوط الحقل ومتجهاً بعكس اتجاهها؟

الحـل:

الحقل الكهربائي هنا حقل منتظم، لذا نستعمل تعريف التدفق في حالة حقل منتظم وهو: $\Phi = EA\cos\theta$.

1. لدينا هنا $\theta = 30^\circ$، و $E = 2.0\times10^3\ \text{N/C}$، ومساحة السطح A هي:

$$A = \pi r^2 = 3.14\times(0.10)^2 = 3.14\times10^{-2}\ \text{m}^2$$

والتدفُّق هو:

$$\Phi = (2.0\times10^3)(3.14\times10^{-2})(\cos 30^\circ)$$
$$= 54\,\text{N.m}^2/\text{C}$$

2. عندما يكون $\vec{n}$ عموديًا على خطوط الحقل يكون لدينا $\theta = 90^\circ$ و $\cos\theta = 0$، ومن ثَمَّ التدفق معدوم $\Phi = 0$.

3. عندما يكون $\vec{n}$ موازياً لخطوط الحقل ومتجهاً وفقها يكون لدينا $\theta = 0$ و $\cos\theta = +1$، والتدفُّق هو:

$$\begin{aligned}\Phi &= (2.0\times 10^{3})(3.14\times 10^{-2})\\ &= 63\,\mathrm{N.m^2/C}\end{aligned}$$

4. عندما يكون $\vec{n}$ موازياً لخطوط الحقل ومتجهاً بعكس اتجاهها يكون لدينا $\theta = \pi$ و $\cos\theta = -1$، والتدفُّق هو:

$$\begin{aligned}\Phi &= (2.0\times 10^{3})(3.14\times 10^{-2})(-1)\\ &= -63\,\mathrm{N.m^2/C}\end{aligned}$$

لاحظ أنَّ التدفق يمكن أن يكون سالباً، في بعض الحالات وذلك عندما تكون الزاوية θ بين الناظم $\vec{n}$ والحقل $\vec{E}$ أكبر من 90° وأصغر من 270° (أي عندما يكون $\cos\theta$ سالباً). وسيكون لهذه الملاحظة أهمية عندما ندرس التدفق عبر سطح مغلق.

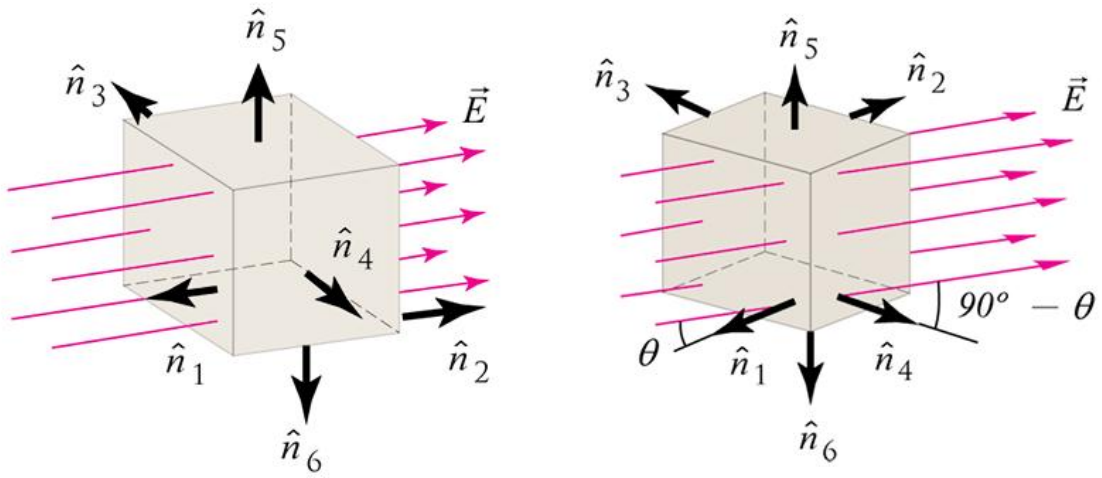
5. تمرين غير محلول

تخيَّل سطحاً مغلقاً مكعَّبَ الشكل طولُ حرفِهِ L، في حقل كهربائي منتظم $\vec{E}$. احسب تدفق الحقل الكهربائي عبر هذا السطح المغلق في الحالتين الآتيتين:

1. الحقل الكهربائي عمودي على أحد وجوه المكعَّب.

2. الحقل الكهربائي يصنع زاوية θ مع الناظم على الوجه الأوَّل $\vec{n}_1$.

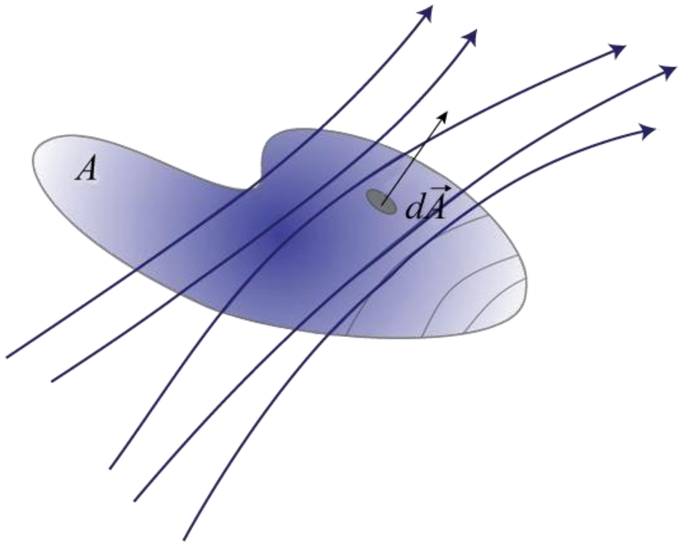
3.



توجيه: التدفُّق عبر المكعَّب يساوي مجموع التدفُّقات عبر وجوهه.

الجواب: $\Phi = 0$ في الحالتين!

6. تعريف تدفُّق الحقل الكهربائي في الحالة العامَّة



- تدفُّق الحقل الكهربائي عبر سطحٍ ما A هو:

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$$

- $\mathrm{d}\vec{A}$ شعاع سطح عنصري طوله يساوي مساحة جزء صغير جدًّا من السطح A ، وجهته في حالة سطح مُغلق نحو الخارج دوماً.

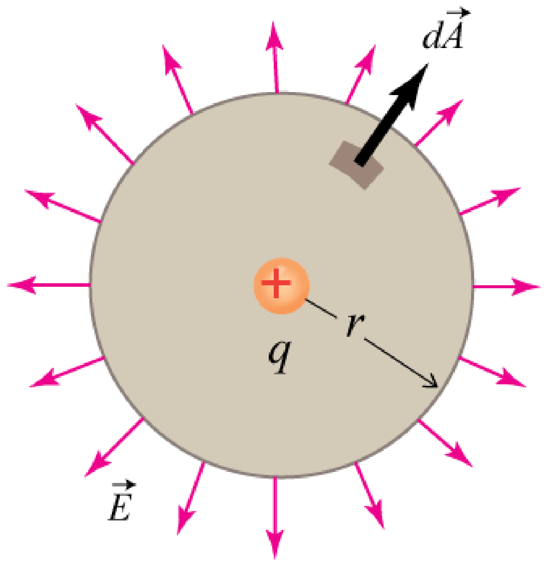
- نحسب هذا التكامل باختيار حدود مناسبة له بحيث يمسح السطحُ الصغيرُ $\mathrm{d}A$ السطحَ الكلِّي A كلَّه، كما سنرى لاحقاً.

في الحالة العامَّة لا يكون الحقل الكهربائي منتظماً، ولا يكون السطح المدروس A مسطَّحاً، وفي هذه الحالة العامَّة، يمكن تعريف تدفُّق صغير $\mathrm{d}\Phi$ عبر جزء صغير جدًّا $\mathrm{d}A$ من السطح A كما في حالة الحقل المنتظم، أي: $\mathrm{d}\Phi = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$.

ومن ثَمَّ يكون تدفُّق الحقل الكهربائي $\vec{E}$ عبر السطح الكلِّي A مساوياً لمجموع تلك التدفقات الصغيرة $\mathrm{d}\Phi$ ، وهذا المجموع يساوي تكامل $\mathrm{d}\Phi$ على السطح A ، أي:

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$$

7. مثال: تدفُّق الحقل الكهربائي عبر كرة في حالة شحنة نقطية



نريد حساب تدفُّق الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطيَّة q موضوعة في مركز كرة (وهمية) نصف قطرها r.

شعاع السطح الصغير $\mathrm{d}\vec{A}$ عمودي على الكرة وهو محمول على نصف القطر الحقل الكهربائي أيضاً محمول على نصف القطر فهو يوازي $\mathrm{d}\vec{A}$ في كل نقطة على سطح الكرة، وشدَّته تساوي

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}.$$

لذا يكون لدينا:

$$\Phi = \int_A \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \int_A E\,\mathrm{d}A = \int_A \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\mathrm{d}A$$
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\int_A \mathrm{d}A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}4\pi r^2$$

إذن، في حالة شحنة نقطية موضوعة في مركز كرة (سطح مُغلق وهمي) تدفُّق الحقل الكهربائي عبر الكرة يساوي:

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

لنفترض فيما يلي شحنة نقطية q، ولنتخيَّل كرةً (سطحاً مغلقاً كروي الشكل) مركزها عند الشحنة النقطية ونصف قطرها r. ولنحسب تدفُّق الحقل الكهربائي الناجم عن الشحنة النقطيَّة q عبرَ هذا السطح الكروي المغلق.

نطبِّق هنا تعريف التدفُّق في الحالة العامَّة: $\Phi = \int\limits_{A} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$. ونلاحظ أنَّ شعاع السطح الصغير $\mathrm{d}\vec{A}$ في كل نقطة من السطح الكروي هو شعاع عمودي على الكرة، وهو محمول على نصف القطر، ويتجه نحو الخارج اصطلاحاً.

الحقل الكهربائي محمول أيضاً على نصف القطر، فهو يوازي $\mathrm{d}\vec{A}$ في كل نقطة على سطح الكرة، وشدَّته تساوي $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}$، فشدة الحقل الكهربائي متساوية في جميع نقاط هذا السطح الكروي المغلق.

لذا يكون لدينا: $\vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = E \times \mathrm{d}A$ لأنَّ $\vec{E}$ يوازي $\mathrm{d}\vec{A}$ هنا في كل نقطة من نقاط السطح الكروي, ومن ثمَّ نستنتج في هذه الحالة أنَّ:

$$\begin{aligned}\Phi &= \int\limits_{A} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \int\limits_{A} E\,\mathrm{d}A = \int\limits_{A} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\mathrm{d}A \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\int\limits_{A}\mathrm{d}A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}4\pi r^2\end{aligned}$$

حيث أخرجنا الحد $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}$ من التكامل لأنَّه حدٌّ ثابت في جميع نقاط السطح الكروي الذي يجري التكامل عليه، ويبقى حساب التكامل $\int\limits_{A}\mathrm{d}A$، وهو يمثِّل مجموع مساحات الأجزاء الصغيرة $\mathrm{d}A$ من السطح الكروي، لذا هذا التكامل يساوي مساحة الكرة وهي ذات صيغة معروفة $4\pi r^2$.

نحصل أخيراً، بعد إجراء الاختصارات الممكنة على ما يلي: $\Phi = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$.

إذن، في حالة شحنة نقطية موضوعة في مركز كرة (سطح مُغلق وهمي) تدفُّق الحقل الكهربائي عبر الكرة هو $\Phi = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$.

نلاحظ أنَّ هذا التدفُّق لا يتعلَّق بنصف الكرة r، وأنَّه يتعلَّق فقط بالشحنة q الموجودة داخل السطح المغلق (الكرة هنا). في الواقع تبقى هذه الملاحظة صحيحة في الحالة العامَّة، مهما كانَ شكل السطح المغلق، وأينما وُجِدَتِ الشحنات الكهربائية (في المركز أم في غير المركز)، وهذا ما ينصُّ عليه قانون (أو نظرية) غوص Gauss التي سنراها في الشريحة الآتية.

8. قانون غوص Gauss

تدفُّق الحقل الكهربائي $\vec{E}$ عبرَ أي سطح مُغلَقٍ A يساوي مجموعَ الشحنات الكهربائية الموجودة داخل ذاك السطح المغلق Q_{in} مقسوماً على نفوذية الخلاء ε_0:

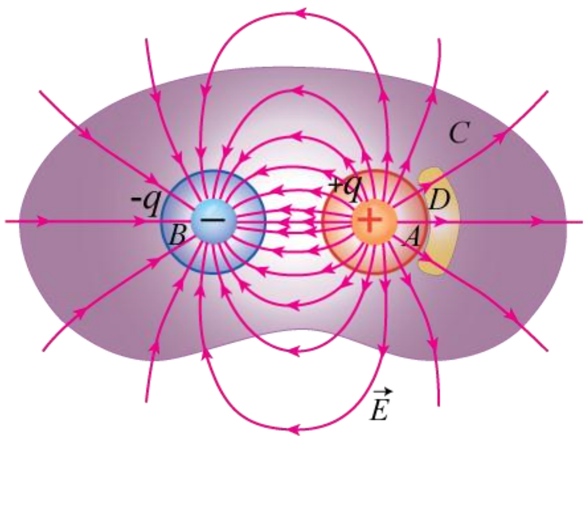
$$\Phi = \oint_A \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q_{\text{in}}}{\varepsilon_0}$$

يدلُّ الرمز $\oint_A$ على التكامل على السطح المُغلق، وهي نفس إشارة التكامل المعروفة، مع إضافة دائرة عليه للدلالة على أنَّ التكامل هنا يجري على سطح مغلق. وهذا لا يعني أبداً أنَّ السطح المغلق كرة بالضرورة، فقد يكون للسطح المغلق أي شكل يمكن توقُّعه.

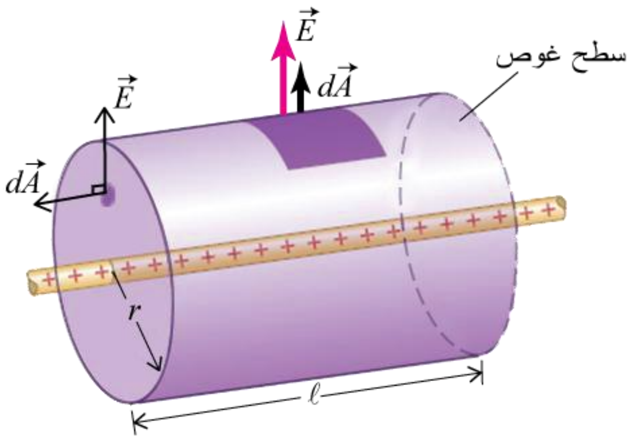
يُفيدُ قانون غوص في حساب الحقل الكهربائي في بعض الحالات الخاصَّة، كما سنرى لاحقاً (مثل الحالات الموافقة لشحنات كهربائية موجودة على مستقيم أو على مستوٍ أو على/في كرة أو على/في أسطوانة ...)، لكنَّه قانون يبقى صحيحاً في جميع الحالات. كما نستفيد من قانون غوص في استنتاج الشحنة الكهربائية التي يحيط بها سطحٌ مغلق عندما يكون الحقل الكهربائي معلوماً.

يُدعى السطح المغلق A عادةً سطحَ غوص، وهو سطحٌ وهميٌّ (تخيُّليٌّ) نفترضه افتراضاً حسب المسألة المدروسة.وبوجه خاص، عندما يكون مجموع الشحنات الكهربائية الموجودة داخل السطح المغلق A صفراً، أي $Q_{\text{in}} = 0$، وكذلك عندما لا توجد أي شحنة كهربائية داخل السطح المغلق، يكون التدفُّق عبر ذاك السطح المغلق A معدوماً، أي $\Phi = 0$.

في الشكل التالي تدفق الحقل الكهربائي عبرَ السطح المغلق C معدوم لأنَّ مجموع الشحنات الكهربائية الموجودة داخل هذا السطح معدوم. وكذلك التدفق معدوم عبر السطح المغلق D لأنَّه لا يحوي أي شحنة كهربائية. ما قيمة التدفُّق عبر الكرة A في هذا الشكل؟ وما قيمة التدفُّق عبر الكرة B؟



9. تطبيق قانون غوص في حالة مستقيم مشحون بانتظام



- المستقيم مشحون كهربائيًّا بانتظام بكثافة خطية λ
- نريد حساب الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الناجم عن هذا المستقيم في نقطة ما من الفضاء، مثل ، تبعد عن المستقيم مسافةً r
- تدفُّق الحقل الكهربائي $\vec{E}$ عبر الأسطوانة = التدفُّق عبر القاعدتين + التدفُّق عبر السطح الجانبي
- التدفُّق عبر القاعدتين معدوم $\Phi_1 = 0$ لأنَّ الحقل يوازي القاعدتين في كل نقطة منهما
- على السطح الجانبي .Lat: الحقل $\vec{E}$ يوازي $\mathrm{d}\vec{A}$ في كل نقطة من نقاط السطح الجانبي، لذا:

$$\Phi_2 = \int_{Lat.} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_{Lat.} E\times dA = E\int_{Lat.} dA$$
$$= E\times(2\pi r\times\ell)$$

-
- الشحنة الموجودة داخل سطح غوص هي: $Q_{in} = \lambda\times\ell$
- تطبيق قانون غوص: $E\times 2\pi r + 0 = \dfrac{\lambda\times\ell}{\varepsilon_0} \Leftarrow E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

نعلم أنَّ الحقلَ في M محمول على المستقيم المار من M والعمودي على المستقيم المشحون، لذا يمكننا أن نختار سطح غوص (السطح الوهمي المغلق) سطحاً على شكل أسطوانة محورُها منطبق على المستقيم المشحون ونصف قطرها r وطولُها ℓ (غير مهم كما سنرى لاحقاً). حيث يمكن حساب تدفُّق الحقل الكهربائي عبر هذه الأسطوانة بسهولة.

تدفُّق الحقل الكهربائي $\vec{E}$ عبر الأسطوانة = تدفُّق عبر القاعدتين + تدفُّق عبر السطح الجانبي

التدفُّق عبر القاعدتين معدوم $\Phi_1 = 0$ لأنَّ الحقل يوازي القاعدتين في كل نقطة منهما،

في حين، على السطح الجانبي .Lat: الحقل $\vec{E}$ يوازي $\mathrm{d}\vec{A}$ في كل نقطة من نقاط هذا السطح الجانبي، لذا:

$$\begin{aligned}\Phi_2 &= \int_{Lat.} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_{Lat.} E\times dA = E\int_{Lat.} dA \\ &= E\times(2\pi r\times \ell)\end{aligned}$$

ونرى أنَّ الشحنة الكهربائية الموجودة داخل هذه الأسطوانة تساوي شحنة ذلك الجزء من المستقيم الموجود داخل الأسطوانة فقط، لذا: $Q_{in} = \lambda\times\ell$.

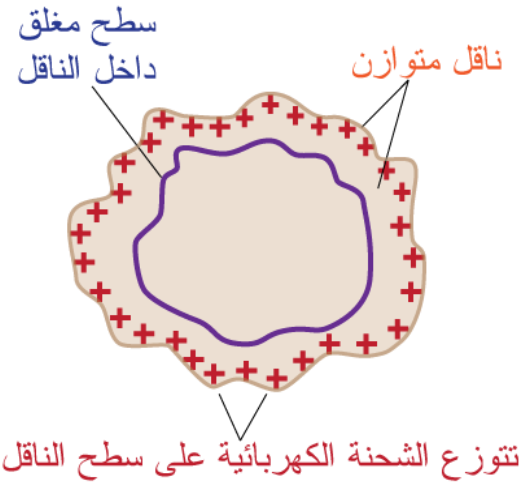
بتطبيق قانون غوص سنحصل إذن على ما يلي:

$$E\times 2\pi r + 0 = \frac{\lambda\times\ell}{\varepsilon_0}$$

ومن ثَمَّ نستنتج $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ وهي قيمة الحقل الكهربائي في النقطة □، وهذه العلاقة مطابقة لنتيجة رأيناها سلفاً في فصل سابق.

يمكن أيضاً أن نطبِّق قانون غوص لاستنتاج الحقل الكهربائي في حالات أخرى (كرة مشحونة سطحيًّا، أو مستوٍ مشحون ...) وهي حالات نتركها للطالب ليتدرَّب عليها في التمارين.

10. حالة النواقل المتوازنة



- الناقل المتوازن هو ناقل لا يمر فيه أي تيار كهربائي
- لذا الحقل الكهربائي داخل الناقل معدوم $\vec{E} = \vec{0}$
- تدفُّق الحقل الكهربائي عبر أي سطح مغلق موجود داخل الناقل معدوم
- بتطبيق قانون غوص نستنتج أنَّ الشحنة الكهربائية داخل الناقل معدومة أيضاً
- لذا، في الناقل المتوازن المشحون، تتوزَّع الشحنات الكهربائية على سطح الناقل فقط

نقول عن ناقل ما إنَّه في حالة توازن عندما تكون الشحنةُ الكهربائية فيه ساكنةً، أي عندما لا يمرُّ خلاله أي تيّارٍ كهربائي. وفي هذه الحالة، لو كان الحقل الكهربائي داخل الناقل مختلفاً عن الصفر لتحرَّكت حوامل الشحنة الكهربائية (الإلكترونات الحرة) ولتسبَّب ذلك بمرور تيّار كهربائي وهذا مخالف لفرضية الناقل المتوازن. لذا الحقل الكهربائي داخل الناقل المتوازن معدوم.

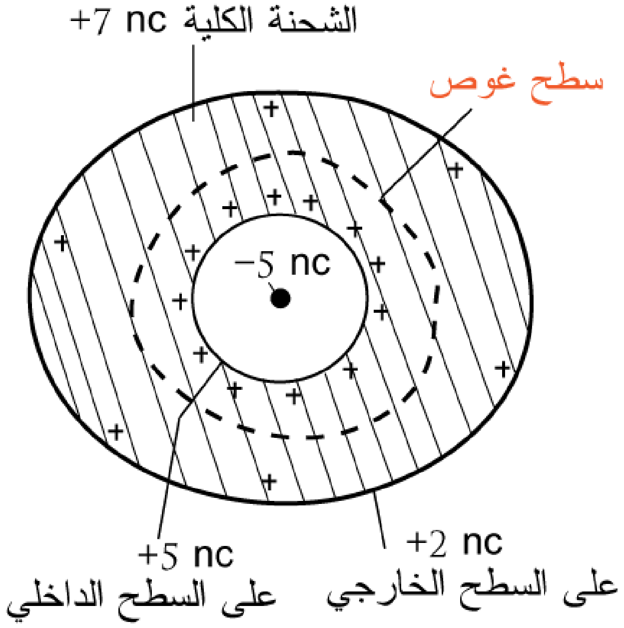
إذا تخيَّلنا الآن سطحاً مغلقاً (أيَّ سطح مغلق مهما كان شكله) داخل الناقل، سيكون تدفُّق الحقل الكهربائي عبر هذا السطح المغلق معدوماً (لأنَّ الحقل داخل الناقل معدوم).

وبتطبيق قانون غوص، نستنتج أنَّ الشحنة الكهربائية الموجودة داخل أي سطحٍ مغلق (داخل الناقل) ستكون معدومة أيضاً. في الواقع، وبكل تأكيد يوجد شحنات (نوى الذرات الموجبة وإلكتروناتها) داخل الناقل، لكنَّ مجموعَها معدومٌ.

ومن ثمَّ عندما يُشْحَن أي ناقل في حالة توازن، فإنَّ الشحنات الكهربائية ستنتشر (ستتوزَّع) على سطح الناقل فقط.

11. مثال ناقل ذو فجوة فارغة

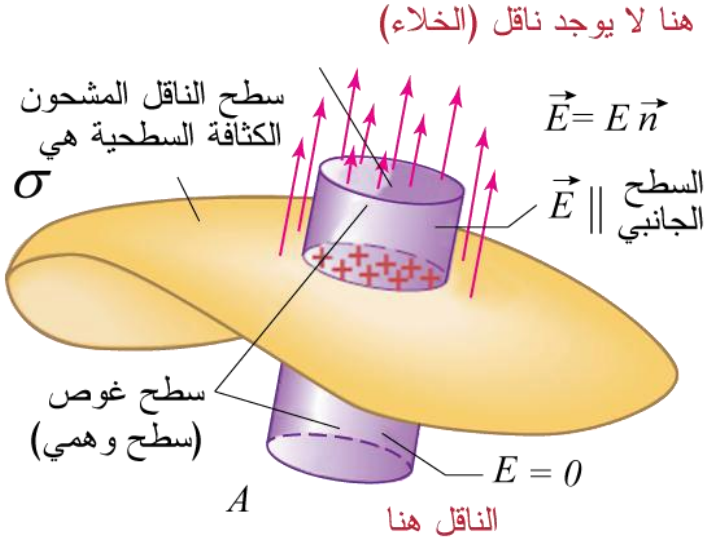
لنفترض ناقلاً مشحوناً بشحنة كلية $+7\,\text{nC}$ ، وله فجوة فارغة داخله. ولنفترض أنَّ الفجوة تحوي داخلها شحنة نقطيَّة $q = -5\,\text{nC}$. فما قيمة الشحنة الكلية الموجودة على جانبي هذا الناقل (الداخلي والخارجي)؟



الحل:

- الشحنة الموجودة داخل الفجوة هي $q = -5\,\text{nC}$ ، لذا يجب أن توجد شحنة معاكسة لها على الجانب الداخلي للناقل، لذا فشحنة السطح الداخلي للناقل هي
- $-q = -(-5\,\text{nC}) = +5\,\text{nC}$ (علِّل ذلك).
- ولمَّا كانت شحنة الناقل الكهربائية الكلِّية تساوي $+7\,\text{nC}$ ، فإنَّ شحنة السطح الخارجي للناقل يجب أن تساوي
- $+7 - (+5) = +2\,\text{nC}$.
- ملاحظة: الحقل الكهربائي معدوم داخل الناقل. لذا يجب أن يكون تدفق الحقل الكهربائي عبر السطح المغلق الموضَّح على الشكل معدوماً، ومن ثَمَّ يجب أن تكون شحنة الجانب الداخلي معاكسة للشحنة الموجودة داخل الفجوة بحيث يكون لدينا $Q_{\text{in}} = 0$ حسب قانون غوص!

12. الحقل الكهربائي في جوار سطح ناقل



- الحقل الكهربائي داخل الناقل معدوم
- نبرهن ونقبل أنَّ الحقل الكهربائي في جوار سطح الناقل عمودي على السطح
- اختيار: سطح غوص (وهمي) أسطوانة محورها عمودي على سطح الناقل
- تدفُّق الحقل الكهربائي عبر سطح غوص (المغلق الوهمي) هو: $\Phi = E \times A$
- الشحنة الموجودة داخل سطح غوص هي $Q_{in} = \sigma \times A$
- تطبيق قانون غوص: $E \times A = \dfrac{\sigma \times A}{\varepsilon_0}$
- الحقل الكهربائي في جوار السطح الناقل (خارج الناقل): $\vec{E} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$

لنفترض ناقلاً مشحوناً، عندئذٍ ستنتشر الشحنة الكهربائية (كما ذكرنا سلفاً) على سطح الناقل فقط، وسيكون الحقل الكهربائي داخل الناقل معدوماً، ولنفترض σ كثافة الشحنة الكهربائية السطحية على سطح الناقل (قد تكون هذه الكثافة متغيِّرة من نقطة لأخرى على سطح الناقل.

يُبَرهن أنَّ الحقل الكهربائي في جوار سطح الناقل سيكون عمودياً على سطح الناقل. في الواقع يُبَرْهَنُ لاحقاً أنَّ مركَّبة الحقل الكهربائي الماسَّة للسطح الناقل مستمرَّة، ولمَّا كان الحقل معدوماً داخل الناقل، فإنَّ مركِّبة الحقل الكهربائي الخارجي الماسَّة للسطح الناقل يجب أن تكون معدومة. فالحقل الكهربائي خارج الناقل، إذاً، عمودي على السطح الناقل.

لحساب هذا الحقل الكهربائي (خارج الناقل) سنطبِّق قانون غوص، ونحتاج في ذلك إلى سطح مُغلَق مناسب. نختار سطح غوص أسطوانةً مُغلقةً محورُها عمودي على سطح الناقل المدروس كما هو ظاهر في الشكل. فيكون الحقل الكهربائي خارج الناقل عموديًّا على قاعدة الأسطوانة الخارجية وماسًّا لسطحها الجانبي كما هو واضح في الشكل. في حين الحقل الكهربائي داخل الناقل معدوم. لقد اخترنا هذه السطح الأسطواني المُغلَق على هذا الشكل لأنَّه يمكن حساب تدفُّق الحقل الكهربائي عبرَه بكل سهولة.

تدفُّق الحقل الكهربائي عبر القاعدة الخارجية هو: $\Phi_1 = E \times A$ بافتراض A مساحة قاعدة الأسطوانة (الوهمية)، في حين تدفُّق الحقل الكهربائي عبر السطح الجانبي معدوم، لأنَّ الحقل الكهربائي مماسٌّ للسطح الجانبي أو معدوم (في الداخل). والتدفُّق عبر القاعدة الداخلية معدوم أيضاً لأنَّ الحقل داخل الناقل معدوم. إذن تدفُّق الحقل الكهربائي عبر السطح المغلق (الأسطوانة) هو $\Phi = E \times A$.

الشحنة الكهربائية الموجودة داخل الأسطوانة المغلقة المُختارة هي فقط تلك الشحنة الموجودة عند مقطع الأسطوانة مع السطح الناقل كما هو ظاهر في الشكل، لذا: $Q_{\text{in}} = \sigma \times A$.

بتطبيق قانون غوص نستنتج: $E \times A = \dfrac{\sigma \times A}{\varepsilon_0}$ أي $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

فالحقل الكهربائي في جوار سطح ناقل متوازن مشحون هو إذن: $\vec{E} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$ حيث $\vec{n}$ هو شعاع واحدي عمودي على السطح الناقل.

ولنلاحظ هنا أنَّ شدَّة هذا الحقل الكهربائي تزداد بازدياد كثافة الشحنة السطحية σ، لذا يكون الحقل الكهربائي عادة كبيراً في جوار زوايا الناقل المدبَّبة (ذات النهاية الإبرية) حيث تكون الشحنة منتشرةً على سطح صغير جدًّا والكثافة σ عالية.

13. تمارين

1. لنفترض شحنة كهربائيَّة نقطية q موجودة في مركز سطح غوص (وهمي) كروي الشكل. فإذا حرَّكنا هذه الشحنة بعيداً عن المركز بحيث تظلُّ داخل، هل تتغيَّر شدَّة الحقل في نقاط ذاك السطح؟ هل يتغيَّر تدفُّق الحقل الكهربائي عبر هذا السطح المُغلَق. فسِّر إجابتك.

2. لنفترض كرة ناقلةً متوازنةً، نصفُ قطرها R، مشحونةً بشحنة كلية موجبة q. اشرح كيف تنتشر هذه الشحنة في هذا الناقل، ثمَّ أثبت، بتطبيق قانون غوص أنَّ الحقل الكهربائي داخل الكرة معدوم، وأنَّ الحقلَ في أي نقطة خارجَ الكرة، تبعد مسافة $r > R$ عن مركز الكرة، يساوي الحقل الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية تساوي شحنة الكرة q موضوعة في مركز الكرة. (توجيه: اختر سطح غوص كرةً وهمية)

3. لنفترض سطحين ناقلين مستويين متقابلين، مشحونين بكثافتين متعاكستين $\sigma > 0$ و $-\sigma$. أثبت أنَّ الحقل الكهربائي بين المستويين هو حقل منتظم شدته تساوي σ / ε_0 وحدِّد جهته، وأنَّ الحقل خارجَ المستويين معدوم.

4. لنفترض سطحاً ناقلاً أسطوانيًّا طويل جدًّا (لانهائي) نصف قطره R، مشحوناً كهربائيًّا بانتظام بكثافة σ. ولتكن A نقطةً في الفضاء تبعد مسافة r عن محور السطح الأسطواني. أثبت أنَّ الحقل الكهربائي في A سيكون عموديًّا على محور هذا السطح الناقل، وحدِّد جهته وشدَّته في الحالتين: $r > R$ و $r < R$. ما قيمة هذا الحقل في نقطة خارج الناقل، قريبةٍ جدًّا من سطحه؟

14. تمارين الفصل 4

التمرين 1:

التدفق الكهربائي هو :

A. مقدار عددي يَصِفُ تدفُّق الشحنة الكهربائي

B. مقدار شعاعي يَصِفُ تدفُّق الحقل الكهربائي

C. مقدار عددي يَصِفُ تدفُّق الحقل الكهربائي

D. مقدار شعاعي يَصِفُ تدفُّق الشحنة الكهربائية

E. مقدار يساوي كمية الشحنة في واحدة السطح

التمرين 2:

شعاع السطح هو:

A. شعاع يوازي السطح وطوله يوازي مساحة السطح

B. شعاع يميل عن السطح بزاوية 45 درجة

C. شعاع يوازي الحقل الكهربائي وطوله يساوي مساحة السطح

D. شعاع عمودي على السطح وطوله يساوي مساحة السطح

E. شعاع عمودي على الحقل الكهربائي وطولُه يساوي مساحة السطح

التمرين 3:

تدفُّق الحقل الكهر بائي $\vec{E}$ عبر سطح مستوٍ شعاعُ سطحه $\vec{A}$ هو:

A. $\Phi = E \times A$

B. $\Phi = E \,/\, A$

C. $\Phi = \vec{E} \times \vec{A}$

D. $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$

E. $\Phi = E - A$

التمرين 4:

توضع شحنة نقطية سالبة Q داخل كرة نصف قطرها R، فيكون تدفُّق الحقل الكهربائي عبر سطح تلك الكرة:

A. $\Phi = E \times 4\pi R^2$

B. $\Phi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

C. $\Phi = -Q / \varepsilon_0$

D. $\Phi = 0$

E. $\Phi = Q / \varepsilon_0$

التمرين 5:

ينص قانون غوص على ما يلي:

A. الحقل الكهربائي داخل أي سطح مغلق يساوي الشحنة الموجودة خارج ذاك السطح مقسومة على ε_0

B. الحقل الكهربائي داخل أي سطح مغلق يساوي الشحنة الموجودة داخل ذاك السطح مقسومة على ε_0

C. تدفُّق الحقل الكهربائي عبر أي سطح مغلق يساوي الشحنة المولِّدة للحقل مقسومة على ε_0

D. تدفُّق الحقل الكهربائي عبر أي سطح مغلق يساوي الشحنة الموجودة داخل ذاك السطح مقسومة على ε_0

E. تدفُّق الحقل الكهربائي عبر أي سطح مغلق يساوي الصفر

التمرين 6:

توضع شحنتان متعاكستان $q_1 = 2\text{nC}$ و $q_2 = -3\text{nC}$ في نقطتين A_1 و A_2 من المحور Ox فاصلتاهما على الترتيب $2.5\,\text{cm}$ و $-1\,\text{cm}$.

1. تدفُّق الحقل الكهربائي عبر مكعَّب مركزُه O وطول حرفه 6 cm هو (التدفق مقدَّر في الجملة الدولية SI):

A. صفر

B. 36π

C. -36π

D. -1

E. حسابُه صعب جدًّا جدًّا!

2. تدفُّق الحقل الكهربائي عبر كرة مركزُها A_1 ونصف قطرها 2 cm هو:

A. صفر

B. 72π

C. -36π

D. 2

E. -3

3.

4. تدفُّق الحقل الكهربائي عبر كرة مركزُها A_2 ونصف قطرها 2 cm هو:

A. صفر

B. 72π

C. -36π

D. -108π

E. -3

5. تدفُّق الحقل الكهربائي عبر كرة مركزُها O ونصف قطرها 0.5 cm هو:

A. صفر

B. 72π

C. -36π

D. -108π

E. -3

التمرين 7:

لنفترض جسماً ناقلاً في داخله تجويف فارغ لا يحوي أي شحنة كهربائية، ولنشحن هذا الجسم بشحنة كهربائية ما، عندئذ، الشحنات الكهربائية في حالة التوازن:

A. تكون معدومة على السطح الخارجي

B. تتوزَّع على السطح الخارجي للناقل فقط

C. تتوزَّع على السطح الخارجي وعلى سطح التجويف الداخلي

D. تتوزَّع بانتظام داخل الجسم وعلى سطحيه الداخلي والخارجي

E. تتوزَّع بشكل غير منتظم داخله وبشكل منتظم على سطحيه الداخلي والخارجي

التمرين 8:

تُشحَن كرة، مركزُها O ونصف قطرها R بكثافة حجمية منتظمة ρ. لتكن M نقطة في الفضاء على بُعد r عن مركز الكرة المشحونة O. وليكن (S) سطحاً كروياً مغلقاً نصف قطره r ومركزُه O.

1. تدفُّق الحقل الكهربائي، الناجم عن الكرة، عبر السطح (S) هو:

A. $4\pi r^2 E$

B. $4\pi R^2 E$

C. صفر

D. $2\pi r E$

E. $\pi r^2 E$

2. إذا كانت $r < R$ فإنَّ الشحنة الكهربائية الموجودة داخل الكرة (S) هو:

A. $4\pi R^2 \rho$

B. $4\pi R^3 \rho / 3$

C. صفر

D. $4\pi r^3 \rho / 3$

E. $4\pi (R^3 - r^3) \rho / 3$

3. إذا كانت $r > R$ فإنَّ الشحنة الكهربائية الموجودة داخل الكرة (S) هو:

A. $4\pi R^2 \rho$

B. $4\pi R^3 \rho / 3$

C. صفر

D. $4\pi r^3 \rho / 3$

E. $4\pi(R^3 - r^3)\rho / 3$

4. إذا كانت $r < R$ فإنَّ الحقل الكهربائي في M يساوي:

A. $\rho R / (3\varepsilon_0)$

B. $\rho r / (3\varepsilon_0)$

C. صفر

D. $\rho R^3 / (3\varepsilon_0 r^2)$

E. $(R^3 - r^3)\rho / (3\varepsilon_0 r^2)$

5. إذا كانت $r > R$ فإنَّ الحقل الكهربائي في M يساوي:

A. $\rho R / (3\varepsilon_0)$

B. $\rho r / (3\varepsilon_0)$

C. صفر

D. $\rho R^3 / (3\varepsilon_0 r^2)$

E. $(R^3 - r^3)\rho / (3\varepsilon_0 r^2)$

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال الخطأ
التمرين 1	(C)	راجع الشرائح 1 و 2 و 3
التمرين 2	(D)	راجع الشريحة 3
التمرين 3	(D)	راجع الشريحة 3
التمرين 4	(E)	راجع الشريحة 7
التمرين 5	(D)	راجع الشريحة 8
التمرين 6	**1.** (C) **2.** (B) **3.** (D) **4.** (A)	راجع الشريحة 8 راجع الشريحة 8 راجع الشريحة 8 راجع الشريحة 8
التمرين 7	(B)	راجع الشريحة 10
التمرين 8	**1.** (A) **2.** (D) **3.** (B) **4.** (B) **5.** (D)	راجع الشريحة 6 راجع الفصل 1 راجع الفصل 1 راجع الشريحة 8 راجع الشريحة 8

الفصل الخامس:
الكمون الكهربائي

الكلمات المفتاحية:

الكمون الكهربائي، الطاقة الكهربائية الكامنة، سطح تساوي كمون، تدرُّج تابع سلَّمي، العلاقة بين الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي.

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بالكمون الكهربائي وبسطوح تساوي الكمون والعلاقة بين الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي.

يهدف هذا الفصل إلى التعرف على الكمون الكهربائي وطرق حسابه في بعض الحالات البسيطة، كما يهدف إلى تعريف سطوح تساوي الكمون والتعرُّف على العلاقة بين الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي.

أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- الطاقة الكامنة الكهربائية
- الكمون الكهربائي
- سطوح تساوي الكمون
- العلاقة بين الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي

المخطط:

1. الطاقة الكهربائية الكامنة/حالة شحنة نقطيَّة في حقل منتظم

2. الطاقة الكامنة الكهربائية/حالة شحنتين نقطيَّتين

3. الكمون الكهربائي

4. مثال محلول

5. مثال الكمون الكهربائي بين مستوَيين مشحونين

6. الكمون الكهربائي الناجم عن مستقيم لانهائي

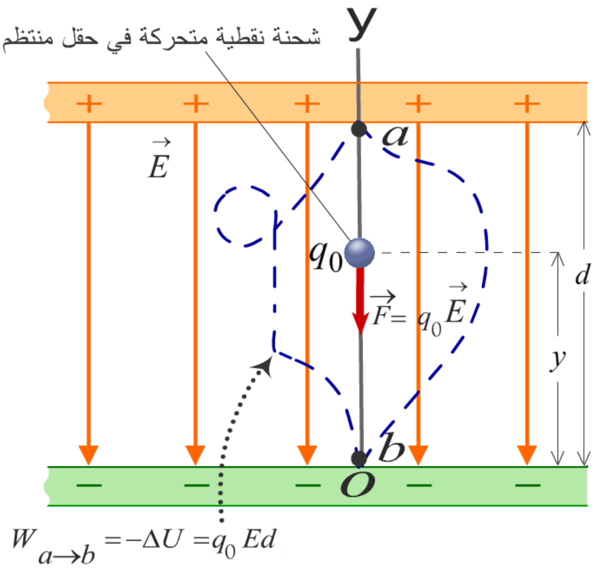
7. سطوح تساوي الكمون

8. سطوح تساوي الكمون والنواقل

9. العلاقة بين الكمون الكهربائي والحقل الكهربائي

10. تمارين الفصل 5

1. الطاقة الكهربائية الكامنة/حالة شحنة نقطيَّة في حقل منتظم



- القوَّة الكهربائية $\vec{F}=q_0\vec{E}$ وهي قوة ثابتة هنا
- عمل هذه القوَّة أثناء الانتقال من a إلى b هو:
- $W_{a\to b}=q_0Ed=q_0E(y_a-y_b)$ (E شدَّة الحقل)
- هذه الحالة شبيهة بحالة جسم خاضع لقوة الثقل $\vec{P}=m\vec{g}$، حيث تكون الطاقة الكامنة $U=mgy$
- لذا نعرِّف هنا الطاقة الكامنة الكهربائية $U=q_0Ey$
- ويكون لدينا $W_{a\to b}=U_a-U_b=-\Delta U$

الشرح:

سنعرِّفُ في هذا الفصل مفهوم الكمون الكهربائي، وهو مقدار نعرِّفُه اعتماداً على الطاقة الكهربائية الكامنة، لذا نتعرَّفُ في البداية على الطاقة الكامنة الكهربائية، في بعض الحالات البسيطة. ثمَّ نعرِّف الكمون الكهربائي.

عندما توضع شحنة نقطية q_0 في حقل كهربائي منتظم $\vec{E}$، فإنَّها ستخضع للقوة الكهربائية $\vec{F} = q_0\vec{E}$. وهي هنا، كما هو واضح في الشكل، قوَّة ثابتة، لذا يمكن حساب عمل هذه القوة الثابتة، عندما تنتقل الشحنة q_0 من a إلى b كما يلي:

$$W_{a\to b} = F \times d = qE_0 d$$

ونلاحظ على الشكل أنَّ المسافة المقطوعة أثناء هذا الانتقال هي $d = y_a - y_b$، لذا يكون لدينا

$$W_{a\to b} = q_0 E(y_a - y_b) = q_0 E y_a - q_0 E y_b$$

هذه الحالة شبيهة بحالة جسم خاضع لقوة ثقله $\vec{P} = m\vec{g}$ الثابتة (بالقرب من سطح الأرض)، حيث تكون الطاقة الكامنة للجسم $U = mgy$ بافتراض y محوراً شاقوليًّا متجهاً نحو الأعلى. وهذه الطاقة الكامنة تزداد مع الابتعاد عن سطح الأرض (بعكس اتجاه $\vec{g}$) أي مع ازدياد y.

لذا نعرِّف الطاقة الكامنة الكهربائية للشحنة النقطيَّة q_0 في الحقل المنتظم $\vec{E}$ بأنَّها المقدار $U = q_0 E y$، وهي طاقة تزداد أيضاً مع ازدياد y (بعكس اتجاه الحقل).

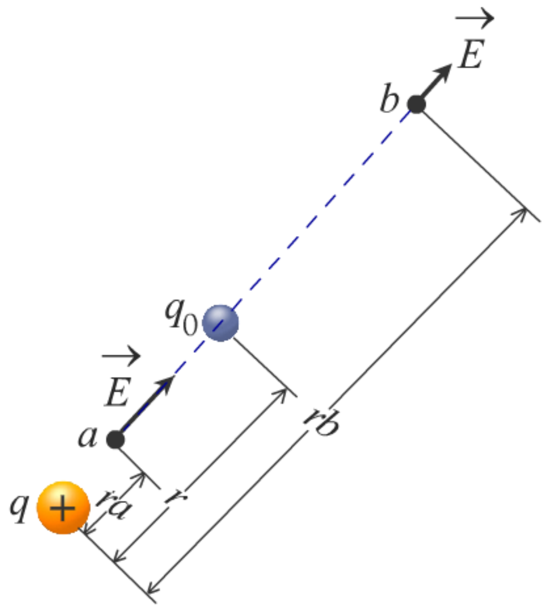
فيكون عمل القوَّة الكهربائيَّة أثناء الانتقال من من a إلى b:

$$W_{a\to b} = q_0 E y_a - q_0 E y_b = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U$$

حيث يدلُّ الرمز $\Delta U = U_b - U_a$ على تغيُّر الطاقة الكامنة (القيمة في الحالة النهائية منقوصٌ منها القيمة في الحالة الابتدائية)، والخلاصة هنا أنَّ عمل القوَّة الكهربائية في الحقل المنتظم يساوي $-\Delta U$ (يُدعى المقدار $-\Delta U$ تناقُصَ الطاقة الكامنة).

في الواقع عمل القوَّة الكهربائية، حتى في حالة الحقل غير المنتظم تساوي تناقص الطاقة الكامنة أيضاً. وهذه النتيجة التي نقبلُها بدون برهان في الحالة العامَّة، سنستعملُها فيما يلي لاستنتاج الطاقة الكامنة الكهربائية في عدَّة حالات.

2. الطاقة الكامنة الكهربائية/حالة شحنتين نقطيَّتين



- لنفترض شحنتين نقطيَّتين، كما في الشكل،
- تؤثِّر q في q_0 بالقوَّة $\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\vec{u}_r$ المحمولة على المستقيم الواصل بين الشحنتين.
- عملُ هذه القوَّة عندما تنتقل q_0 من a إلى b هو:
- $$W_{a\to b} = \int_a^b \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\mathrm{d}r = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$
- يتعلَّق هذا العمل فقط بنقطتي البداية والنهاية، وله العبارة نفسها حتى عندما تنتقل q_0 من a إلى b وفق أي مسارٍ آخر (كالمسار المنحن في الشكل).
- نعرِّف هنا الطاقة الكامنة الكهربائية بالعلاقة $U = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$، ونلاحظ أنَّ:
- $$W_{a\to b} = U_a - U_b = -\Delta U$$

الشرح:

لندرس الآن حالة شحنتين نقطيَّتين q و q_0، ولنفترض أنَّ q_0 تنتقل بتأثير الشحنة q من النقطة a إلى النقطة b، وذلك وفق خط مستقيم مار من q. تؤثِّر q في q_0 بقوَّة شدَّتها $F = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$ (قانون كولون) وهي محمولة على المستقيم الواصل بين الشحنتين.

عملُ هذه القوَّة الكهربائية عندما تنتقل الشحنة q_0 انتقالاً صغيراً $\mathrm{d}r$ هو $F \times \mathrm{d}r = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\mathrm{d}r$، وعندما تنتقل q_0 من a إلى b يكون عمل هذه القوَّة مساوياً لمجموع تلك الأعمال الصغيرة، وهذا ما يُعبِّرُ عنه باستعمال التكامل الآتي:

$$W_{a\to b} = \int_a^b \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\mathrm{d}r = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_a^b = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

لذا، نعرِّف هنا الطاقة الكامنة الكهربائية لشحنتين نقطيَّتين المسافة بينهما r

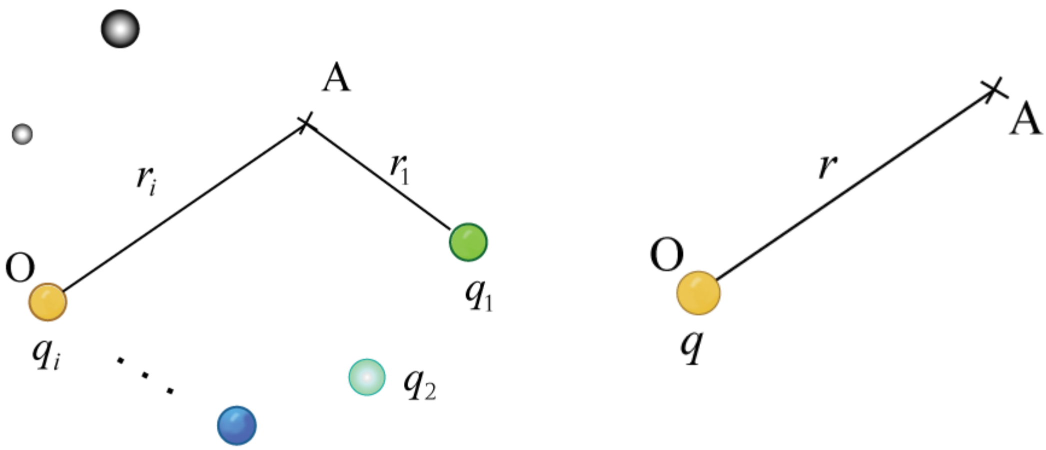
$$U = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

وعندئذٍ يُعطى عملُ القوَّة الكهربائية بعلاقة شبيهة بعلاقة العمل في حالة الشحنة النقطية في الحقل المنتظم، إذ نجد عمل القوَّة الكهربائية يساوي تناقص الطاقة الكامنة:

$$W_{a\to b} = U_a - U_b = -\Delta U$$

3. الكمون الكهربائي

تعريف: الكمون الكهربائي يساوي الطاقة الكهربائية الكامنة في واحدة الشحنة $V = \dfrac{U}{q_0}$



- الكمون الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية q موضوعة في O هو:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

- الكمون الكهربائي الناجم عن عدَّة شحنات نقطية $q_1, q_2, \ldots, q_N$ هو:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{i=N}\frac{q_i}{r_i}$$

- الكمون الكهربائي الناجم عن شحنات موزَّعة بشكل مستمر في منطقة من الفضاء هو:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r}$$

- ويكون لدينا بوجه خاص، فرق الكمون بين نقطتين ما $V_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$

الشرح:

عرفنا في الشرائح السابقة الطاقة الكهربائية الكامنة لشحنة اختبارية q_0 في عدَّة حالات. يمكننا أن نستنتج من ذلك الطاقة الكهربائية الكامنة لأي شحنة أخرى. إذا أدخلنا المقدار الآتي $V = U / q_0$ تكون الطاقة الكهربائية الكامنة للشحنة q_0 هي $U = q_0 V$. يُدعى هذا المقدار V الكمون الكهربائي، وهو لا يتعلَّق بالشحنة q_0 التي نحسب طاقتها الكامنة.

وجدنا بوجه خاص أنَّ الطاقة الكامنة الكهربائية في حالة شحنتين نقطيَّتين q و q_0 هي $U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qq_0}{r}$، لذا يكون لدينا في هذه الحالة $V = \dfrac{U}{q_0} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r}$. هذا الكمون V هو الكمون الكهربائي الناجم عن الشحنة النقطية q. ونقول في هذه الحالة أنَّ الشحنة النقطية q، تولِّد في الفضاء حولها كموناً كهربائيًّا يُعطى بالعلاقة التالية:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

وذلك في أي نقطة A تبعد مسافة r عن q كما في الشكل.

لاحظ أنّ هذا الكمون الكهربائي يتناسب عكساً مع المسافة r، في حين يتناسب الحقل الكهربائي الناجم عن تلك الشحنة عكساً مع مربَّع المسافة r^2 (حيث $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}$).

الكمون الكهربائي مقدار سلَّمي (وليس شعاعي بخلاف الحقل الكهربائي) له قيمة عددية، وهو يقدَّر في الجملة الدولية بـ "الفولت V".

في حالة وجود عدَّة شحنات نقطية $q_1, q_2, \ldots, q_N$ في نقاط متفرِّقة في الفضاء، فإنَّ تلك الشحنات ستولِّد في أي نقطة، مثل A، الكمون الكهربائي الآتي:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{i=N}\frac{q_i}{r_i}$$

وعندما تكون الشحنة الكهربائي موزَّعة توزُّعاً مستمرًّا في الفضاء (على قرص أو قطعة مستقيمة أو على كرة أو أسطوانة مثلاً)، فإنَّ رمز المجموع $\sum$ يتحول إلى تكامل $\int$ حيث يعطى الكمون الكهربائي بالعلاقة الآتية:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\mathrm{d}q}{r}$$

ويجري حساب التكامل على الجسم الذي تتوزَّع عليه (أو فيه) الشحنة الكهربائية كما سنرى في بعض الأمثلة.

ونلاحظ هنا أنَّ عمل القوَّة الكهربائية المؤثِّرة في شحنة ما q_0 هو:

$$W_{a\to b} = U_a - U_b = q_0\int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$$

فإذا قسَمنا الطرفين على q_0 نستنتج العلاقة الهامَّة الآتية بين الحقل الكهربائي وفرق الكمون بين نقطتين:

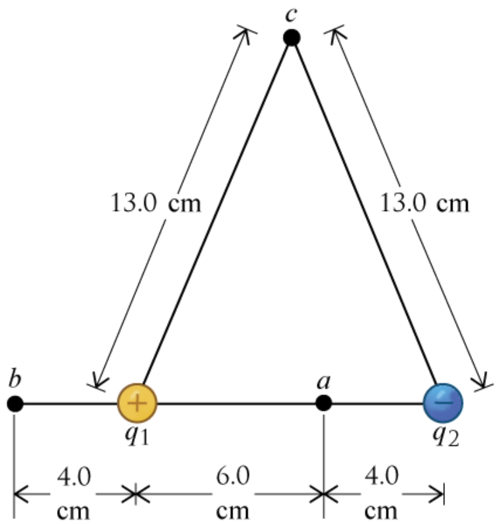
$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$$

ملاحظة: نعرِّف الكمون الكهربائي دوماً بإضافة حدٍّ ثابت اختياري C، يتعلَّق بما يُدعى مرجع الكمون الكهربائي، فما يهمُّنا في التجارب العملية هو فرق الكمون الكهربائي بين نقطتين، وعندئذ لن يكون لذاك الحدِّ الثابت أي تأثير لأنَّه يُختَصَر أثناء حساب فرق الكمون. نختار ذاك الحدَّ الثابتَ عادة مساوياً للصفر في اللانهاية (أي نفترض الكمون الكهربائي معدوماً في اللانهاية)، وهذا الخيار مُمكن فقط عندما تكون الشحنة الكهربائية محصورةً في مجال محدود من الفضاء. وفي الحالات الموافقة لوجود شحنات في اللانهاية (مستقيم لانهائي مشحون أو مستوٍ مشحون ...) يمكن أن نفترض الكمون معدوماً في أي نقطة نشاء، ونعتبر تلك النقطة هي المرجع.

4. مثال محلول

احسب الكمون الكهربائي الناجم عن الشحنتين النقطيتين q_1 و q_2 الموضَّحتين في الشكل التالي، وذلك في النقاط a و b و c. علماً أنَّ $q_1 = +12\,\text{nC}$ و $q_2 = -12\,\text{nC}$.

الحل:



1. في النقطة a: لدينا $r_1 = 0.060\,\text{m}$ و $r_2 = 0.040\,\text{m}$، لذا يكون لدينا:

$$V_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i} = (9.0\times10^9)\left(\frac{12\times10^{-9}}{0.060}+\frac{-12\times10^{-9}}{0.040}\right)$$
$$= 1800 - 2700 = -900\,\text{V}$$

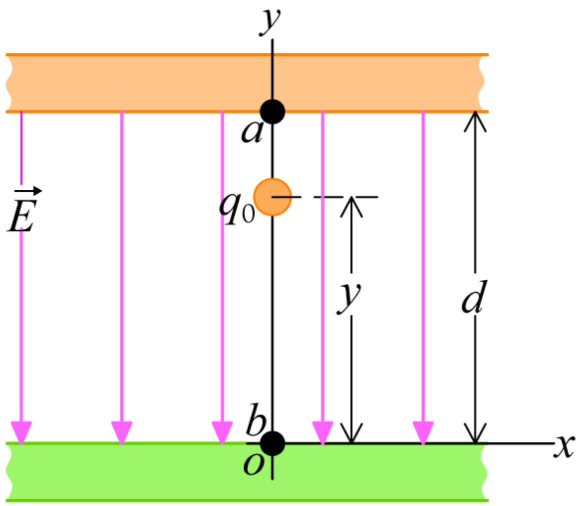
2. في النقطة b: لدينا $r_1 = 0.040\,\text{m}$ و $r_2 = 0.140\,\text{m}$، لذا نجد $V_b = -1929\,\text{V}$

3. في النقطة c: لدينا $r_1 = r_2 = 0.130\,\text{m}$، لذا نجد $V_c = 0\,\text{V}$.

ملاحظة: النقطة a أقرب إلى q_2 السالبة، لذا الكمون في a سالب، في حين النقطة b أقرب إلى الشحنة q_1 الموجبة لذا الكمون في b موجب. ونرى أنَّ النقطة c متساوية البعد عن كلتا الشحنتين المتعاكستين، لذا وجدنا الكمون الكهربائي في c معدوماً.

5. مثال الكمون الكهربائي بين مستوَيَين مشحونين

في الشكل التالي يسود حقل كهربائي منتظم $\vec{E}$ بين مستويين عموديين على المحور Oy. أوجد صيغة الكمون الكهربائي في نقطة ما بين هذين المستوِيَيْن (على بُعد y عن O). ثمَّ احسب الكمون الكهربائي في النقطتين a و b.



الحل:

وجدنا في شريحة سابقة أنَّ الطاقة الكهربائية الكامنة لشحنة نقطية اختبارية q_0 في هذه الحالة هي $U = q_0 Ey$، لذا الكمون الكهربائي هنا هو: $V = U / q_0 = Ey$.

في النقطة a لدينا $y = d$، لذا $V_a = Ed$،

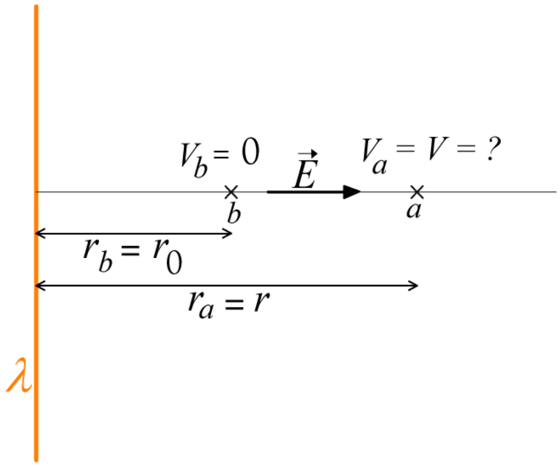
في النقطة b لدينا $y = 0$ لذا $V_b = 0$.

ملاحظة هامَّة: نلاحظ على الشكل أنَّ الحقل الكهربائي موجَّه من a نحو b، ولأنَّ $V_a > V_b$ هنا، فإنَّنا نلاحظ أنَّ الحقلَ الكهربائي يتَّجه من الكمون العالي نحو الكمون المنخفض. هذه الملاحظة في الواقع هي ميزة عامَّة للحقل الكهربائي.

ناقش ذلك مثلاً في حالة شحنة نقطية موجبة q موضوعة في المبدأ O، ستجد أنَّ الحقل الكهربائي يتجه مبتعداً عن O، ولمَّا كان الكمون الكهربائي يتناسب عكساً مع المسافة r، فإنَّ الكمون الناجم

عن هذه الشحنة الموجبة q سينخفض مع الابتعاد عنها، أي للكمون الكهربائية قيم كبيرة بالقرب من q (الموجبة هنا) وله قيم صغيرة في النقاط البعيدة عنها. فالحقل الكهربائي هنا أيضاً يتَّجه من الكمون العالي (بالقرب من q) نحو الكمون المنخفض (بعيداً عن q).

6. الكمون الكهربائي الناجم عن مستقيم لانهائي



الحقل الكهربائي هو: $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r}$

- ويكون لدينا: $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \int_{r_0}^{r} \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r$
- لنفترض $V_b = 0$ الكمون المرجعي (الأرضي!) وأنَّ $r_b = r_0$ و $r_a = r$ فنجد:

الكمون الكهربائي الناجم عن مستقيم لانهائي مشحون بانتظام:

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_0}{r}$$

الشرح

نريد حساب الكمون الكهربائي في نقطة ما a، على بُعد r عن مستقيم لانهائي مشحون خطيًّا بانتظام بكثافة λسنفترض هنا أنَّ الكمون الكهربائي المرجعي $(V = 0)$ هو كمون نقطة ما b على بُعد محدَّد r_0 عن المستقيم. يكون لدينا في هذه الحالة:

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \int_{r_0}^{r} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r$$

حيث يجري التكامل هنا على طول القطعة المستقيمة من a إلى b، وعلى هذه القطعة المستقيمة $\mathrm{d}\vec{\ell}$ يوازي الحقل $\vec{E}$، و $\mathrm{d}\ell = \mathrm{d}r$، لذا لدينا $\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = E\times\mathrm{d}\ell = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\times\mathrm{d}r$.

لدينا إذن:

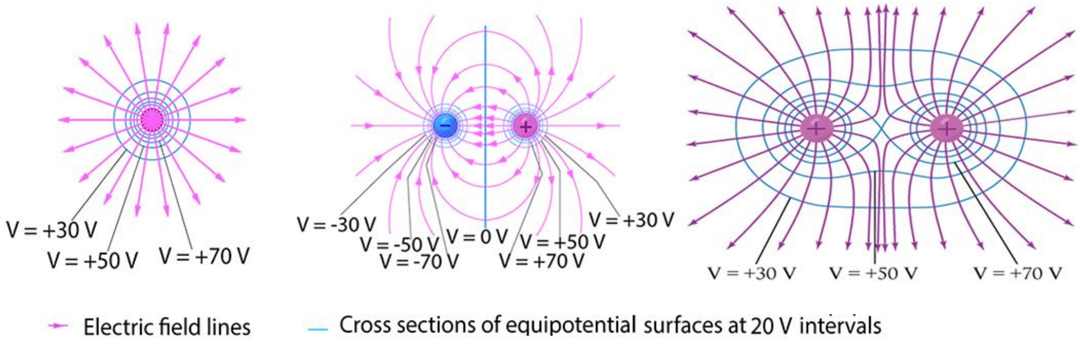
$$V - 0 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_r^{r_0}\frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\ln r\right]_r^{r_0} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ \ln r_0 - \ln r$$

ومنه نستنتج الكمون الكهربائي في a وهو:

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_0}{r}$$

ملاحظة: في حالة $\lambda > 0$، ينخفض هذا الكمون مع الابتعاد عن المستقيم المشحون، وكذلك الحقل الكهربائي يتجه مبتعداً عن المستقيم المشحون، أي إنَّ الحقل الكهربائي يتجّه من مناطق الكمون العالي (بالقرب من المستقيم) نحو مناطق الكمون المنخفض (بعيداً عن المستقيم. (اشرح أنَّ هذه النتيجة صحيحة حتى في حالة $\lambda < 0$).

7. سطوح تساوي الكمون



- ما المحل الهندسي للنقاط التي يتساوى فيها الكمون الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية q؟
- سطح تساوي الكمون: هو سطح يكون لجميع نقاطه قيم متساوية للكمون الكهربائي.
- كيف ترى في هذا الشكل خطوط الحقل مقارنةً مع سطوح تساوي الكمون ؟

الشرح:

إذا تأمّلنا العلاقة $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$، وهي علاقة الكمون الكهربائي الناجم عن شحنة نقطية q موضوعة في المبدأ O، سنرى أنَّ جميع النقاط التي تبعد المسافة r نفسها عن q سيكون لها الكمون نفسه. تقع هذه النقاط التي يتساوى فيها الكمون الكهربائي ، في هذه الحالة، على سطح كروي مركزه عند O ونصف قطره r. ويدعى هذا السطح سطح تساوي الكمون. ونرى على الشكل كما هو متوقَّع أنَّ سطوح تساوي الكمون الكهربائي لها أنصاف أقطار تتعلَّق بقيمة الكمون عليها. فالسطوح ذات الكمون المنخفض ستكون أنصاف أقطارها كبيرة، في حين سطوح الكمون العالي ستكون ذات أنصاف أقطار صغيرة.

ونرى أيضاً أنّ خطوطَ الحقل الكهربائي في حالة شحنة نقطية، هي خطوط عمودية على سطوح تساوي الكمون الكهربائي وتتَّجه من الكمون العالي نحو الكمون المنخفض. وهذه في الواقع ميزة عامَّة للحقل الكهربائي.

نعرِّف في الحالة العامَّة سطح تساوي الكمون بأنَّه المحل الهندسي للنقاط التي يتساوى فيها الكمون الكهربائي. وتكون خطوط الحقل الكهربائية في الحالة العامَّة عمودية على سطوح تساوي الكمون الكهربائي وتتَّجه من الكمون العالي نحو الكمون المنخفض.

نرى في الشكل ثلاث حالات، ومقاطع سطوح تساوي الكمون في كل حالة مع مستوي الشكل.

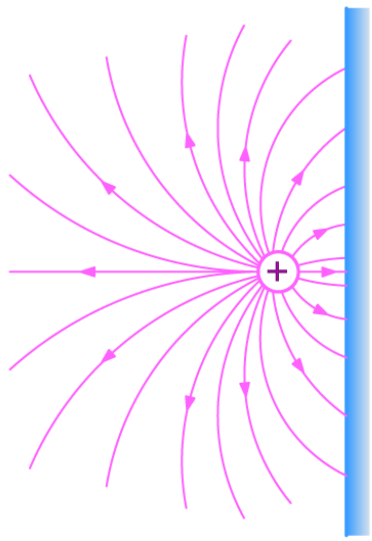
في اليسار حالة شحنة نقطية وحيدة: سطوح تساوي الكمون سطوح كروية (مقاطعها دوائر) تزداد قيمة الكمون مع الاقتراب من q.

في الوسط، حالة شحنتين نقطيَّتين متعاكستين (ثنائي قطب كهربائي): لسطوح تساوي الكمون في هذه الحالة شكل شبيه بالسطوح الكروية بالقرب من الشحنتين، وبعيداً عنهما له الشكل المبينَّ على الرسم.

وفي اليمين، حالة شحنتين نقطيَّتين موجبتين متساويتين: لسطوح تساوي الكمون الشكل المبيَّن على الرسم.

وفي جميع الحالات خطوط الحقل الكهربائي عمودية على سطوح تساوي الكمون، وتتَّجه من الكمون العالي نحو الكمون المنخفض.

8. سطوح تساوي الكمون والنواقل



- الحقل الكهربائي داخل الناقل المتوازن معدوم، لذا يجب أن يكون للكمون قيماً متساوية داخل الناقل
- وهذا يعني أنَّ لجميع نقاط سطح الناقل الكمون الكهربائي نفسه.
- سطح الناقل المعزول هو سطح تساوي كمون،
- لذا فالحقل الكهربائي في جوار سطح الناقل يجب أن يكون عموديًّا على سطح الناقل

الشرح:

فرق الكمون بين أي نقطتين داخل الناقل هو $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0$ لأنَّ الحقل الكهربائي معدوم داخل الناقل المتوازن. لذا $V_a = V_b$ في جميع النقاط داخل الناقل.

وعلى سطح الناقل بوجه خاص يجب أن تكون قيمة الكمون مساوية لقيمة الكمون داخل الناقل، وإلاَّ فالحقل لن يكون معدوماً داخل الناقل (في جوار سطح الناقل من الداخل) وهذا مخالف لتعريف الناقل المتوازن كهربائيًّا. لذا لجميع نقاط سطح الناقل الكمون نفسه، ومن ثَمَّ فإنَّ سطحَ الناقل هو سطح تساوي كمون.

9.العلاقة بين الكمون الكهربائي والحقل الكهربائي

- فرق الكمون الكهربائي بين نقطتين هو: $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -\int_a^b \mathrm{d}V$
- $\Leftarrow$ $\mathrm{d}V = -\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -E_x \mathrm{d}x - E_y \mathrm{d}y - E_z \mathrm{d}z$
- $\Leftarrow$ مركِّبات الحقل هي: $E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x},\ E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y},\ E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z}$
- نعبِّر عن ذلك بالعلاقة الشعاعية الآتية: $\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V$
- الحقل الكهربائي يساوي عكس تدرُّج الكمون الكهربائي

الشرح

فرق الكمون الكهربائي بين نقطتين هو $= \int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -\int_a^b \mathrm{d}V = \int_b^a \mathrm{d}V$ $V_a - V_b$ وذلك بين أي نقطتين a و b، لذا نستنتج أنَّ $\mathrm{d}V = -\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$. فإذا عوَّضنا في هذه العلاقة الحقلَ بمركِّباته E_x, E_y, E_z (في الإحداثيات الديكارتية) وعوَّضنا الانتقال الصغير $\mathrm{d}\vec{\ell}$ بمركِّباته $\mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z$ أيضاً نحصل على: $\mathrm{d}V = -\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -E_x \mathrm{d}x - E_y \mathrm{d}y - E_z \mathrm{d}z$.

نستنتج من ذلك (باتخاذ انتقال على x فقط مثلاً) أنَّ $E_x = -\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}$ أي إنَّ مركِّبة الحقل على المحور Ox تساوي ناقص مشتق الكمون بالنسبة لـ x. لكنَّ هذه الصيغة غير مقبولة بهذا الشكل في الحالة العامَّة، حيث يكون الكمون تابعاً لـ x, y, z، والصحيح هو استعمال المشتق "الجزئي" لـ V بالنسبة x، والذي نرمز لها كما يلي $\dfrac{\partial V}{\partial x}$، فيكون لدينا:

مركِّبات الحقل الكهربائي هي :

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x},\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y},\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

نعبِّر عن هذه العلاقات الثلاثة بعلاقة شعاعية واحدة بين الكمون الكهربائي والحقل الكهربائي في الخلاء:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V$$

وذلك بإدخال الرمز $\overrightarrow{\text{grad}}$ الذي يدعى تدرُّج. فالحقل الكهربائي يساوي ناقص تدرُّج الكمون الكهربائي. ولمَّا كان الحقل الكهربائي يتجه من مناطق الكمون العالي نحو مناطق الكمون المنخفض، فإنَّ تدرَّج الكمون الكهربائي هو مقدار شعاعي يتَّجه من الكمون المنخفض نحو الكمون العالي (تدرُّج الكمون يعاكس الحقلَ الكهربائي). فتدرُّج الكمون الكهربائي هو مقدار شعاعي يُشير إلى اتجاه تزايد الكمون، وهو كخطوط الحقل الكهربائي، عمودي على سطوح تساوي الكمون الكهربائي.

مثال: الحقل الكهربائي الناجم عن مستقيم لانهائي مشحون كهربائيًا خطيًّا بانتظام بكثافة λ، هو $\vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\vec{i}$ في نقطة ما من المحور Ox العمودي على المستقيم المشحون. لذا يكون لدينا، باستعمال العلاقة $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V$:

$E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x}$ و $\dfrac{\partial V}{\partial y} = \dfrac{\partial V}{\partial z} = 0$ ولذا يتعلَّق الكمون الكهربائي بـ x فقط، ويمكن في هذه الحالة استبدال المشتق الجزئي بمشتق عادي، ويكون لدينا: $-\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$ ومنه نستنتج

$V = -\displaystyle\int \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\,\mathrm{d}x = -\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln x + \mathrm{C}$ نختار الثابت C هنا بافتراض الكمون المرجعي عند نقطة ما على بعد محدَّد x_0 عن المستقيم بحيث $V(x = x_0) = 0$، فنجد عندئذ $C = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln x_0$، وبعد التعويض في العلاقة السابقة نستنتج الكمون الكهربائي الناجم عن مستقيم لانهائي:

$V = -\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln x + \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln x_0 = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{x_0}{x}$ وهي علاقة مطابقة لعلاقة الكمون التي وجدناها سلفاً (فقط استبدل r بـ x و r_0 بـ x_0).

ملاحظة هامَّة: من الأبسط عادةً استنتاج الكمون الكهربائي في كل نقطة من الفضاء، في حين يكون حساب الحقل الكهربائي حساباً مباشراً أمراً أصعب بكثير من حساب الكمون، لذا نستفيد من العلاقة $\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V$ في حساب الحقل الكهربائي بعد معرفة الكمون، ويمكن طبعاً أن نستنتج الكمون في حال عرفنا الحقل الكهربائي.

10. تمارين الفصل 5

التمرين 1:

عندما نضع شحنة كهربائية نقطية q في المبدأ O، فإنَّها تولِّد في أي نقطة M في الفضاء الكمون الكهربائي الآتي (بافتراض r=OM):

A. $V = \frac{q}{\varepsilon_0}$

B. $V = \frac{q^2}{\varepsilon_0}$

C. $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

D. $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

E. $V = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

التمرين 2:

الكمون الكهربائي هو :

A. مقدار عددي يساوي الحقل الكهربائي في واحدة الشحنة

B. مقدار شعاعي يساوي الحقل الكهربائي في واحدة الشحنة

C. مقدار عددي يساوي التدفق الكهربائي في واحدة الشحنة

D. مقدار عددي يساوي القوة الكهربائية في واحدة الشحنة

E. مقدار عددي يساوي الطاقة الكهربائية الكامنة في واحدة الشحنة

التمرين 3:

توضع شحنتان نقطيتان متعاكستان ($q>0$ و $-q$) في نقطتين من المحور Ox متناظرتين بالنسبة للمبدأ O، فاصلتاهما x و $-x$. عندئذ في النقطة من المحور Oy، التي ترتيبها y، الكمون الكهربائي يساوي:

A. $\dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2}}$

B. معدوم

C. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$

D. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 y}$

E. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)}$

التمرين 4:

الكمون الكهربائي بين مستويين مشحونين بانتظام بكثافتين سطحيَّتَيْن متعاكستين σ و $-\sigma$ هو (بافتراض $V=0$ على السطح السالب).

A. ثابت

B. يتناسب طرداً مع البعد عن أحد المستويين

C. يتناسب عكساً مع البعد عن أحد المستويين

D. يتناسب عكساً مع مربَّع البعد عن أحد المستويين

E. معدوم

التمرين 5: **(2 درجة)**

تتجه خطوط الحقل الكهربائي في الحالة العامَّة:

A. من مناطق الكمون العالي نحو مناطق الكمون المنخفض

B. من مناطق الكمون المنخفض نحو مناطق الكمون العالي

C. نحو مناطق الكمون المعدوم

D. نحو مناطق الكمون الموجب

E. نحو مناطق الكمون السالب

التمرين 6:

العلاقة بين الحقل الكهربائي $\vec{E}$ والكمون الكهربائي V هي:

A. $E = \dfrac{\mathrm{d}\,V}{\mathrm{d}x}$

B. $\vec{E} = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V$

C. $\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V$

D. $E = \dfrac{\partial V}{\partial x} + \dfrac{\partial V}{\partial y} + \dfrac{\partial V}{\partial z}$

E. $E = V\,/\,d$

التمرين 7:

A. سطح تساوي الكمون في الحالة العامَة هو:

B. المحل الهندسي للنقاط متساوية البعد عن المبدأ O

C. مستوٍ عمودي على Ox

D. سطح يوازي الحقل الكهربائي في كل نقطة من نقاطه

E. المحل الهندسي للنقاط التي تتساوى فيها شدة الحقل

F. المحل الهندسي للنقاط التي يتساوى فيها الكمون الكهربائي

التمرين 8:

A. سطوح تساوي الكمون في حالة شحنة نقطية موضوعة في O، هي:

B. دوائر مركزُها O

C. قطوع ناقصة مركزُها O

D. كرات مركزُها O

E. خطوط مستقيمة تمر من O

F. مستويات عمودية على Ox

التمرين 9:

A. في الحالة العامَة، تكون خطوط الحقل الكهربائي:

B. عمودية على السطوح ذات الكمون السالب

C. عمودية على السطوح ذات الكمون الموجب

D. توازي سطوح تساوي الكمون

E. عمودية على سطوح تساوي الكمون

F. لا تتعلَّق بالكمون الكهربائي أبداً

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال خطأ
التمرين 1	(D)	راجع الشريحة 3
التمرين 2	(E)	راجع الشريحة 3
التمرين 3	(B)	راجع الشريحة 4
التمرين 4	(B)	راجع الشريحة 5
التمرين 5	(A)	راجع الشريحتين 6 و 7
التمرين 6	(C)	راجع الشريحة 9
التمرين 7	(E)	راجع الشريحة 7
التمرين 8	(C)	راجع الشريحة 7
التمرين 9	(D)	راجع الشريحة 7

الفصل السادس:
المكثفات

الكلمات المفتاحية:

المكثِّفة، سعة المكثِّفة، المكثِّفة المستوية، المكثِّفة الأسطوانية، وصل المكثِّفات على التسلسل أو على التفرُّع، ثابت العزل

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بمفهوم المكثِّفة وسعتها وطرق وصل المكثِّفات وثابت العزل.

يهدف هذا الفصل إلى التعرف على مفهوم المكثِّفة وسعتها، وعلى المكثِّفتَيْن المستوية والأسطوانية، وعلى وصل المكثِّفات على التسلسل أو على التفرُّع، بالإضافة إلى التعرِّف على الطاقة المختزنة في مكثِّفة، وثابت العزل الكهربائي.

أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- المكثِّفة وسعتها
- المكثِّفة المستوية والمكثِّفة الأسطوانية
- قانون وصل المكثِّفات على التسلسل أو على التفرُّع
- ثابت العزل الكهربائي

المخطط:

١. تعريف المكثفة

٢. سعة المكثفة

٣. المكثفة المستوية

٤. تمرين محلول: ١ فاراد هي سعة كبيرة جدًّا جدًّا

٥. المكثفة الأسطوانية

٦. وصل المكثفات على التسلسل

٧. وصل المكثفات على التفرُّع

٨. تمرين محلول: وصل مكثفتين على التسلسل أو على التفرع

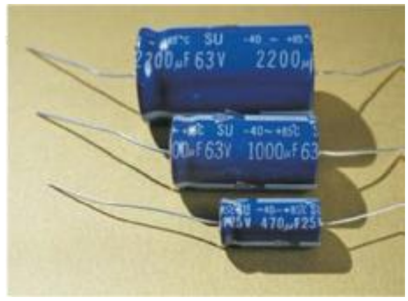
٩. الطاقة المُخْتَزَنة في المكثفة

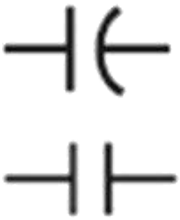
١٠. العوازل

١١. أمثلة عن بعض المكثفات

١٢. تمارين الفصل ٦

١. تعريف المكثفة





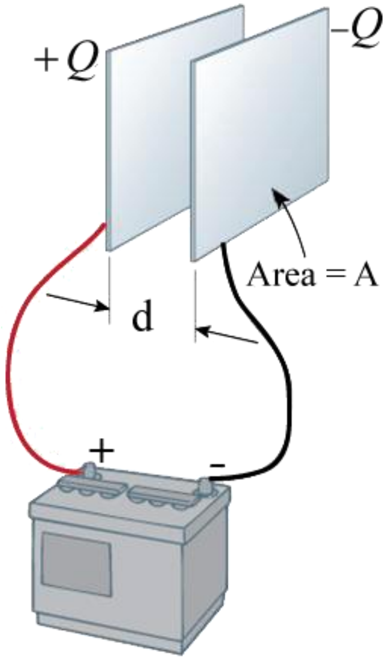
المكثفة عنصر كهربائي مكوَّن من ناقلين يفصل بينهما مادَّة عازلة وتُفيد في تخزين الطاقة الكهربائية والشحنة الكهربائية.

نرمز للمكثفة في الدارات الكهربائية كما في الشكل السابق ويُدعى كل ناقل لبوس المكثفة، بالتالي للمكثفة لبوسين.

تطبيق١: في الفلاش تُستَعْمَل مكثفة لتخزين طاقة كهربائية ثم تُحرَّر تلك الطاقة دفعة واحدة في مدَّة قصيرة لتوليد الضوء اللازم لإضاءة المنطقة التي نريد تصويرها.

تطبيق٢: تستَعمَل المكثفات في أجهزة الراديو أيضاً لاختيار تردد محدَّد.

٢. سعة المكثفة



عندما نصل لبوسَيْ مكثفة ببطارية، تنتقل إلكترونات من أحد اللبوسَيْن، فيُشحن هذا اللبوس بشحنة Q+، إلى اللبوس الآخر فيُشحَن بشحنة Q−

يتناسب الحقل الكهربائي، وفرق الكمون الكهربائي Vab بين طرفي المكثفة، طرداً مع الشحنة Q

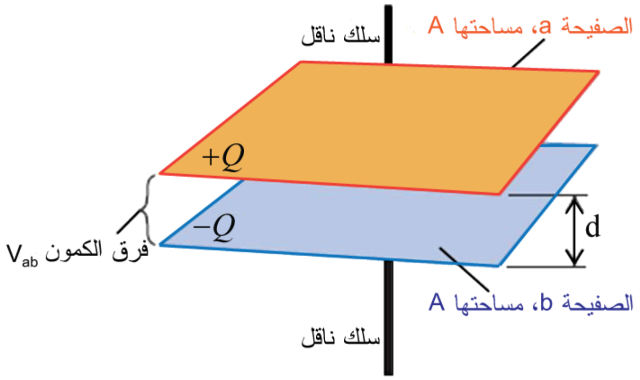
نعرِّف سعة المكثفة بأنَّها النسبة بين شحنة المكثفة وفرق الكمون بين طرفيها: $C = \dfrac{Q}{V_{\mathrm{ab}}}$

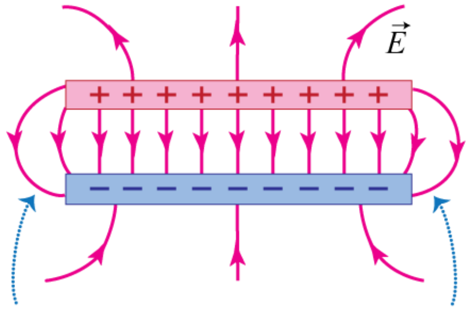
تقاس سعة المكثفة في الجملة الدولية بواحدة تدعى الفاراد ورمزها F ونلاحظ أنَّ $1\mathrm{F}=\mathrm{C/V}$ (الفاراد = كولون على فولت)

تتراوح سعات المكثفات المستعمَلة في الدارات الكهربائية بين بضعة عشرات من pF (بيكو فاراد = 10^{-12} F) إلى بضعة ميكرو فاراد μF (ميكرو فاراد = 10^{-6} F)

مثال: عندما توصَل مكثفة سعتها $4.70\,\mu\mathrm{F}$ ببطارية فرق الكمون بين طرفيها 12.0 V، تشحَن المكثفة بشحنة $Q = C \times V_{\mathrm{ab}} = 4.7 \times 12 = 56.4\,\mu\mathrm{C}$

٣. المكثفة المستوية





تتكوَّن المكثفة المستوية من صفيحتين ناقلتين مستويتَيْن (نفترض أنهما لانهائيتان). نفترض $\sigma = Q / A$ الكثافة السطحية للشحنة ونعلم أنَّ الحقل الكهربائي بين المستويين هو:

$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 A}$ ، وفرق الكمون بين الصفيحتين $V_{ab} = E \times d = \dfrac{Qd}{\varepsilon_0 A}$

لذا سعة المكثفة المستوية تساوي $C = \dfrac{Q}{V_{ab}} = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d}$

بوجه عام، تتعلَّق سعة المكثفة بشكل المكثفة المدروسة، ففي حالة المكثفة المستوية تتناسب هذه السعة طرداً مع مساحة كل صفيحة، وعكساً مع المسافة بينهما.

وعندما توضع مادة عازلة (غير الهواء أو الخلاء) بين الصفيحتين (كالشمع مثلاً) تتغيَّر سعة المكثفة حسب المادة العازلة المُستَعمَلة...

ملاحظة: نستنتج من هذه العلاقة أنَّ واحدة قياس سماحية الخلاء ε_0 في الجملة الدولية هي فاراد/متر أي F/m، وفي الواقع لدينا $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$

٤. تمرين محلول: ١ فاراد هي سعة كبيرة جدًّا جدًّا

نريد تصنيع مكثفة مستوية من صفيحتين مستويتين مساحة كل منهما A، والمسافة بينهما 1.0 mm، فما قيمة A حتى تكون سعة هذه المكثفة 1.0 F؟

الحـــــل

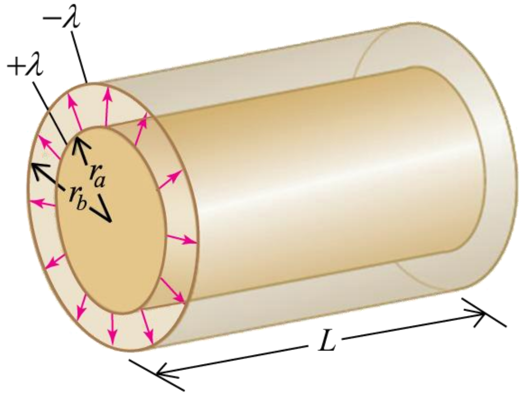
نطبِّق علاقة سعة المكثفة المستوية $C = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d}$ فيكون لدينا $A = \dfrac{Cd}{\varepsilon_0}$

إذن:
$$A = \frac{(1.0\times10^{-6})(1.0\times10^{-3})}{8.85\times10^{-12}} \simeq 1.1\times10^{8}\ \mathrm{m}^2$$

هذه المساحة تساوي مثلاً مساحة صفيحة مربَّعة الشكل طول ضلعها تقريباً 10 000 m = 10 km!

هذا يعني، لتصنيع مكثفة بسعة 1F علينا أن نجعل كل لبوس فيها على شكل مربَّع طول ضلعه يساوي 10 km!! وطبعاً هذا أمر مستحيل، لذلك تُعد القيمة 1F قيمة كبيرة جدًّا لسعة مكثفة.

٥. المكثفة الأسطوانية



المكثفة الأسطوانية مكوَّنة من ناقلين أسطوانيَّيْن طويلين، كل منهما مشحون بكثافة خطية λ في واحدة الطول. نريد حساب سعة واحدة الطول من هذه المكثفة (أي سعة كل 1m من هذه المكثفة).

الكمون الكهربائي الناجم عن الناقل الداخلي، في أي نقطة بين الناقلين هو كمون شبيه بالكمون الكهربائي الناجم عن سلك لانهائي مشحون بكثافة خطية λ، وقد رأينا في الفصل ٥ أنَّ هذا الكمون يُعطى بالعلاقة:

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_0}{r}$$

حيث r_0 بُعد نقطة ما عن محور الناقل، نفترض فيها $V = 0$. سنختار هنا $r_0 = r_b$ بحيث $V_b = 0$.

الحقل الكهربائي الناجم عن الناقل الخارجي، في أي نقطة بين الناقلين معدوم (الناقل متوازن) لذا لن يتأثَّر الكمون الكهربائي الكلي بين الناقلين بالناقل الخارجي.

لدينا إذن:

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_b}{r_a} - 0$$

سعة المكثفة الأسطوانية هي:

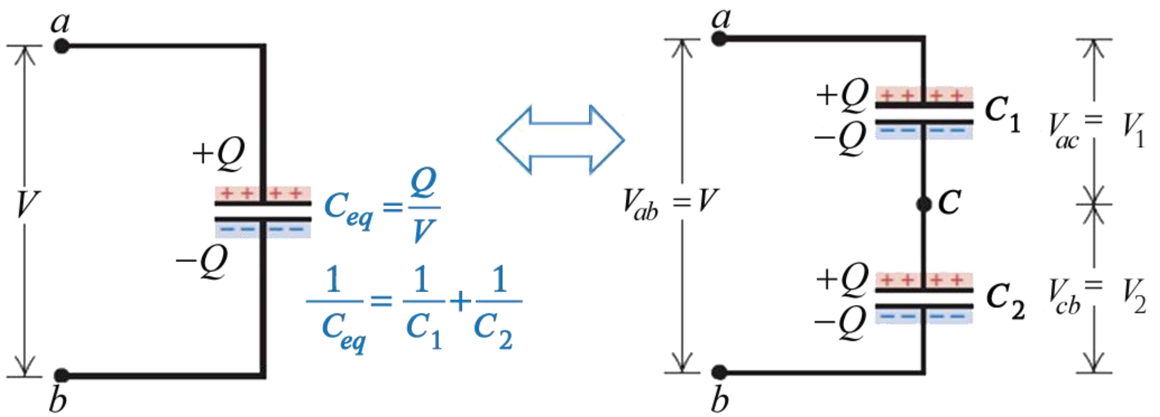
$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \frac{\lambda L}{\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{r_b}{r_a}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(r_b / r_a)}$$

سعة واحدة الطول من المكثفة الأسطوانية هي $\dfrac{C}{L} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(r_b / r_a)}$

تتعلّق سعة المكثفة هنا أيضاً بشكل المكثفة (نصفي قطريها الداخلي والخارجي)

مثال: سعة السلك المحوري المستعمل لوصل التلفاز مع مخرج الهوائي تساوي تقريباً 69 pF/m (٦٩ بيكوفاراد في واحدة الطول).

٦. وصل المكثفات على التسلسل



توصل المكثفتان على التسلسل بحيث يمر فيهما التيار نفسه

$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cb}$$

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \Leftrightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

تكافئ المكثفتان الموصولتان على التسلسل مكثفة واحدة تحقق سعتها العلاقة السابقة، ويكون لدينا:

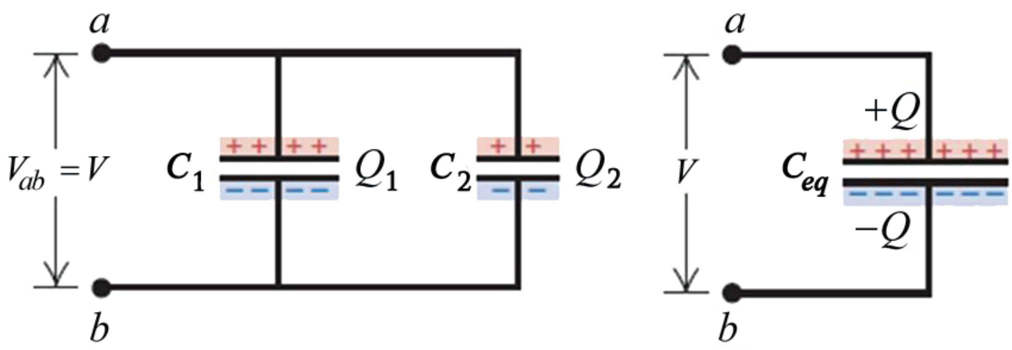
$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

بوجه عام، المكثفات الموصولة على التسلسل تكافئ مكثفة واحدة سعتها تحقق العلاقة الآتية:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots$$

في الوصل على التسلسل، سعة المكثفة المكافئة دوماً أصغر من سعة كل مكثفة من المكثفات الموصولة

٧. وصل المكثفات على التفرُّع



توصل المكثفتان على التفرع بحيث يكون فرقا الكمون بين طرفيهما متساويَيْن:

$$Q_2 = C_2 V_{ab} \text{ و } Q_1 = C_1 V_{ab} \Leftarrow V_{ab} = V_1 = V_2$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 \quad \Leftrightarrow \quad Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)V_{ab} = C_{\text{eq}} V_{ab}$$

تكافئ المكثفتان الموصولتان على التفرع مكثفةَ واحدة تحقق سعتها العلاقة السابقة. بوجه عام، المكثفات الموصولة على التفرع تكافئ مكثفة واحدة سعتها تحقق العلاقة الآتية:

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots$$

في الوصل على التفرع، تكون سعة المكثفة المكافئة دوماً أكبر من سعة كل مكثفة من المكثفات الموصولة.

٨. تمرين محلول: وصل مكثفتين على التسلسل أو على التفرع

لنفترض مكثفتين سعتاهما $C_1 = 6.0\,\mu\text{F}$ و $C_1 = 3.0\,\mu\text{F}$. احسب سعة المكثفة المكافئة وشحنة كل مكثفة وفرق الكمون بين طرفي كل مكثفة في حالة (أ) الوصل على التسلسل و(ب) الوصل على التفرع.

الحـــــل:

- في حالة الوصل على التسلسل نحصل على سعة المكثفة المكافئة من العلاقة الآتية:

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{6.0\,\mu\text{F}} + \frac{1}{3.0\,\mu\text{F}} \qquad \Leftarrow \qquad C_{\text{eq}} = 2.0\,\mu\text{F}$$

شحنة المكثفة ١ = شحنة المكثفة ٢ = شحنة المكثفة المكافئة لذا:

$$Q_1 = Q_2 = Q = C_{\text{eq}} V_{ab} = 2.0\mu\text{F} \times 18\,\text{V} = 36\,\mu\text{C}$$

فرق الكمون بين طرفي المكثفة ١ هو: $V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{36\,\mu\text{C}}{6.0\,\mu\text{F}} = 6.0\,\text{V}$

فرق الكمون بين طرفي المكثفة ٢ هو: $V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{36\,\mu\text{C}}{3.0\,\mu\text{F}} = 12.0\,\text{V}$

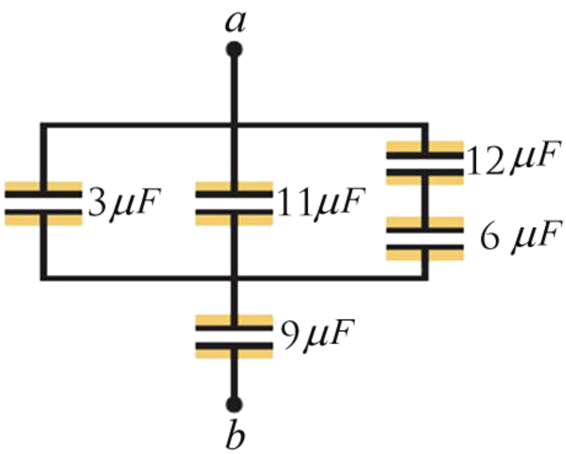
- في حالة الوصل على التفرع لدينا $C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 9.0\,\mu\text{F}$،

$$V_1 = V_2 = V = 18\,\text{V}$$

$Q_1 = C_1 V_1 = 108\,\mu\text{C}$ و $Q_2 = C_2 V_2 = 54\,\mu\text{C}$

لاحظ سعة المكثفة المكافئة في حالة الوصل على التسلسل أصغر من كل من C1 وC2، في حين سعة المكثفة في حالة الوصل على التفرع أكبر من كل من C1 وC2.

تمرين: احسب سعة المكثفة المكافئة بين a و b في الشكل الآتي

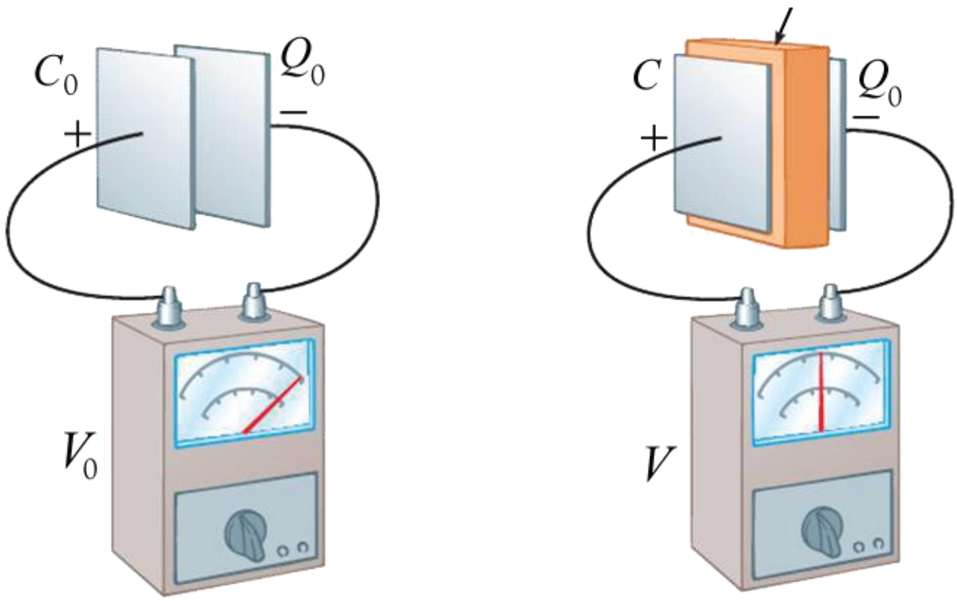


٩. الطاقة المُخْتَزنة في المكثفة

تختزن المكثفة طاقة كهربائية وتساوي هذه الطاقة العمل الواجب بذله لشحن المكثفة، نبرهن أن الطاقة الكهربائية المختزنة في مكثفة سعتها C وشحنتها Q هي:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C}$$

١٠. العوازل



(a) (b)

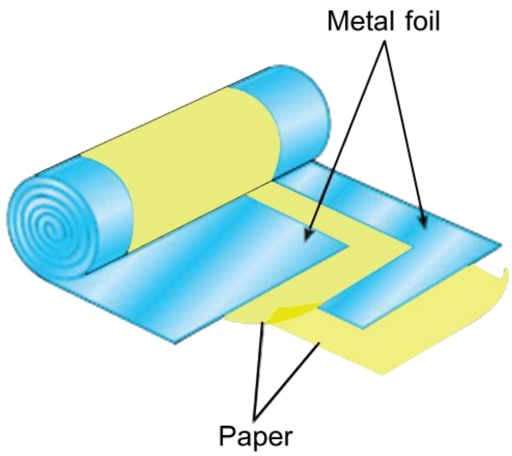
في هذه التجربة: مكثفة مستوية مشحونة سلفاً بشحنة Q_0، عندما نضع بين لبوسي هذه المكثفة مادة عازلة (بلاستيك مثلاً) ينخفض فرق الكمون بين طرفيها. ولكن $C = \frac{Q}{V}$ والشحنة Q_0 لا تتغيّر لدى وضع المادة العازلة، فهذا يعني أنَّ سعة المكثفة تزداد عندما نضع بين لبوسيها مادة عازلة غير الهواء.

$C = kC_0$ يدعى k ثابت العزل، وهو يختلف من عازل لآخر كما هو مبين في الجدول، ولذا فإنَّ سعة المكثفة المستوية عندما نضع مادة عزلة بين لبوسيها هي:

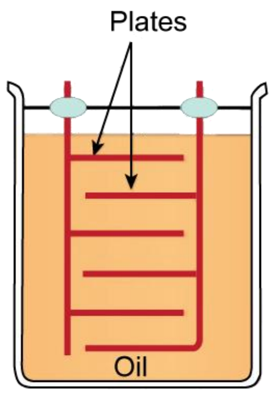
$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Material	Dielectric Constant κ
Vacuum	1.000 00
Air	1.000 59
Bakelite®	4.9
Fused quartz	3.78
Pyrex® glass	5.6
Polystyrene	2.56
Teflon®	2.1
Neoprene rubber	6.7
Nylon	3.4
Paper	3.7
Strontium titanate	233
Water	80
Silicone oil	2.5

١١. أمثلة عن بعض المكثفات



(a)



(b)


مكثفة ذات سعة متغيرة


مكثفات تستعمل في الدارات الكهربائية

12. تمارين الفصل ٦

التمرين ١:

المكثفة في الحالة العامَّة هي:

A. عنصر مكوَّن من صفيحتين مستويتين متوازيتين

B. عنصر مكوَّن من سطحين ناقلين يفصل بينهما الهواء

C. عنصر مكوَّن من سطحين ناقلين يفصل بينهما مادة ناقلة

D. عنصر مكوَّن من سطحين ناقلين يفصل بينهما مادة عازلة

E. عنصر مكّوَّن من ناقل معدني

التمرين ٢:

تقاس سعة المكثفة بواحدة تدعى الفاراد F، وإنَّ مكثَّفة سعتها 1F هي:

A. مكثفة صغيرة جداً (بحجم الإصبع!)

B. مكثفة بحجم رأس الدبوس

C. مكثفة ضخمة جدَّاً جدَّاً (بحجم الأرض!)

D. مكثفة يكون العازل فيها النحاس

E. مكثفة بحجم برميل

التمرين ٣:

العلاقة بين سعة المكثفة C وفرق الكمون بين طرفيها V وشحنتها Q هي:

A. $C=QV$

B. $Q=CV$

C. $V=QC$

D. $Q=1/2CV^2$

E. $C=1/2QV^2$

التمرين ٤:

A. يمكن زيادة سعة المكثفة الأسطوانية كما يلي:

B. بزيادة نصف قطر اللبوس الخارجي

C. بتخفيض نصف قطر اللبوس الداخلي

D. باستعمال عازل ذو ثابت عزل صغير

E. باستعمال عازل ذو ثابت عزل كبير

F. باستعمال الهواء كعازل بين لبوسيها

التمرين ٥:

عندما نُضاعف فرق الكمون بين لبوسي مكثفة فإنَّ شحنة المكثفة:

A. تتضاعف

B. تنخفض إلى النصف

C. لا تتغيَّر

D. تتضاعف إذا كانت سالبة في البداية وتنخفض إلى النصف إذا كانت موجبة

E. تتضاعف إذا كانت موجبة في البداية وتنخفض إلى النصف إذا كانت سالبة

التمرين ٦:

A. عندما نُضاعف فرق الكمون بين لبوسي مكثفة فإنَّ سعة المكثفة:

B. تتضاعف

C. تنخفض إلى النصف

D. لا تتغيَّر

E. تتضاعف إذا كان الكمون سالباً وتنخفض إلى النصف إذا كان موجباً

F. تتضاعف إذا كان الكمون موجباً وتنخفض إلى النصف إذا كان سالباً

التمرين ٧:

شحنة المكثفة:

A. تتناسب طرداً مع فرق الكمون بين لبوسيها

B. تتناسب عكساً مع فرق الكمون بين لبوسيها

C. لا تتعلَّق بفرق الكمون بين لبوسيها

D. تزداد مع انخفاض الكمون بين لبوسيها

E. تتناقص مع زيادة فرق الكمون بين لبوسيها

التمرين ٨:

عندما نصل مكثِّفتين على التفرع، نحصل على مكثفة مكافئة سعتها:

A. أكبر من (أو تساوي) سعة المكثفة الأكبر سعةً

B. أصغر من (أو تساوي) سعة المكثفة الأصغر سعةً

C. تساوي نصف مجموع سعتي المكثفتين

D. تساوي مجموع سعتي المكثفتين

E. مقلوبها يساوي مجموع مقلوبي سعتي المكثفتين

التمرين ٩:

عندما نصل مكثِّفتين على التسلسل، نحصل على مكثفة مكافئة سعتها:

A. أكبر من (أو تساوي) سعة المكثفة الأكبر سعةً

B. أصغر من (أو تساوي) سعة المكثفة الأصغر سعةً

C. تساوي نصف مجموع سعتي المكثفتين

D. تساوي مجموع سعتي المكثفتين

E. تساوي الفرق بين سعتي المكثفتين

تمارين الفصل	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال خطأ
التمرين ١	(D)	راجع الشريحة ١
التمرين ٢	(C)	راجع الشريحة ٤
التمرين ٣	(B)	راجع الشريحة ٢
التمرين ٤	(D)	راجع الشريحة ٥
التمرين ٥	(A)	راجع الشريحة ٥
التمرين ٦	(C)	راجع الشريحة ٢
التمرين ٧	(A)	راجع الشريحة ٣
التمرين ٨	(D)	راجع الشريحتين ٧ و٨
التمرين ٩	(B)	راجع الشريحتين ٦ و٨

الفصل السابع:
الحقل المغناطيسي

الكلمات المفتاحية:

القوى المغنطيسية، تجربة أورشتيد، الحقل المغنطيسي، خط الحقل المغنطيسي، قانون بيو – سافار، سلك لانهائي، حلقة

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بالحقل المغنطيسي وبخطوطه، وبتأثيره في شحنة متحرِّكة أو في سلك، بالإضافة إلى قانون بيو – سافار وتطبيقه.

يهدف هذا الفصل إلى التعرف على الحقل المغنطيسي وخطوطه وقانون بيو – سافار وتطبيقه في بعض الحالات البسيطة.

أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- القوى المغنطيسية
- خطوط الحقل المغنطيسي
- الحقل المغنطيسي
- قانون بيو – سافار وتطبيقه في بعض الحالات البسيطة

المخطط:

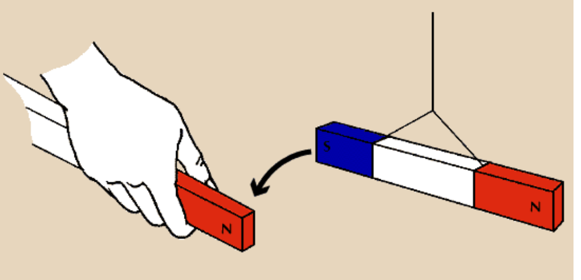
1. مقدمة عن الحقل المغنطيسي
2. القوى المغنطيسية
3. تجربة أورشتيد
4. الحقل المغنطيسي وخطوط الحقل المغنطيسي
5. تأثير الحقل المغنطيسي في شحنة متحرِّكة
6. تأثير الحقل المغنطيسي في سلك يمر فيه تيار
7. الحقل المغنطيسي الناجم عن شحنة متحرِّكة
8. الحقل المغنطيسي الناجم عن سلك يمر فيه تيار قانون بيو – سافار Biot – Savart Law
9. الحقل المغنطيسي الناجم عن سلك مستقيم محدود
10. تمرين: الحقل المغنطيسي الناجم عن سلكين طويلين
11. الحقل المغنطيسي الناجم عن حلقة
12. تمرين محلول: الحقل المغنطيسي الناجم عن حلقتين
13. تمارين الفصل 7

1. مقدمة عن الحقل المغنطيسي

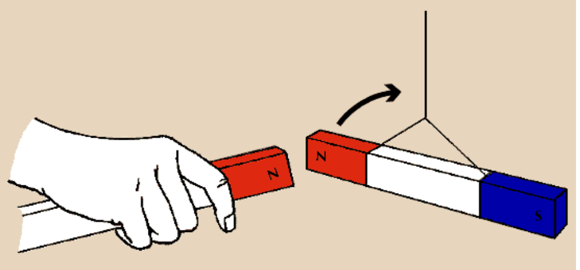
اكتُشفت ظواهر المغناطيسية في أحجار تُدعى اليوم المغانط الدائمة، البوصلة تطبيق مهم، وهي مغنطيس حرٌّ الحركة. تتوجَّه البوصلة بحيث يكون أحد قطبيها بجهة الشمال الجغرافي، فيدعى ذاك القطبُ القطبَ الشمالي N، ويُدعى القطب الآخرالقطبَ الجنوبي S.

لكل مغنطيس قطبين أحدهما شمالي N والآخر جنوبي S.

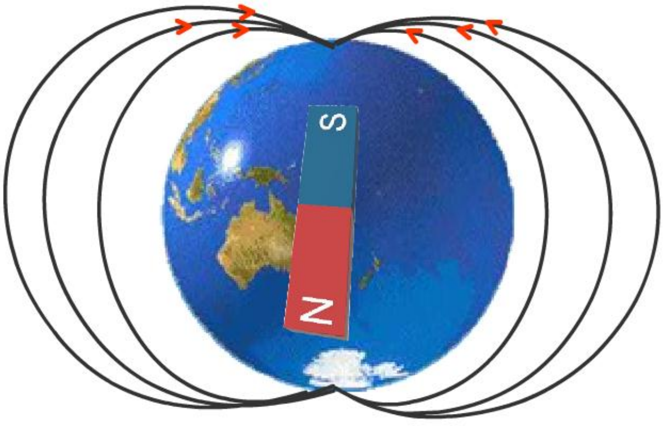
2. القوى المغنطيسية



الأقطاب المتعاكسة تتجاذب



الأقطاب المتماثلة تتنافر



تتوجه البوصلة بحسب الحقل المغنطيسي الأرضي.

-
- الأقطاب المتعاكسة يجذب بعضها بعضا (تتجاذب)
- الأقطاب المتعاكسة يدفع بعضها بعضاً (تتنافر)
- يوجد قوة مغنطيسية بين المغنطيسَيْن
- كل مغنطيس يولِّد حولَه حقلاً مغنطيسيًّا بصرف النظر عن المغنطيس الآخر
- بوجه خاص، تتوجَّه البوصلة بتأثير الحقل المغنطيسي الأرضي

الشرح

نفسِّر القوى المتبادلة بين مغنطيسَيْن، بإدخال مفهوم الحقل المغنطيسي، وذلك بطريقة شبيهة في إدخال مفهوم الحقل الكهربائي لتفسير القوى الكهربائية بين شحنتين.

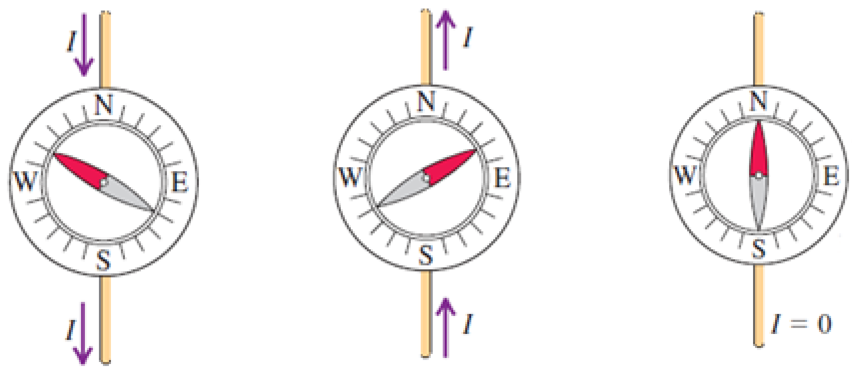
لقد عرفنا سلفاً أنَّ كل شحنة كهربائيَّة تولِّد حقلاً كهربائيًّا في محيطها، ثمَّ تتأثر أي شحنة أخرى، مثل q_0، بذاك الحقل الكهربائي بقوَّة تساوي $\vec{F} = q_0\vec{E}$.

كذلك فإنَّ كل مغنطيس سيولِّد في محيطه حقلاً مغنطيسيًّا، نرمز له $\vec{B}$ ، وهذا الحقل المغنطيسي هو الذي يؤثر في أي مغنطيس آخر يوضع في جوار المغنطيسي السابق، وسيؤثِّر هذا الحقل المغنطيسي أيضاً في أي شحنة كهربائية متحرِّكة تمرُّ في جوار المغنطيس أيضاً كما سنرى في فقرة لاحقة.

فمثلاً، نفسِّر توجُّه البوصلة على الأرض، بأنَّ الأرضَ تولِّد حقلاً مغنطيسيًّا، ويؤثِّر الحقل المغنطيسي الأرضي بالبوصلة فيوجِّها بحيث تكون البوصلة منطبقة على خط من خطوط الحقل المغنطيسي الأرضي (سنشرح خطوط الحقل المغنطيسي لاحقاً).

وكذلك، عندما نقرِّب مغنطيسيًّا من قطع حديد (مسامير مثلاً كما في الشكل) فإنَّ تلك القطع تنجذب نحو المغنطيس بتأثير حقله المغنطيسي.

3. تجربة أورشتيد



- عندما يمر تيار كهربائي في سلك في جوار بوصلة، ستنحرف البوصلة
- ينعكس اتجاه انحراف البوصلة عندما تُعكَسُ جهة التيار الكهربائي المارّ في السلك
- النتيجة: يولِّد التيار الكهربائي (والشحنات الكهربائية المتحركة) حقلاً مغنطيسيًّا

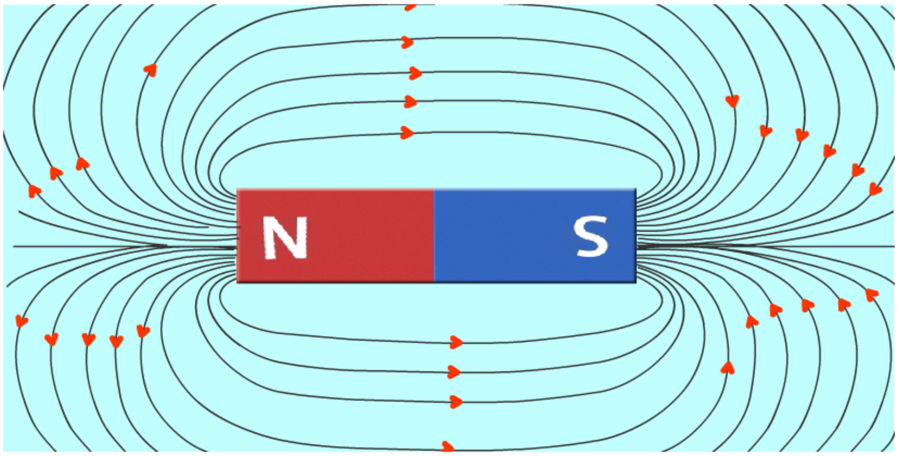
الشرح

في هذه التجربة، تنحرف البوصلة عندما يمر تيار كهربائي في السلك، ولمَّا كانت البوصلة تنحرف بتأثير حقل مغنطيسي فقط، فهذا يعني أنَّ التيَّارَ الكهربائي يولِّد حقلاً مغنطيسيًّا في محيطه، فيؤثِّر ذاك الحقل في البوصلة ويحرفها.

ولأنَّ التيارَ الكهربائي ينجم عن شحنات كهربائية متحرِّكة (هي الإلكترونات الحرَّة في السلك الناقل هنا) فإنَّ هذا يقودنا إلى النتيجة المهمَّة الآتية: تولّد الشحنات الكهربائية المتحرِّكة حقلاً مغنطيسيًّا.

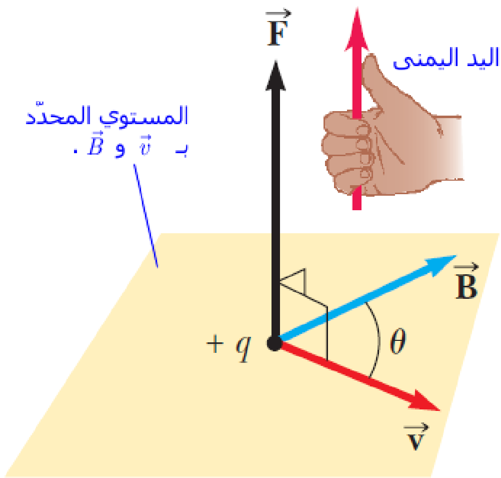
في حين عندما نضع في جوار البوصلة سلكاً ساكناً مشحوناً كهربائيًّا (ولا يمر فيه تيار) فإنَّ البوصلة لا تنحرف.

4. الحقل المغنطيسي وخطوط الحقل المغنطيسي



- الحقل المغنطيسي هو مقدار شعاعي يولِّده مغنطيس أو شحنة متحرِّكة، جهته من القطب الجنوبي إلى القطب الشمالي للبوصلة.
- ينجم الحقل المغنطيسي عن المغنطيس، وعن أي سلك يمر فيه تيار كهربائي، وكذلك عن أي شحنة كهربائية متحرِّكة.
- المغنطيس هو مادَّة أو خليطة من المواد (مثل الحديد Fe أو الكوبالت Co أو السماريوم Sm، أو أكسيد الحديد المغنطيسي Fe_3O_4 . . .) تكتسب الميزة المغنطيسية عندما نُخضِعها لحقل مغنطيسي خارجي (ناجم عن تيار كهربائي مثلاً) ثم نعدم ذاك الحقل.
- يمكن أن نحدِّد جهة الحقل المغنطيس في أي نقطة بوضع بوصلة في تلك النقطة، فتتوجه البوصلة باتجاه محدَّد، وتكون جهة الحقل المغنطيسي في تلك النقطة من القطب الجنوبي S للبوصلة إلى القطب الشمالي N.
- خط الحقل المغنطيسي: هو منحنىً يكون الحقل المغنطيسي مماسًّا له في كل نقطة منه، كما في الشكل. ويمكن أن نُظهر شكل هذه الخطوط تجريبيًّا بنثر مسحوق من الحديد في جوار المغنطيس كما في الشكل.
- يتَّجه الحقل المغنطيسي بوجه عام، كما في الشكل، من القطب الشمالي N للمغنطيس إلى قطبِه الجنوبي S.

5. تأثير الحقل المغنطيسي في شحنة متحرِّكة

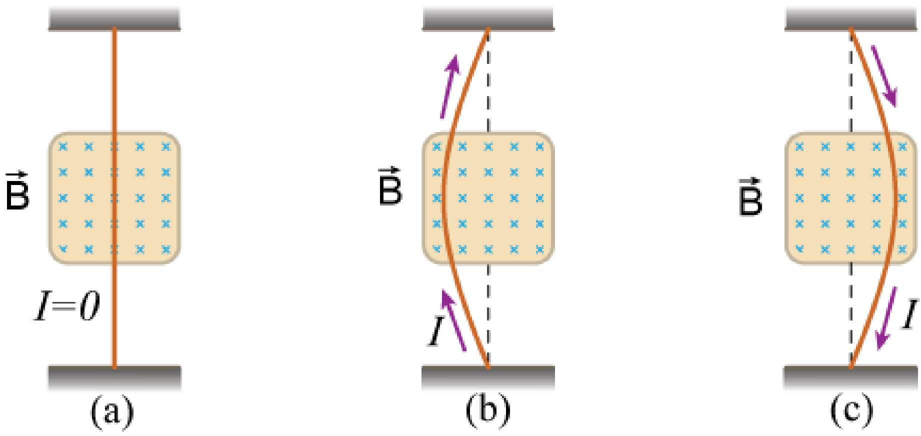


- شدَّة القوة تساوي $F = |q|\, vB\sin\theta$
- حامل القوَّة: عمودي على المستوي المحدَّد بالسرعة $\vec{v}$ وبالحقل $\vec{B}$
- هذه القوَّة تساوي الجداء الشعاعي للشعاعين $q\vec{v}$ و $\vec{B}$: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$
- تنعدم هذه القوَّة عندما يكون $\vec{v}$ يوازي $\vec{B}$، أو عندما تكون الشحنة ساكنة $(v = 0)$
- نستنتج أنَّ شدَّة الحقل المغنطيسي هي: $B = \dfrac{F}{|q|\, v\sin\theta}$
- يقدَّر الحقل المغنطيسي في الجملة الدولية بوحدة قياس تدعى التسلا (رمزها T) ونلاحظ أنَّ:

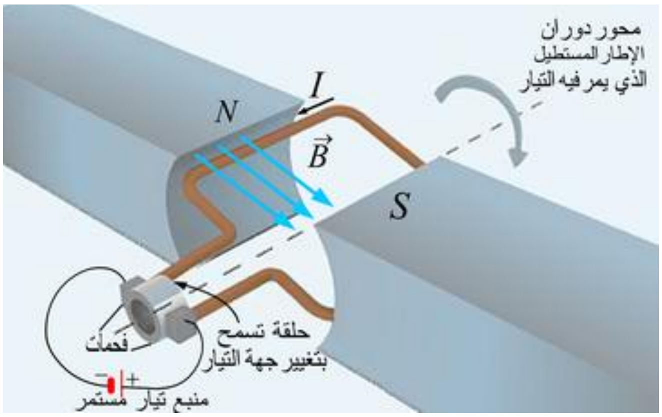
$$1\,\mathrm{T} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C.m.s^{-1}}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A.m}}$$

- جهة القوَّة: حسب قاعدة اليد اليمنى (ندوِّر الأصابع من $\vec{v}$ نحو $\vec{B}$ فتشير الإبهام إلى جهة القوة)

6. تأثير الحقل المغنطيسي في سلك يمر فيه تيار

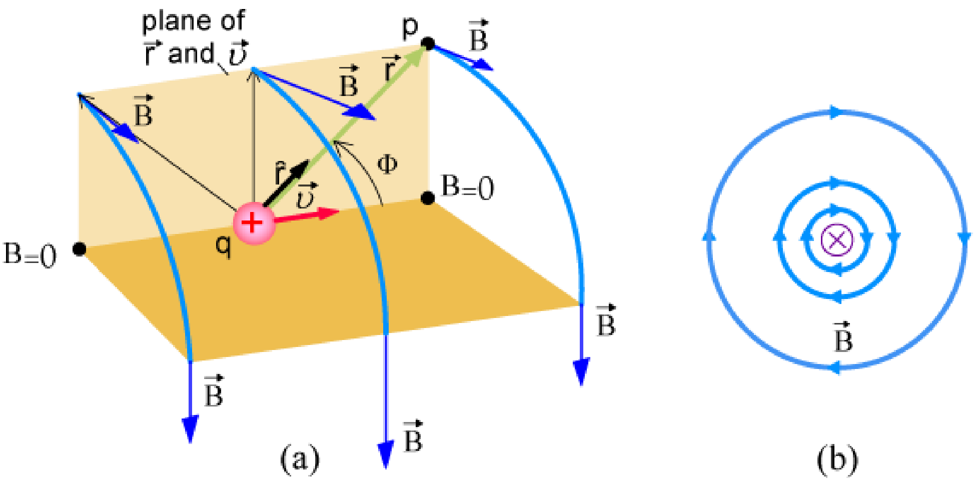


- يتأثَّر كل جزء صغير $\mathrm{d}\vec{\ell}$ من السلك، موجود في الحقل المغنطيسي $\vec{B}$، بقوَّة تساوي
- $\mathrm{d}\vec{F} = I\,\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$
- نحدِّد جهة هذه القوَّة حسب قاعدة اليد اليمنى، (حيث $\mathrm{d}\vec{\ell}$ بجهة التيار)
- تنعكس جهة القوَّة عندما تُعكس جهة الحقل أو عندما تُعكَس جهة الحقل المغنطيسي
- لهذه القوَّة تطبيق مهم في المحرِّكات الكهربائية:
-



-

7. الحقل المغنطيسي الناجم عن شحنة متحرِّكة



- تولِّد الشحنة q المتحرِّكة بالسرعة $\vec{v}$ حولَها الحقل المغنطيسي $\vec{B}$:
- $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{q\vec{v} \times \vec{u}}{r^2}$
- هذا الحقل معدوم في أي نقطة تقع على حامل شعاع السرعة
- في النقاط الأخرى: $\vec{B}$ عمودي على المستوي المحدَّد بالشعاعين $\vec{r}$ (أو $\vec{u}$) و $\vec{v}$

الشرح:

ندرس هنا حالة شحنة نقطية q تتحرَّك في الفضاء بسرعة $\vec{v}$.

تولِّد هذه الشحنة المتحرِّكة في كل نقطة من الفضاء (مثل P) حقلاً مغنطيسيًّا $\vec{B}$ يُعطى بالعلاقة الآتية:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{u}}{r^2}$$

في هذه العلاقة: $\vec{v}$ شعاع سرعة الشحنة المتحرِّكة التي تولِّد الحقل، و $\vec{u}$ شعاع واحدي (طوله 1 وليس له واحدة قياس) متجه من الشحنة النقطية نحو P، و $\vec{r}$ شعاع الموضع وهو الشعاع الواصل

من الشحنة النقطية المتحرِّكة q نحو النقطة P. أمَّا μ_0 فهو مقدار فيزيائي ثابت، يُدعى نفوذية الخلاء، وقيمته في جملة الوحدات الدولية هي:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$$

حيث يُقدَّر μ_0 في الجملة الدولية بـ هنري / متر أي $\mathrm{H/m}$.

في النقطة P، الحقل المغنطيسي $\vec{B}$ الذي تولدِّه الشحنة المتحرِّكة عموديٌّ على المستوي المحدَّد بالشعاعين: شعاع السرعة $\vec{v}$ وشعاع الموضع $\vec{r}$ (الشعاع الموجه من الشحنة النقطية المتحرِّكة نحو P).

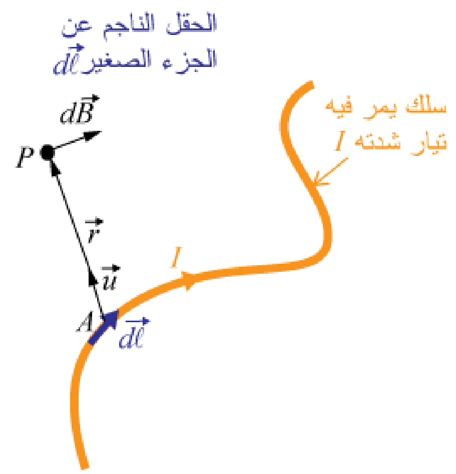
تُحدَّد جهة هذا الحقل المغنطيسي بحسب قاعدة اليد اليُمنى كما يلي: نوجِّه الإبهام بجهة شعاع السرعة (إذا كانت $q > 0$ وبعكس جهة شعاع السرعة إذا كانت $q < 0$)، ونوجِّه باقي أصابع اليد اليمنى نحو النقطة P، فتكون جهة دوران الأصابع هي جهة الحقل المغنطيسي في P.

تتناسب شدَّة هذا الحقل المغنطيسي عكساً مع مربَّع البعد عن الشحنة المتحرِّكة.

ملاحظة 1: لهذا الحقل أهمية بالغة عندما تُدرس الأمواج الكهرطيسية الناجمة عن باعث (أنتين).

ملاحظة 2: تحقِّق نفوذية الخلاء μ_0 وسماحية الخلاء ε_0 العلاقة الآتية $c^2 = \dfrac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$ حيث c سرعة الضوء في الخلاء. وهذه العلاقة مفيدة في مقرَّرات أخرى، خاصة عندما تُدرَس الأمواج الكهرطيسية وانتشارها في الخلاء.

8. الحقل المغنطيسي الناجم عن سلك يمر فيه تيار قانون بيو – سافار Biot – Savart Law

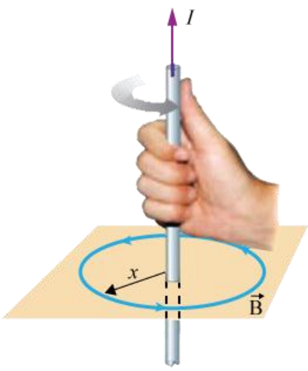


ينشأ التيار الكهربائي عن شحنات متحرِّكة (الإلكترونات الحرَّة في السلك الناقل) لذا يولِّد السلك في النقطة P حقلاً مغنطيسيًّا $\vec{B}$ وهو يُعطى بالعلاقة الآتية (قانون بيو – سافار):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{(C)} \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{u}}{r^2}$$

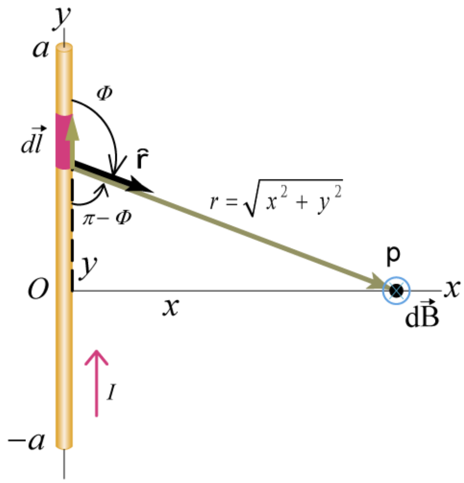
نستفيد من هذا القانون في إيجاد الحقل المغنطيسي الناجم عن أشكال مختلفة للسلك الناقل (سلك لانهائي، حلقة، وشيعة ...إلخ)

9. الحقل المغنطيسي الناجم عن سلك مستقيم محدود



(a)


(b)



- يمرُّ في هذه القطعة المحدودة تيار شدَّته I
- نريد حساب الحقل المغنطيسي في نقطة ما P من محور القطعة
- نطبِّق قانون بيو – سافار فنجد أنَّ $\mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\vec{\ell}\times\vec{u}}{r^2}$
- نلاحظ أنَّ الجداء الشعاعي $\mathrm{d}\vec{\ell}\times\vec{u}$ عمودي على الشكل ويتجه نحو الداخل، وقيمته تساوي

$$\mathrm{d}y\sin\phi = \mathrm{d}y\sin(\pi-\phi) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

- لذلك نستنتج أنَّ: $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\displaystyle\int_{-a}^{+a}\frac{x\,\mathrm{d}y}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}$ أي $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{2a}{\sqrt{x^2+a^2}}$
- وفي حالة مستقيم لانهائي $(a\to+\infty)$ نجد: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$

الشرح

ندرس هنا حالة قطعة مستقيمة (سلك مستقيم محدود)، طولها $2a$ ويمر فيها تيار I، وهي محصورة بين نقطتين من المحور Oy ترتيبيهما $y=-a$ و $y=+a$. ونريد حساب الحقل في نقطة P من محور تلك القطعة (المحور Ox) فاصلتها x كما في الشكل.

ننظر في البداية إلى جزء صغير $\mathrm{d}\vec{\ell}$ من هذه القطعة، موجَّه بجهة التيار، فيولِّد هذا الجزء في P الحقل المغنطيسي الصغير $\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{\ell}\times\vec{u}}{r^2}$ (حسب قانون بيو – سافار).

ونلاحظ على الشكل أنَّ الجداء الشعاعي $\mathrm{d}\vec{\ell}\times\vec{u}$ عمودي على الشكل ويتجه نحو الداخل (حسب قاعدة اليد اليمنى: امدُد الإبهام بجهة $\mathrm{d}\vec{\ell}$ والسبابة بجهة $\vec{u}$ فتشير الوسطى إلى جهة الجداء الشعاعي)، وقيمته تساوي:

$$\mathrm{d}y\sin\phi=\mathrm{d}y\sin(\pi-\phi)=\frac{x\mathrm{d}y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

نستنتج من ذلك أنَّ $\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{x\mathrm{d}y}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}$

ومن ثَمَّ نستنتج الحقل المغنطيسي الكلي، الناجم عن كل القطعة، بجمع تلك الحقول الصغيرة الناجمة عن كل الأجزاء الصغيرة $\mathrm{d}\vec{\ell}$ من القطعة، وذلك بإجراء تكامل نغيِّر فيه y من $-a$ إلى $+a$ كما يلي:

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{y=-a}^{y=+a}\frac{x\mathrm{d}y}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}=\frac{\mu_0 I x}{4\pi}\left[\frac{y}{x^2\sqrt{x^2+y^2}}\right]_{y=-a}^{y=+a}$$
$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2a}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

حيث استعملنا هنا التكامل الآتي $\int\frac{\mathrm{d}y}{(x^2+y^2)^{3/2}}=\frac{y}{x^2\sqrt{x^2+y^2}}$.

إذن، الحقل الناجم عن قطعة مستقيمة، في نقطة ما من محورُها تبعد عنها مسافة x:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{a}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

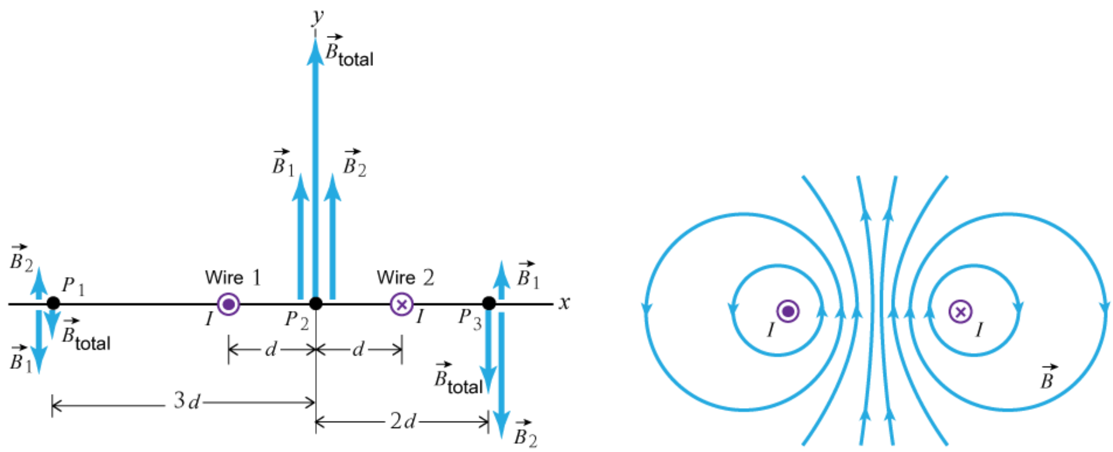
ونحدِّد جهته عمليًّا بتطبيق قاعدة اليد اليمنى (امدُد أصابع اليد اليمنى بجهة P واجعل التيار بجهة الإبهام فيشير باطن اليد اليمنى إلى جهة الحقل المغنطيسي). وبوجه خاص، عندما تكون القطعة المستقيمة طويلة جدًّا (أي عندما a تسعى إلى $+\infty$) نجد:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

تشبه هذه المسألة (أي حالة مستقيم لانهائي يمر فيه تيار) مسألةً سابقةً رأيناها لدى دراسة الحقل الكهربائي الناجم عن مستقيم لانهائي مشحون. ففي كلتا الحالتين نجد أنَّ الحقل (المغنطيسي أو الكهربائي) يتناسب عكساً مع البعد عن المستقيم، وفي كلتا الحالتين حصلنا على التكامل نفسه.

لكنْ في حالة المستقيم المشحون كهربائيًّا كانت خطوط الحقل الكهربائي مستقيمات عموديَّة على المستقيم المشحون، في حين خطوط الحقل المغنطيسي في حالة مستقيم لانهائي يمر فيه تيار كهربائي هي دوائر موجودة في مستويات عمودية على المستقيم المولِّد للحقل ومراكزها تقع على ذاك المستقيم كما في الشكل (a). ويمكن أن نُظهر خطوط الحقل المغنطيسي باستعمال مسحوق حديد ونثره كما في الشكل (b).

10. تمرين: الحقل المغنطيسي الناجم عن سلكين طويلين



(a) (b)

لنفترض سلكين مستقيمين طويلين (لانهائيَّين) عموديَّين على المستوي xy، يمر فيهما تيار شدَّته I بجهتين متعاكستين كما في الشكل.

1. أوجد صيغة الحقل المغنطيسي الكلي الناجم عن المستقيمين وذلك في النقاط P_1 و P_2 و P_3.

2. أوجد صيغة الحقل المغنطيسي الكلي الناجم عن المستقيمين في نقطة ما على يمين السلك الثاني وتبعد عن P_2 مسافةً x.

الحل:

1. نستعمل علاقة الحقل الناجم عن سلك مستقيم لانهائي $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$ ونحدِّد جهة الحقل الناجم عن كل سلك بتطبيق قاعدة اليد اليمنى، فتكون الحقول كما هي مبيَّنة في الشكل. الحقل المغنطيسي الكلي في كل نقطة هو مجموع حقلين $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ فنجد أنَّ:

$$\vec{B}(P_1) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi(2d)}\vec{j} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(4d)}\vec{j} = -\frac{\mu_0 I}{8\pi d}\vec{j}$$

$$\vec{B}(P_2) = +\frac{\mu_0 I}{2\pi(d)}\vec{j} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d)}\vec{j} = +\frac{\mu_0 I}{\pi d}\vec{j}$$

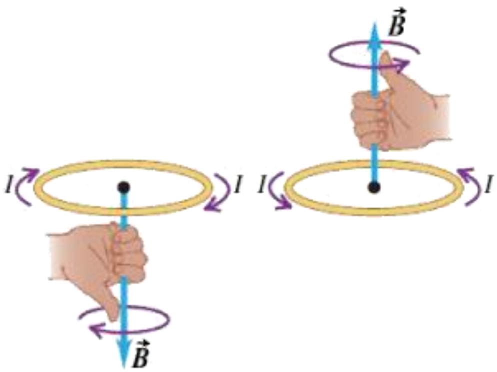
$$\vec{B}(P_3) = +\frac{\mu_0 I}{2\pi(3d)}\vec{j} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(d)}\vec{j} = -\frac{\mu_0 I}{3\pi d}\vec{j}$$

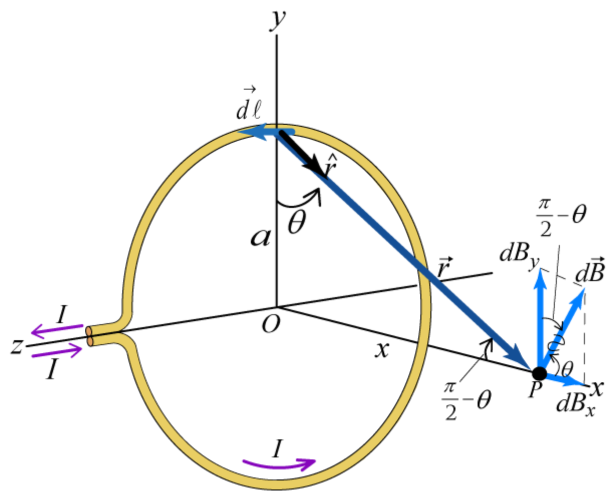
2. بنفس الطريقة نجد (بعد النقطة عن المستقيم 1 هي x+d وعن المستقيم 2 هي x−d):

$$\vec{B}(\mathrm{P})=+\frac{\mu_0 I}{2\pi(x+d)}\vec{j}-\frac{\mu_0 I}{2\pi(x-d)}\vec{j}=-\frac{\mu_0 Id}{\pi(x^2-d^2)}\vec{j}$$

ملاحظة: نجد بوجه خاص في إجابة الطلب الثاني، أنَّه في حالة النقاط البعيدة جدًّا عن السلك (أي $x \gg d$) يمكن أن نهمل d^2 مقارنة بـ x^2 في المقام، ونستنتج أنَّ $B \simeq \frac{\mu_0 Id}{\pi x^2}$. هذا يعني أنَّ الحقل المغنطيسي بعيداً عن السلكين يسعى نحو الصفر بسرعة (بشكل متناسب عكساً مع x^2). نستفيد من هذه الميزة في بعض نظم الاتصالات والشبكات الحاسوبية، بأن نجعل الوصلة مكوَّنة من سلكين (حامل للتيار الذاهب وحامل للتيار الراجع) قريبَين بعضهما من بعض أو نلفُّ أحدهما حول الآخر كما في الشكل، وذلك كي نجعل الحقل المغنطيسي الناجم عنهما معدوماً خارج الوصلة، فلا يشوش على الشبكات الأخرى ولا يؤثر على الأسلاك الأخرى حوله.

11. الحقل المغنطيسي الناجم عن حلقة





الحلقة موجودة في المستوي الشاقولي Oxz، ويمر فيها تيار شدَّتُه I، ونصف قطرها a، نريد حساب الحقل المغنطيسي في نقطة ما P P من المحور Ox (محور الحلقة)، نطبّق قانون بيو – سافار فنجد أنَّ

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{\ell}\times\vec{u}}{r^2}$$

نلاحظ في هذه الحالة أنَّ الشعاعين $\mathrm{d}\vec{\ell}$ و $\vec{u}$ متعامدَيْن، ومن ثَمَّ قيمة الجداء الشعاعي $\mathrm{d}\vec{\ell}\times\vec{u}$ هي $\mathrm{d}\ell$، ويكون الحقل الصغير $\mathrm{d}\vec{B}$ واقعاً في المستوي Oxy بحيث:

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\ell}{x^2+a^2}$$

ونلاحظ أنَّ لـ $\mathrm{d}\vec{B}$ مركّبتان هما:

$$\mathrm{d}B_x = \mathrm{d}B\cos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\ell}{x^2+a^2}\frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$\mathrm{d}B_y = \mathrm{d}B\sin\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\ell}{x^2+a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

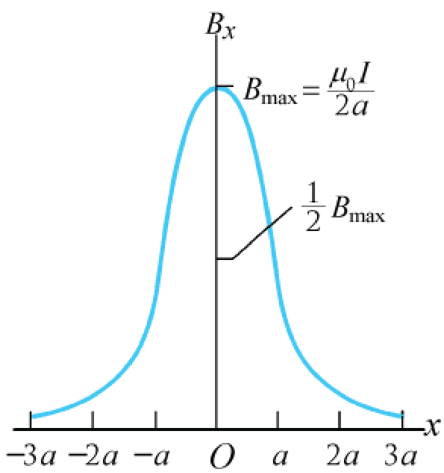
الحقل المغنطيسي الكلي في P سيكون محمولاً على محور الحلقة Ox، حيث كل جزأين صغيرين متناظرين من الحلقة يولِّدان حقلين لهما مركبتين متعاكستين على Oy ومن ثمَّ فإنَّ تكامل $\mathrm{d}B_y$ سيكون معدوماً.نستنتج إذن أن: الحقل المغنطيسي في نقطة من محور حلقة وهو يوازي محور الحلقة

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}\vec{i}$$

الشرح

يجب أن نؤكِّد هنا أنَّ كلَّ جزأين متناظرين من الحلقة يولِّدان في P حقلين متساويين شدَّة ولهما مركِّبتان متعاكستان على Oy، لذا تكون مركِّبة الحقل الكلي على Oy معدومة $B_y = 0$. في حين مركِّبتا الحقلين الصغيرين على Ox سيكون لهما الجهة نفسها، لذا فإنَّ مركِّبة الحقل على Ox ليست معدومة، ويكون لدينا:

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{(C)} \frac{a\,\mathrm{d}\ell}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}\int_{(C)} \mathrm{d}\ell$$



يجري التكامل هنا على الحلقة (C)، وهذا يعني أنَّنا نأخذ بالحسبان كل الأجزاء الصغيرة $\mathrm{d}\vec{\ell}$ من الحلقة.ونلاحظ إذا أخذنا أي جزء من الحلقة، فإنَّ x تظل نفسها، ولذلك نستطيع أن نخرج الحد

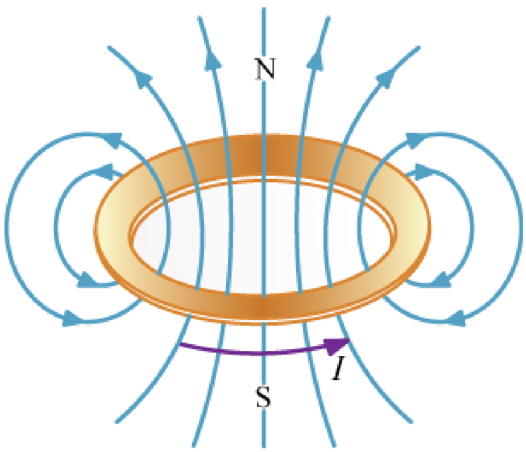
$\frac{a}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}}$ خارجَ التكامل. ويبقى حساب تكامل $d\ell$ على الحلقة $\int_{(C)} d\ell$، وهذا التكامل طبعاً يساوي محيط الحلقة $\int_{(C)} d\ell = 2\pi a$، لذا يكون لدينا:

$$B_x = \frac{\mu_0 I a}{4\pi\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} \times 2\pi a = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left(x^2+a^2\right)^{3/2}}$$

لنلاحظ أنَّ أكبر قيمة ممكنة لهذا الحقل هي عندما تنطبق P على مركز الحلقة O. أي عندما $x=0$، ويكون لدينا في مركز الحلقة:

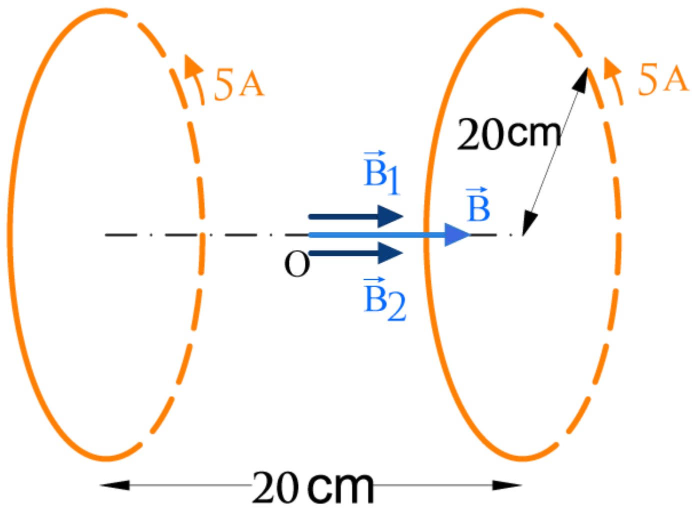
$$B_{\max} = B(0) = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

ويمثِّل الشكل المجاور الحقل المغنطيسي بدلالة البعد عن مركز الحلقة.وفي الحالة العامة تكون خطوط الحقل المغنطيسي الناجم عن حلقة يمر فيها تيار كما هو مبيَّن في الشكل أدناه. تخرج خطوط الحقل من القطب الشمالي N وتعود لعبر الحلقة من القطب الجنوبي S. وبوجه خاص، محور الحلقة هو خط



من خطوط الحقل المغنطيسي، وجهة الحقل المغنطيسي هي نفسها في النقاط الواقعة على محور الحلقة.

12. تمرين محلول: الحقل المغنطيسي الناجم عن حلقتين



احسب شدَّة الحقل المغنطيسي في O.

الحل:

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

لدينا هنا $x = 0.10\,\mathrm{m}$ ،$a = 0.20\,\mathrm{m}$ ،$I = 5\mathrm{A}$ ،$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$، لذا:

$$B_1 = B_2 = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5 \times 0.20^2}{2(0.10^2 + 0.20^2)^{3/2}} = 1.1 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

$$B = B_1 + B_2 = 2.2 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

هذا الحقل من رتبة الحقل المغنطيسي الأرضي، لذا فهو حقل ضعيف نسبيًّا، ونلاحظ أنَّنا لو أردنا الحصول على حقل أكبر منه بـ 100 مرَّة مثلاً لوجب أن نمرر تياراً يساوي 500 A!! أو أن نستعمل عوضاً عن كل حلقة 250 حلقة متراصَّة بحيث تبدو الحلقات الـ 250 كحلقة واحدة، وهذا الحل الثاني هو المُعتَمَد عمليًّا.

13. تمارين الفصل 7

التمرين 1:

عندما نضع بوصلة في جوار سلك يمر فيه تيار كهربائي مستمر فإنَّ البوصلة تتحرف:

A. لأنَّ السلك مشحون كهربائيا
B. بتأثير قوة الجاذبية الأرضية
C. بتأثير الحقل المغنطيسي الأرضي فقط
D. لأنّها تتأثَّر بالحقل المغنطيسي الناجم عن مرور التيار الكهربائي
E. لأنَّها مصنوعة من الألمنيوم

التمرين 2:

A. تتجه خطوط الحقل المغنطيسي لمغنطيس ما:
B. من القطب السالب إلى القطب الموجب
C. من القطب الجنوبي إلى القطب الشمالي
D. من القطب الموجب إلى القطب السالب
E. نحو مركز المغنطيس
F. من القطب الشمالي إلى القطب الجنوبي

التمرين 3:

أي من الحالات التالية لا تولد حقلاً مغنطيسياً:

A. سلك مستقيم يمر فيه تيار كهربائي
B. سلك دائري يمر فيه تيار كهربائي
C. شحنة كهربائية موجبة متحرِّكة
D. شحنة كهربائية سالبة متحرِّكة
E. شحنة كهربائية ساكنة

التمرين 4:

يؤثر الحقل المغنطيسي في الشحنة الكهربائية:

A. الموجبة فقط

B. السالبة فقط

C. المتحركة

D. الساكنة

E. الكبيرة

التمرين 5:

عندما يمر تيار كهربائي شدتّه I في سلك مستقيم لانهائي، فإنَّه يولِّد في نقطة تبعد عنه مسافة r، حقلاً مغنطيسيًّا شدَّته:

A. $\mu_0 I / (2\pi r^2)$

B. $\mu_0 I / (2\pi r)$

C. $\mu_0 I r / (4\pi)$

D. $\varepsilon_0 I / (2\pi r)$

E. $I / (4\pi \varepsilon_0 r^2)$

التمرين 6:

خطوط الحقل المغنطيسي الناجم عن سلك مستقيم لانهائي هي:

A. مستقيمات توازي السلك المولِّد للحقل

B. مستقيمات عمودية على السلك المولِّد للحقل

C. دوائر في مستويات عمودية على السلك ومركزها واقع على السلك

D. منحنيات لها شكل غير محدَّد

E. مستقيمات متوازية عمودية على السلك

التمرين 7:

الحقل المغنطيسي في مركز حلقة يمر فيها تيار كهربائي هو حقل:

A. معدوم

B. يوازي مستوي الحلقة

C. مائل عن الحلقة بمقدار 45 درجة

D. له أصغر قيمة

E. له أعظم قيمة

التمرين 8:

الحقل المغنطيسي الناجم عن حلقة، نصف قطرها R ويمر فيها تيار كهربائي I، هو:

A. $\mu_0 IR / 2$

B. $\mu_0 I / 2R^2$

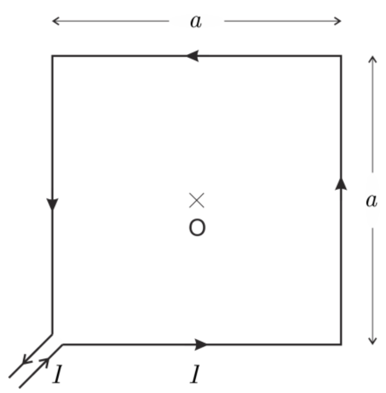
C. $\mu_0 I / 2R$

D. $I / (4\pi\varepsilon_0 R^2)$

E. $I / (4\pi\varepsilon_0 R)$

التمرين 9:

يمر تيار كهربائي شدَّته I في سلك مربَّع الشكل طول ضلعه a ومركزه O، كما في الشكل المجاور. الحقل المغنطيسي المتولِّد في المركز O هو:



A. $2\mu_0 I\ /\ \pi a\sqrt{5}$

B. $\mu_0 I\ /\ 2\pi a\sqrt{2}$

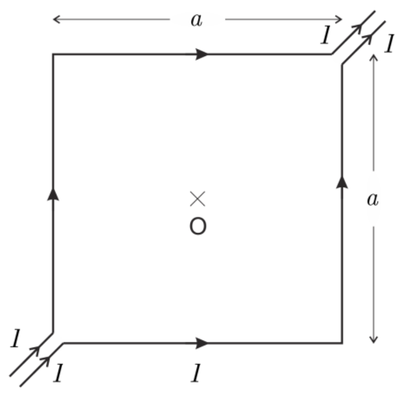
C. $2\mu_0 I\ /\ \pi a\sqrt{2}$

D. $8\mu_0 I\ /\ \pi a\sqrt{5}$

E. معدوم

التمرين 10:

يمر تيار كهربائي شدَّته I في سلكين كما في الشكل المجاور. الحقل المغنطيسي المتولِّد في المركز O هو:



A. $2\mu_0 I\ /\ \pi a\sqrt{5}$

B. $\mu_0 I\ /\ 2\pi a\sqrt{2}$

C. $2\mu_0 I\ /\ \pi a\sqrt{2}$

D. $8\mu_0 I\ /\ \pi a\sqrt{5}$

E. معدوم

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال خطأ
التمرين 1	(D)	راجع الشريحة 3
التمرين 2	(E)	راجع الشريحة 4
التمرين 3	(E)	راجع الشريحتين 4 و 7
التمرين 4	(C)	راجع الشريحة 5
التمرين 5	(B)	راجع الشريحة 9
التمرين 6		
التمرين 7	(E)	راجع الشريحة 11
التمرين 8	(B)	راجع الشريحة 9
التمرين 9	(D)	راجع الشريحة 11
التمرين 10	(E)	راجع الشريحة 11

الفصل الثامن:
نظرية أمبير وخصائص الحقل المغنطيسي

الكلمات المفتاحية:

جَوَلان، الحقل المغنطيسي، قانون أمبير، وشيعة طويلة، وشيعة حلقية، تدفُّق الحقل المغنطيسي، ثنائي القطب المغنطيسي.

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بجَوَلان الحقل المغنطيسي وبقانون أمبير وتطبيقه في بعض الحالات البسيطة، وبتدفُّق الحقل المغنطيسي وثنائي القطب المغنطيسي.

يهدف هذا الفصل إلى التعرُّف على جَوَلان الحقل المغنطيسي وقانون أمبير وتطبيقه وخصائص الحقل المغنطيسي.

أهداف تعليمية:

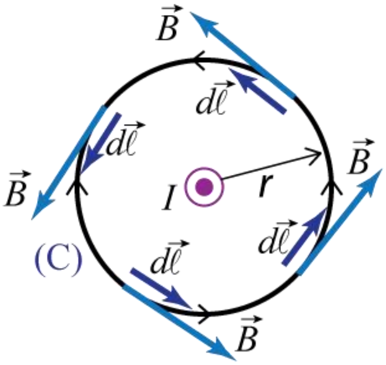
يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- جَوَلان الحقل المغنطيسي
- قانون أمبير وتطبيقه في بعض الحالات البسيطة
- تدفُّق الحقل المغنطيسي
- ثنائي القطب المغنطيسي

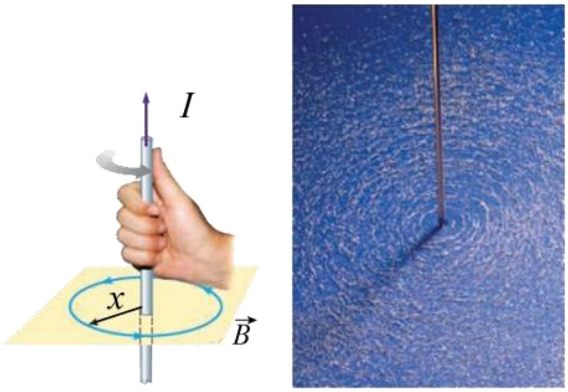
المخطط:

1. جَوَلان الحقل المغنطيسي
2. قانون أمبير
3. تمرين
4. مثال: الحقل الناجم عن سلك مستقيم لانهائي
5. الحقل المغنطيسي الناجم عن وشيعة طويلة
6. الحقل الناجم عن وشيعة حلقية الشكل
7. تمرين غير محلول
8. تدفُّق الحقل المغنطيسي
9. تدفُّق الحقل المغنطيسي عبر أي سطح مغلق معدوم
10. ثنائي القطب المغنطيسي
11. تمارن الفصل 8

1. نظرية أمبير وخصائص الحقل المغنطيسي، جوَلانُ الحقل المغنطيسي



الشكل (ب)



الشكل (أ)

حصلنا في الفصل السابق على الحقل المغنطيسي الناجم عن هذا السلك باستعمال قانون بيو–سافار

خطوط الحقل هنا دوائر حول السلك المدروس.

تأمَّل خطًّا واحداً من خطوط الحقل (مثل C نصف قطره r) ولنحسب المقدار الآتي $\oint Bd\ell$ حيث $d\ell$ طول صغير على خط الحقل موجَّه بجهة الحقل كما في الشكل(ب).

نلاحظ أنَّ $\vec{B}$ و $d\vec{\ell}$ متوازيان في كل نقطة من نقاط خط الحقل (C)، لذا: $\vec{B}.d\vec{\ell} = Bd\ell$ ومن ثَمَّ:

$$\oint_{(C)} \vec{B}.d\vec{\ell} = \oint Bd\ell = B\oint d\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \times 2\pi r = \mu_0 I$$

تعريف: يدعى المقدار $\oint Bd\ell$ جولان الحقل المغنطيسي على طول المنحنى المغلق (C) ونستنتج أنَّ جَوَلانَ الحقل المغنطيسي على طول الدائرة (C) (المحيطة بالسلك) يساوي جداء نفوذية الخلاء μ_0 في التيار المار في السلك.

الشرح

لكي نستنتج الحقل المغنطيسي الناجم عن قطعة مستقيمة (أو عن أي سلك) يمر فيها تيار كهربائي، استعملنا في الفصل السابق طريقةً مباشرةً تعتمد على تطبيق قانون بيو–سافار، فنستنتج الحقل الصغير $\mathrm{d}\vec{B}$ الناجم عن جزء صغير من السلك، ثمَّ نجري تكاملاً محدَّداً لاستنتاج الحقل الكلي.

هذه الطريقة شبيهة بطريقة حساب الحقل الكهربائي حساباً مباشراً أيضاً. لكننا وجدنا في حالة الحقل الكهربائي، وفي بعض الحالات التي تمتاز بتناظر كافٍ، أنَّه يمكن استنتاج الحقل الكهربائي بتطبيق قانون خاصٍّ بالحقل الكهربائي هو قانون غوص.

سنتعلَّم في هذا الفصل قانوناً في حالة الحقل المغنطيسي، يُدعى قانون أمبير، لكنَّه لا يعتمد على حساب تدفُّق الحقل كما في حالة الحقل الكهربائي، بل يعتمد على حساب مقدار يُدعى جَوَلان الحقل المغنطيسي الذي نعرِّفه فيما يلي.

لفهم جَوَلان الحقل المغنطيسي، وكمقدِّمة نحو قانون أمبير سندرس حالة مستقيم لانهائي يمر فيه تيار كهربائي I كما في الشكل (أ) المبيَّن في الشريحة. لقد درسنا هذه الحالة في الفصل السابق، واستنتجنا بوجه خاص أنَّ خطوط الحقل المغنطيسي هي دوائر حول السلك، وأنَّ $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ في أي نقطة تقع على بعد r من السلك. ولنتأمَّل الآن منحنىً (C) على شكل دائرة حول السلك كما في الشكل (ب) المبيَّن في الشريحة. هذا المنحنى هو منحنىً وهميٌّ، أي هو لا يمثِّل سلكاً ولا يولد أي حقل، فالحقل المغنطيسي هنا ينجم عن السلك المستقيم العمودي على مستوي المنحى (C) والمُمَثَّل بنقطة في مركز المنحنى الدائري المفترض. وإذا تأمَّلنا شعاعَ طول صغير $\mathrm{d}\vec{\ell}$ في نقطة أي من (C) سنرى أنَّ الحقلَ المغنطيسي $\vec{B}$ يوازي ذاك الشعاع $\mathrm{d}\vec{\ell}$ كما في الشكل. سنفترض هنا أنَّ المنحنى (C) موجَّه بجهة الحقل، أي $\mathrm{d}\vec{\ell}$ بجهة $\vec{B}$ في كل نقطة من هذا المنحنى.

نعرِّف المقدار الآتي $\oint\limits_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell}$ بأنَّه جَوَلان الحقل المغنطيسي على طول المنحنى المغلق (C). فما قيمة هذا الجَوَلان في مثالنا هنا؟ نلاحظ أنَّ $\vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = B \times \mathrm{d}\ell$ لأنَّ $\vec{B}$ و $\mathrm{d}\vec{\ell}$ متوازيان في هذا المثال (انظر الشكل ب في الشريحة)، كما أنَّ لـ B القيمة نفسها في كل نقاط المنحنى (C) وهي $B = \mu_0 I \,/\, (2\pi r)$. لذا يكون لدينا:

$$\oint_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = \oint_{(C)} B \times \mathrm{d}\ell = B \oint_{(C)} \mathrm{d}\ell$$

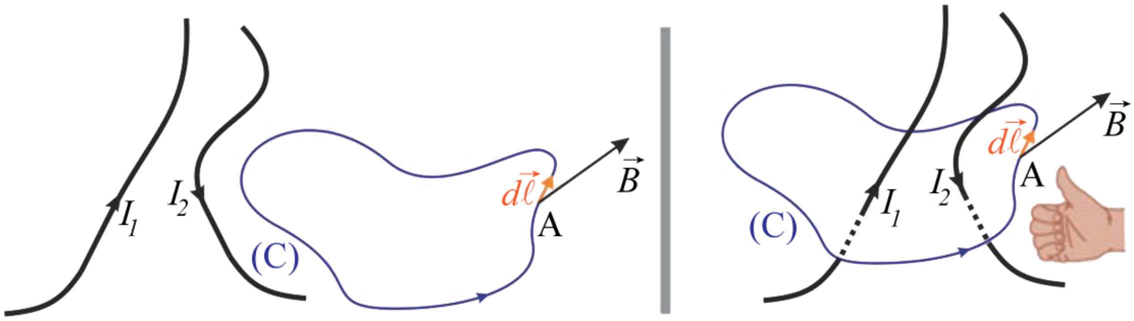
ونرى بكل سهولة أنَّ $\oint_{(C)} \mathrm{d}\ell$ يساوي محيط المنحنى الدائري (C) أي $\oint_{(C)} \mathrm{d}\ell = 2\pi r$ لذا نستنتج أنَّ جَوَلان الحقل المغنطيسي على طول المنحنى (C) هو:

$$\oint_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \times 2\pi r = \mu_0 I$$

ولو أنَّ التيارَ I كان يمر في الاتجاه المعاكس (أي بعكس جهته في الشكل أ) سيكون هذا الجَوَلان مساوياً لـ $-\mu_0 I$ (ففي هذه الحالة يكون الشعاعان $\vec{B}$ و $\mathrm{d}\vec{\ell}$ متوازيين ولهما جهتان متعاكستان فيكون $\vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = -B \times \mathrm{d}\ell$).

الخلاصة: في حالة سلك مستقيم لانهائي يمر فيه تيار I، يكون جَوَلانُ الحقل المغنطيسي على طول دائرة حول السلك مساوياً لـ $\mu_0 I$ أو $-\mu_0 I$ حسب جهة التيار.

2. قانون أمبير



الشكل (ب) الشكل (أ)

النتيجة السابقة هي نتيجة عامَّة، ، تُطبَّق مهما كان منبع الحقل المغنطيسي ومهما كان شكل المنحنى المُغلَق (الوهمي) المفترض.

قانون أمبير: جَوَلان الحقل المغنطيسي على طول أيِّ منحنى (وهمي) مغلق (C) يساوي جداء μ_0 في مجموع التيارات التي يحيط بها ذاك المنحنى المُغلَق:

$$\oint_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

يُحسب التيار موجباً أو سالباً حسب قاعدة اليد اليُمنى.ويُفيد قانون أمبير في تبسيط حساب الحقل المغنطيسي في بعض الحالات التي تمتاز بتناظر كاف.

الشرح

قانون أمبير:

جَوَلان الحقل المغنطيسي على طول أيِّ منحنى (وهمي) مغلق (C) يساوي جداء μ_0 في مجموع التيارات التي يحيط بها ذاك المنحنى المُغلَق:

$$\oint_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\mathrm{encl}}$$

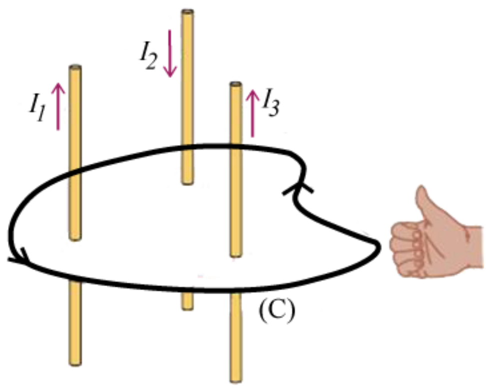
حيث I_{encl} يمثِّل مجموع التيارات التي يحيط بها المنحنى المُغلَق (C). يحسب التيار موجباً أو سالباً في هذا المجموع كما هو مبيَّن في الشكل (ب).

ففي الشكل (أ)، يولِّد التيَّاران I1 وI2 حقلاً مغنطيسيًّا في الفضاء، فإذا افترضنا (C) منحنىً مغلقاً موجَّهاً كما في الشكل، وتأمَّلنا نقطةً A من هذا المنحنى (الوهمي)، فإنَّنا نعرِّف عند A شعاعَ طول صغير $\mathrm{d}\vec{\ell}$، ويكون جَوَلان الحقل المغنطيسي على طول المنحنى المُغلَق (C) مساوياً لمجموع الجداء السلَّمية $\vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell}$، وهذا ما نعبِّر عنه بالتكامل الآتي $\oint_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell}$. ويكون لدينا: $\oint_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 (I_1 - I_2)$ فالتيار I1 يخترق سطحَ المنحنى (C) في الاتجاه الموجب (ضع يدك اليمنى بحيث تدور الأصابع بجهة (C) وعندئذ جهة الإبهام هي الجهة الموجبة للتيار)، في حين يخترق I2 سطحَ المنحنى (C) في الاتجاه السالب.

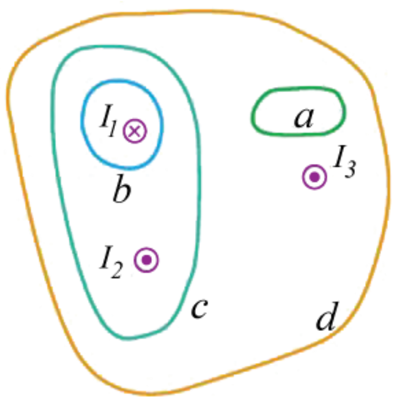
في حين لدينا في الشكل (ب) $\oint_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = 0$ لأنَّ المنحنى (C) لا يحيط بالتيار I1 ولا بالتيار I2.

3. تمرين

اكتب جَوَلان الحقل المغنطيسي في كل حالة من الحالات الآتية:

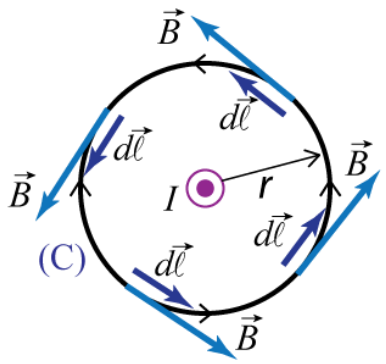


$$\oint_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} =$$



$$\oint_{(a)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = ? \qquad \oint_{(b)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = ? \qquad \oint_{(c)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = ? \qquad \oint_{(d)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = ?$$

4. مثال: الحقل الناجم عن سلك مستقيم لانـهائي



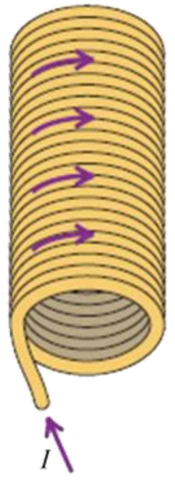
تمتاز المسألة هنا بتناظر أسطواني حول السلك لذا نختار منحنى مغلقاً (وهميًّا) على شكل دائرة عمودية على السلك ومركزها واقع على السلك، ونصف قطرها r

- الحقل في كل نقطة من (C) مماس للدائرة
- جَوَلان الحقل المغنطيسي على طول (C) هو:

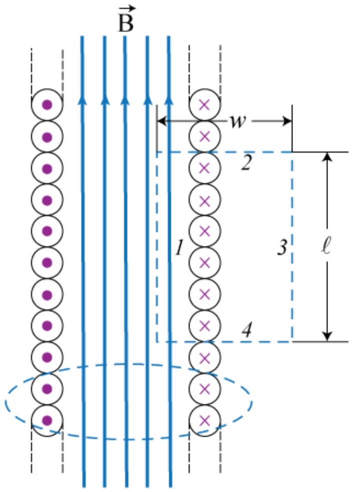
$$\oint_{(C)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = \oint_{(C)} B \times \mathrm{d}\ell = B\oint_{(C)} \mathrm{d}\ell = B \times 2\pi r$$

- من قانون أمبير نستنتج أنَّ هذا الجَوَلان يجب أن يساوي $\mu_0 I$
- لذا $B \times 2\pi r = \mu_0 I$ $\Leftarrow$ $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

5. الحقل المغنطيسي الناجم عن وشيعة طويلة



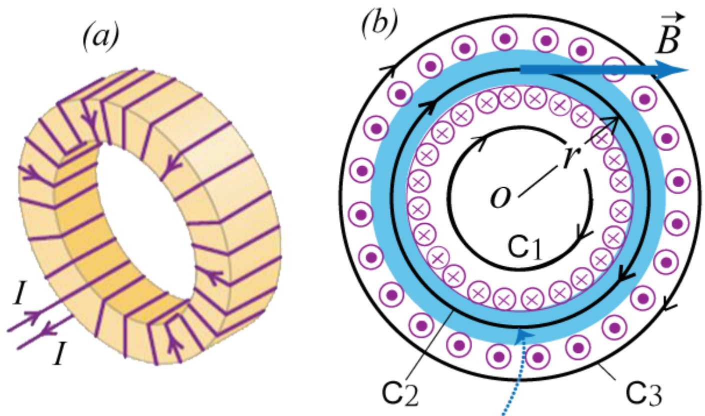
الشكل (أ)



الشكل (ب)

- خطوط الحقل مستقيمات تقريباً توازي محور الوشيعة
- الحقل منتظم داخل الوشيعة (الوشيعة ذات طول لانهائي)
- عدد الحلقات في واحد الطول من الوشيعة n
- نختار المنحنى المغلق (1234) المبيَّن في الشكل b (مستطيل موجَّه بجهة الحقل) بحيث يكون الضلع 3 بعيداً جدًّا عن الوشيعة بحيث الحقل في كل نقطة من 3 معدوم.
- $\vec{B}$ عمودي على الضلع 2 في كل نقطة لذا $\int_{(2)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = 0$ وكذلك $\int_{(4)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = 0$
- في حين الحقل يوازي الضلع 1 في كل نقطة، لذا: $\int_{(1)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = B \times \ell$
- يحيط المنحنى المغلق (المستطيل المنقَّط في الشكل b) بالتيارات المحصورة ضمنه، وهي تيارات موجودة في عدد محدود من اللفات يساوي $n \times \ell$، لذا $I_{\text{encl}} = n \times \ell I$
- تطبيق قانون أمبير: $\int_{(1234)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = B \times \ell + 0 + 0 + 0 = \mu_0 (n\ell I)$
- نستنتج من ذلك $B = \mu_0 n I$

6. الحقل الناجم عن وشيعة حلقية الشكل



- يوجد تناظر دوراني حول محور مار من O وعمودي على الشكل (b)
- خطوط الحقل المغنطيسي دوائر مركزها O
- للحقل الشدة نفسها في جميع النقاط متساوية البعد عن O
- نختار منحنيات مغلقة (C1−C2−C3) على شكل دوائر مركزها O
- نطبق قانون أمبير فنجد أنَّ الحقل داخل الوشيعة (في الإطار الأزرق من الشكل b) يساوي $B = \mu_0 NI / (2\pi r)$
- الحقل معدوم خارج الوشيعة

الشرح

تطبيق قانون أمبير باستعمال المنحنى المغلق (C1) :

$$\oint_{(C1)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

$$\oint_{(C1)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = \oint_{(C)} B \times \mathrm{d}\ell = B \oint_{(C)} \mathrm{d}\ell = B \times 2\pi r$$

ولأنَّ (C1) لا يحيط بأي تيار، فإنَّ $I_{\text{encl}} = 0$: لذا نستنتج $B \times 2\pi r = \mu_0 \times 0 = 0$ ومنه $B = 0$.

إذن الحقل المغنطيسي في الجزء الداخلي خارج الحلقة معدوم.

وإذا طبَّقنا نظرية أمبير باستعمال المنحنى المغلق (C2) نجد كذلك $\oint_{(C1)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = B \times 2\pi r$ ، في هذه الحالة نرى أنَّ (C2) يحيط بـ N تيار I تخترقه وفق الاتجاه الموجب (عمودي على الشكل b ونحو الداخل)، لذا يكون لدينا هنا $I_{\text{encl}} = +NI$ ، وبتطبيق قانون أمبير نستنتج: $\oint_{(C1)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{\ell} = B \times 2\pi r = \mu_0 NI$ ، ومنه نجد:

$B = \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r}$ داخل الوشيعة (في الإطار الأزرق من الشكل b).

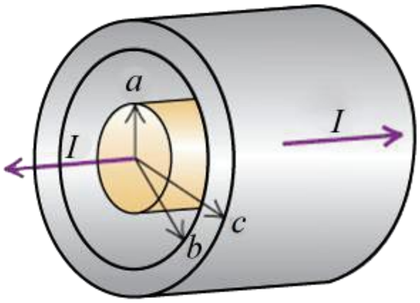
في حين نرى أنَّ (C3) يحيط بـ N تيار I في الاتجاه الموجب و بـ N تيار في الاتجاه السالب، لذا :

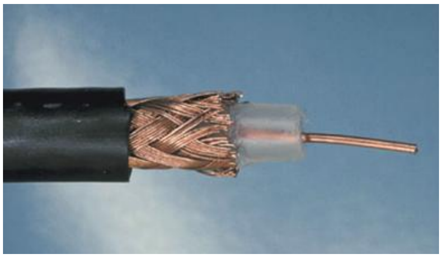
$I_{\text{encl}} = NI - NI = 0$ ومن ثَمَّ يكون لدينا $B \times 2\pi r = 0$ أي $B = 0$ في الجزء الخارجي خارج الوشيعة الحلقية.

ملاحظة 1: الحقل المغنطيسي في الوشيعة الحلقية غير منتظم، فهو يتعلَّق بالبعد عن مركز الحلقة (أي بـ r)، وعندما يكون لقطر الوشيعة الحلقية الخارجي قيمةً قريبةً من قيمة القطر الداخلي يمكننا افتراض هذا الحقل منتظماً، ويمكن أن ننظر للمسألة على شكل وشيعة طولها يساوي المحيط $2\pi r$ وعدد اللفات في واحدة الطول هو $n = N / (2\pi r)$ ، فيكون الحقل مساوياً لـ $B = \mu_0 nI$ كما في حالة الوشيعة اللانهائية!

ملاحظة 2: النتائج في هذا المثال صحيحة عندما لا تحوي الوشيعة أي مادة داخلها (سوى الهواء).

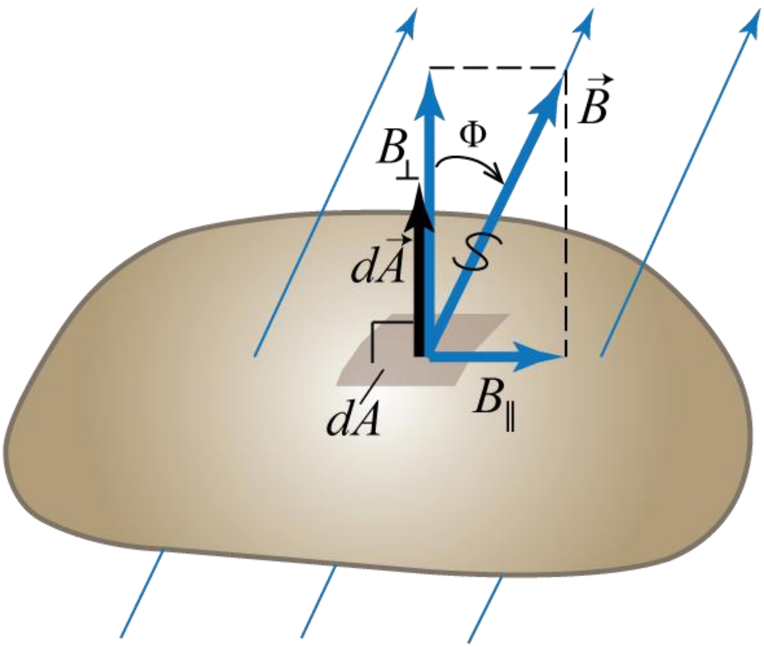
7. تمرين غير محلول





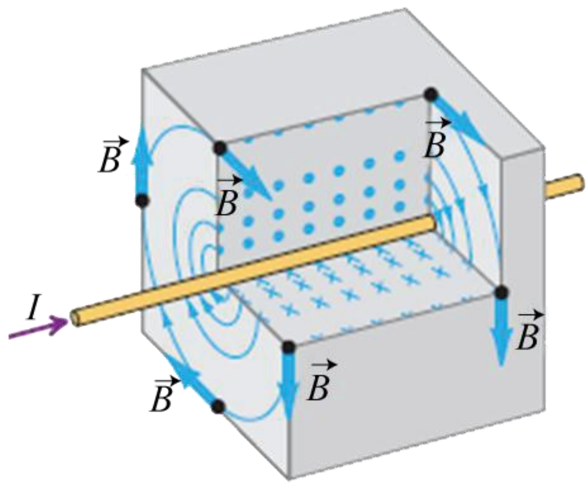
يتكوَّن كبل محوري طويل جدًّا من ناقلين متجانسين يحيط أحدهما بالأخر: القلب أسطواني نصف قطره a والقشرة نصف قطرها الداخلي b والخارجي c. يمر في هذين الناقلين تياران متعاكسان، شدة كل منهما I. احسب، بتطبيق قانون أمبير، الحقل المغنطيسي في نقطة بين الناقلين (على بعد r عن المحور بحيث $a < r < b$) ثمَّ في نقطة خارج الكبل المحوري (على بعد r عن المحور بحيث $r > c$).

8. تدفُّق الحقل المغنطيسي



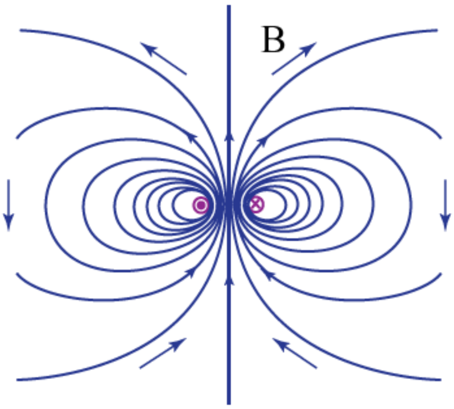
- تدفُّق الحقل المغنطيسي عبر سطح ما A هو:
- $$\Phi_B = \int_{(A)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{S}$$
- للحقل المغنطيسي في كل نقطة من السطح A مركّبتان: ناظمية $B_\perp$ ومماسية $B_\parallel$ لذا
- $$\Phi_B = \int_{(A)} B_\perp \mathrm{dA} = \int_{(A)} B\cos\phi\,\mathrm{dA}$$
- يقاس تدفُّق الحقل المغنطيسي في الجملة الدولية بواحدة تدعى الويبَر (رمزُها Wb): $1\text{Wb} = 1\ \text{T.m}^2$

9. تدفُّق الحقل المغنطيسي عبر أي سطح مغلق معدوم

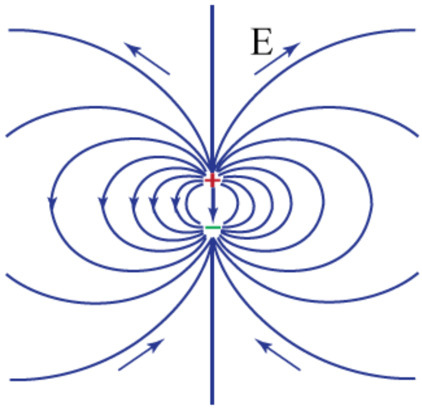


- خطوط الحقل المغنطيسي هي خطوط مغلقة، بخلاف خطوط الحقل الكهربائي
- عندما يدخلُ خطٌّ من خطوط الحقل المغنطيسي سطحاً مغلقاً فإنَّه سيخرجُ من ذاك السطح بدون شك لأن خط الحقل المغنطيسي يجب أن يكون مغلقاً (انظر الشكل).
- نستنتج أنَّ تدفُّق الحقل المغنطيسي عبر أي سطح مغلق يساوي الصفر، ونكتب ذلك كما يلي:
- $\oint_{(A)} \vec{B}.\mathrm{d}\vec{A} = 0$
- (نضع دائرة على إشارة التكامل للإشارة إلى السطح المغلق A)

10. ثنائي القطب المغنطيسي



الشكل (1): ثنائي قطب مغنطيسي



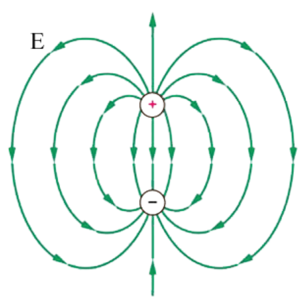
الشكل (2): ثنائي قطب مغنطيسي

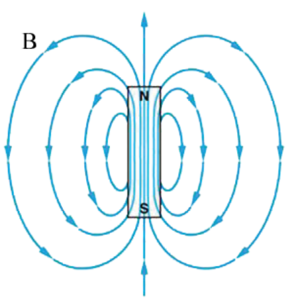
لاحظ التشابه بين خطوط الحقل المغنطيسي الناجم عن حلقة تيار وخطوط الحقل الكهربائي الناجم عن ثنائي قطب كهربائي (شحنتين متعاكستين).

نعرِّف ثنائي القطب المغنطيسي بأنَّه أي منبع للحقل المغنطيسي ننظر إلى أثره في نقطة بعيدة عنه، بوجه خاص: الحلقة الدائرية التي يمر فيها تيار تكافئ ثنائي قطب مغنطيسي.

تعريف: عزم ثنائي القطب المغنطيسي لحلقة التيار هو المقدار الشعاعي $\vec{m} = IS\,\vec{n}$ (I شدة التيار، S مساحة الحلقة، $\vec{n}$ شعاع واحدي عمودي على الحلقة جهته تتبع قاعدة اليد اليمنى) ويقدر في الجملة الدولية بـ Am^2 (أمبير× متر مربَّع).

يمكن أن نفترض المغنطيس كثنائي قطب مغنطيسي





11. تمارين الفصل 8

التمرين 1:

جَوَلانُ الحقل المغنطيسي على منحنى ما (C) في الحالة العامَّة هو:

A. المقدار الشعاعي $\vec{B}\times\vec{\ell}$

B. $\int_{(C)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$

C. هو المقدار العددي

D. هو المقدار العددي $\vec{B}\cdot\vec{\ell}$

E. هو جداء الحقل في طول المنحنى (C)

F. هو جداء الحقل في مساحة السطح الذي يحدِّه المنحنى (C)

التمرين 2:

ينص قانون أمبير على ما يلي:

A. تدفُّق الحقل المغنطيسي عبر أي سطح مغلق يساوي مجموع التيارات الموجودة داخل ذاك السطح مقسوماً على نفوذية الخلاء

B. تدفُّق الحقل المغنطيسي عبر أي سطح مغلق يساوي مجموع التيارات الموجودة داخل ذاك السطح مضروباً بنفوذية الخلاء

C. جَوَلان الحقل المغنطيسي على أي منحنى يساوي جداء التيارات التي تحيط بذاك المنحنى المغلق في نفوذية الخلاء

D. جَوَلان الحقل المغنطيسي على أي منحنى مغلق يساوي جداء التيارات التي يحيط بها ذاك المنحنى المُغلَق في نفوذية الخلاء

E. جَوَلان الحقل المغنطيسي على أي منحنى مغلق معدوم

التمرين 3:

ينص قانون أمبير على ما يلي:

A. $\oint_{(C)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0$

B. $\oint_{(C)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = I / \mu_0$

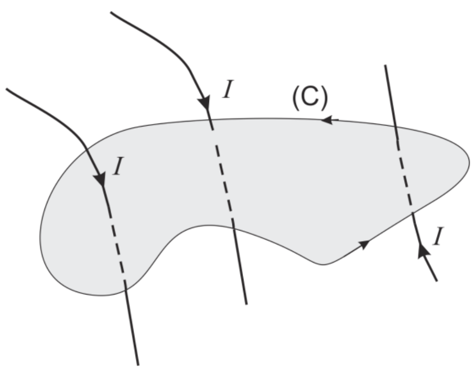
C. $\oint_{(C)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 2\pi r$

D. $\oint_{(C)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\mathrm{encl}}$

E. $\Phi_B = I_{\mathrm{encl}} / \varepsilon_0$

التمرين 4:

في الشكل المجاور، جوَلان الحقل المغنطيسي على المنحنى (C) يساوي:



A. $\mu_0 I$

B. $-\mu_0 I$

C. I / ε_0

D. I / μ_0

E. صفر

التمرين 5:

تتكوَّن وشيعة طويلة (لانهائية) من سلك ناقل ملفوف على أسطوانة نصف قطرها 5.0 cm بمعدَّل 250 لفة في المتر، ويمر فيها تيار شدَّته 5.0 A. الحقل المغنطيسي الناجم عن هذه الوشيعة في أي نقطة من محورها يساوي (علماً أنَّ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ في الجملة الدولية)

A. 157 T

B. 1.57 T

C. 0.02 mT

D. 1.57 mT

E. 2.0 mT

التمرين 6:

تدفُّق الحقل المغنطيسي:

A. عبر أي سطح معدوم

B. عبر أي سطح مستطيل معدوم

C. عبر أي سطح دائري معدوم

D. عبر أي سطح مغلق معدوم

E. لا ينعدم أبداً عبر أي سطح

التمرين 7:

أي من الجمل الآتية هي ثنائي قطب مغنطيسي؟

A. جملة مكوَّنة من شحنتين متعاكستين

B. جملة مكوَّنة من سلكين مستقيمين لانهائيين متوازيين يمر فيهما تياران متعاكسان

C. جملة مكوَّنة من حلقتين لهما المركز نفسه ويمر فيهما تياران متعاكسان

D. جملة مكوَّنة من سلك لانهائي وحلقة يمر فيهما تياران متعاكسان

E. جملة مكوَّنة من حلقة يمر فيها تيار

التمرين 8:

يُقَدَّر عزم ثنائي القطب المغنطيسي في الجملة الدولية بـ

A. A/m

B. A.m

C. C.m

D. A^2.m

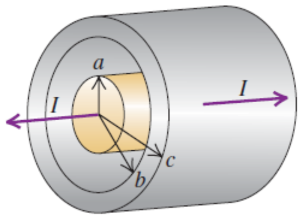
E. A.m^2

التمرين 9:

يتكوَّن كبل محوري طويل جدًّا (لانهائي) من ناقلين متجانسين يحيط أحدهما بالأخر: القلب أسطواني نصف قطره a والقشرة نصف قطرها الداخلي b والخارجي c. يمر في هذين الناقلين تياران متعاكسان، شدة كل منهما I.

وليكن (C) منحنىً دائرياً محوره منطبق على محور الأسطوانة، ونصف قطره r.

جَوَلَان الحقل المغنطيسي على المنحنى (C) يساوي:



A. $2\pi aB$

B. $2\pi bB$

C. $2\pi rB$

D. $2\pi cB$

E. $\pi r^2 B$

التمرين 10:

في التمرين 9، الحقل المغنطيسي في نقطة بين الناقلين (على بعد r عن المحور بحيث $a < r < b$) هو:

A. $B = \mu_0 I / (2\pi a)$

B. $B = \mu_0 I / (2\pi c)$

C. $B = \mu_0 I / (2\pi r)$

D. $B = \mu_0 I / (\pi r^2)$

E. $B = \mu_0 I / (2\pi c)$

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال الخطأ
التمرين 1	(B)	راجع الشريحة 1
التمرين 2	(D)	راجع الشريحة 2
التمرين 3	(D)	راجع الشريحة 2
التمرين 4	(B)	راجع الشريحة 2
التمرين 5	(D)	راجع الشريحة 5
التمرين 6	(D)	راجع الشريحة 9
التمرين 7	(E)	راجع الشريحة 10
التمرين 8	(E)	راجع الشريحة 10
التمرين 9		
التمرين 10		

الفصل التاسع:
التحريض الكهرطيسي

الكلمات المفتاحية:

تحريض كهرطيسي، قانون فاراداي، قانون لينز، حقل كهربائي مُحَرَّض، تحريضية، ذاتية، وشيعة أسطوانية، وشيعة حلقية، طاقة مغنطيسية مُخْتَزَنة.

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بالتحريض الكهرطيسي وبقانوني فاراداي ولينز، وبالتحريضية المُتبادلة والذاتية.
يهدف هذا الفصل إلى التعرُّف على ظاهرة التحريض الكهرطيسي وعلى قانون فاراداي وقانون لينز، وتحديد جهة التيَّار المحرَّض، والتحريضية المُتبادَلة والذاتية.

أهداف تعليمية:

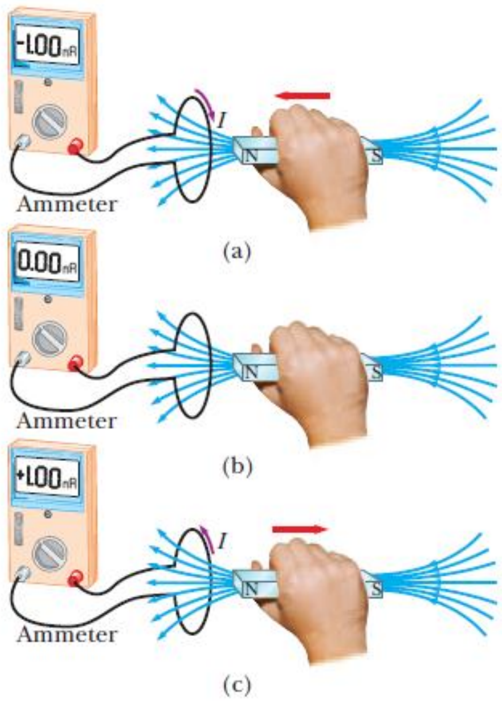
يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- ظاهرة التحريض الكهرطيسي
- القوَّة المحرِّكة الكهربائية المُحَرَّضة،
- قانون فاراداي وقانون لينز
- التحريضية المُتَبادَلة والتحريضية الذاتية
- الطاقة المغنطيسية المُخْتَزَنة في وشيعة

المخطط:

1. عرض تجريبي
2. قانون فاراداي Faraday
3. تمرين−1
4. تمرين−2
5. جهة التيَّار المُحرَّض
6. قانون لينز Lenz
7. الحقل الكهربائي المُحَرَّض
8. التحريضيَّة المتبادلة M
9. تمرين−3
10. التحريض الذاتي
11. تمرين عن ذاتية وشيعة حلقية
12. الطاقة المغنطيسية المختزنة في الوشيعة
13. تمارين الفصل 9

1. عرض تجريبي



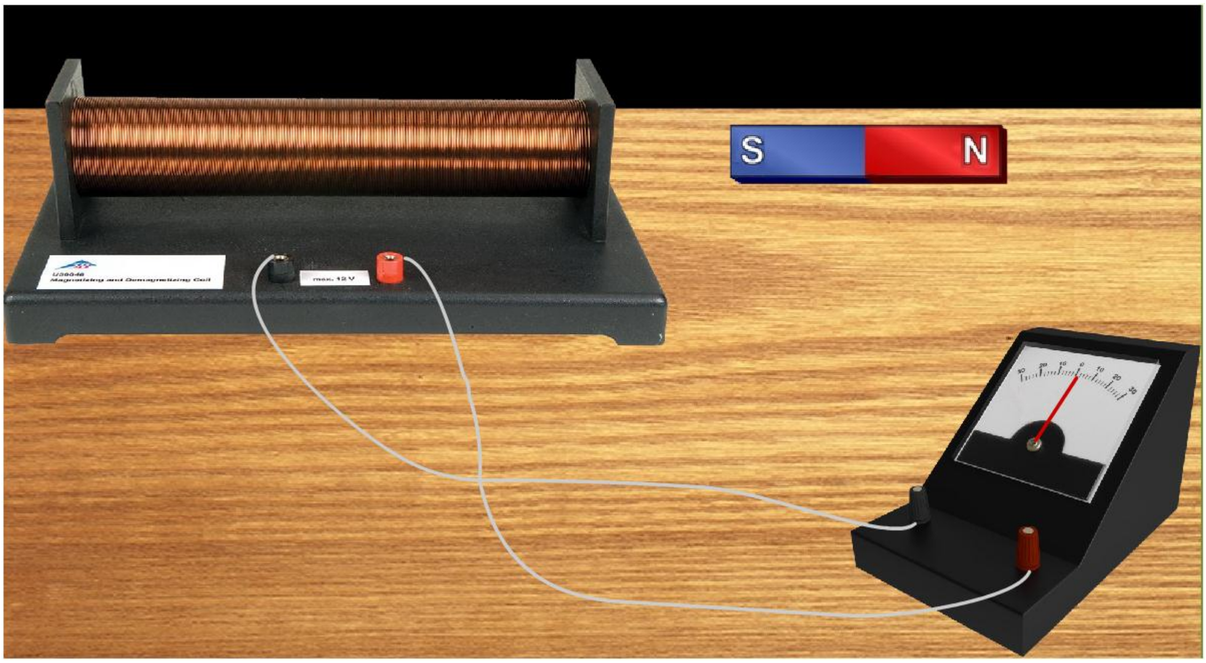
(a): أثناء تحريك المغنطيس نحو الحلقة يدل مقياس الأمبير على مرور تيار ذو إشارة محدَّدة

(b): عندما يكون المغنطيس ساكناً أمام الحلقة يدل مقياس الأمبير على عدم مرور أي تيار كهربائي.

(c): أثناء تحريك المغنطيس بحيث يبتعد عن الحلقة يدل مقياس الأمبير على مرور تيار بإشارة معاكسة للحالة (a).

كذلك، ينشأ تيار كهربائي في الحلقة عندما نحرِّك الحلقة فقط مع بقاء المغنطيس ساكناً يدعى التيار المتولِّد في هذه التجربة تياراً محرَّضاً مغنطيسيًّا، وتُدعى هذه الظاهرة بـ التحريض الكهرطيسي.

2. قانون فاراداي Faraday



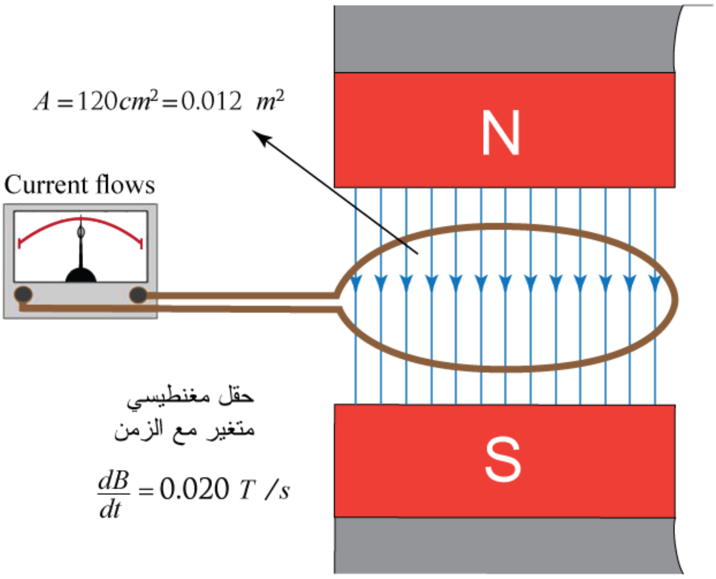
عندما نحرِّك المغنطيس أو نحرِّك الوشيعة يتغيَّر تدفُّق الحقل المغنطيسي عبر الوشيعة، ينشأ التحريض الكهرطيسي بسبب تغيُّر التدفُّق المغنطيسي Φ_B عبر الوشيعة

قانون فاراداي: ينشأ في الدارة المغلقة قوَّة محركة كهربائية محرَّضَة (فرق كمون كهربائي) تساوي عكس مشتق التدفق المغنطيسي بالنسبة للزمن:

$$e(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$$

القوَّة المحرِّكة الكهربائية المحرَّضة $e(t)$ متغيرة مع الزمن في الحالة العامَّة

3. تمرين-1



ما قيمة القوَّة المحرِّكة الكهربائية المُحَرَّضة؟ وما شدَّة التيار المُحَرَّض؟

الحل:

الحقل المغنطيسي منتظم هنا (خطوط الحقل متوازية وفي كل لحظة يكون لشدة الحقل قيمة واحدة في جميع النقاط)، لذا نحسب التدفق المغنطيسي عبر الحلقة كما يلي:

$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA$ (شعاع السطح يوازي الحقل المغنطيسي، وقد اخترنا أن نوجِّهه بجهة الحقل)

⇐القوة المحركة الكهربائية المُحَرَّضة $e = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A\frac{dB}{dt}$

$$e = -0.012 \times 0.020 = -2.4 \times 10^{-4}\ \mathrm{V} = -0.24\,\mathrm{mV}$$

شدَّة التيار هي: $I = \left|\frac{e}{R}\right| = \frac{2.4 \times 10^{-4}\ \mathrm{V}}{5.0\,\Omega} = 4.8 \times 10^{-5}\mathrm{A} = 0.048\,\mathrm{mA}$

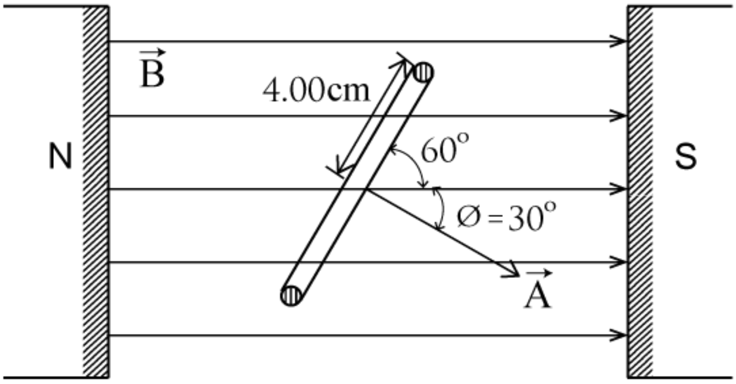
- إذا استبدلنا حلقة مكوَّنة من مادة عازلة بالحلقة الناقلة فماذا يحدث؟

لن يمر أي تيار كهربائي، القوَّة المحرِّكة الكهربائية ما تزال موجودة، أي يوجد فرق في الكمون بين طرفي الحلقة، لكن لا يمر أي تيار لأنَّ المادة عازلة (مقاومتها لانهائية)

- ملاحظة هامَّة جدًّا: إنَّ وجود تيار في الحلقة، يعني وجود شحنات كهربائية تتحرَّك فيها (هي الإلكترونات الحرَّة). تخيَّل شحنةً من تلك الشحنات المتحرِّكة في الحلقة. حدِّد جهة القوة التي تخضع لها هذه الشحنة بتأثير الحقل المغنطيسي المُطبَّق. ستلاحظ أنَّها قوَّة عمودية على الحلقة! أي إنَّ هذه القوَّة لا تستطيع تحريك الشحنة لتدور في الحلقة. فما الذي يحرِّك تلك الشحنة إذن؟ سنجيب عن هذا السؤال لاحقاً

4. تمرين –2

لتكن لدينا وشيعة أسطوانية مكوَّنة من 1000 لفة متراصَّة، ونصف قطرها 4.00 cm. توضَع هذه الوشيعة بين قطبي مغنطيس كهربائي كبير، حيث يسود حقل مغنطيسي منتظم يصنع زاوية تساوي 60^o مع سطح الوشيعة، وتتناقص شدَّتع بمعدَّل 0.200 T/s. نوجِّه شعاع السطح كما هو مبيَّن في الشكل الآتي. فما قيمة القوَّة المحرِّكة الكهربائية المُحَرَّضَة في الوشيعة؟



الحل:

نريد حساب القوَّة المحرِّكة المُحَرَّضَة e، وهي تتولَّد في هذه التجربة لأنَّ شدَّة الحقل المغنطيسي تتغيَّر بمرور الزمن، ومن ثَمَّ فإنَّ التدفُّق المغنطيسي يتغير أيضاً بمرور الزمن.

لدينا هنا N حلقة (N=1000) نحسب التدفُّق المغنطيسي الكلي عبر الوشيعة من العلاقة الآتية :

$$\Phi_B = N\vec{B}\cdot\vec{A} = NBA\cos\varphi$$

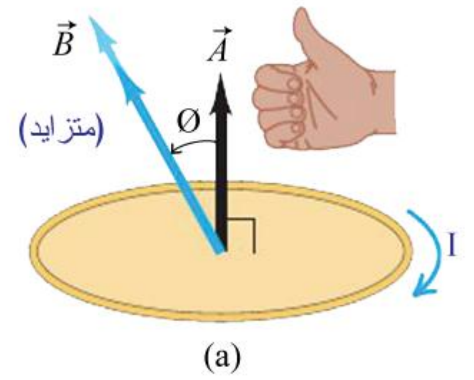
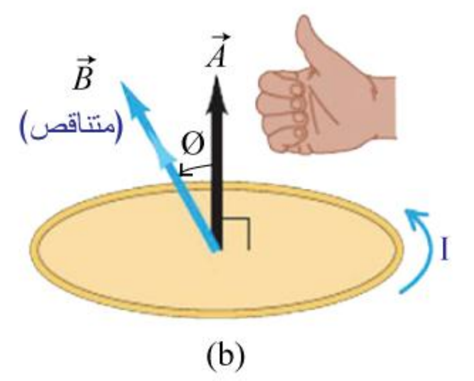
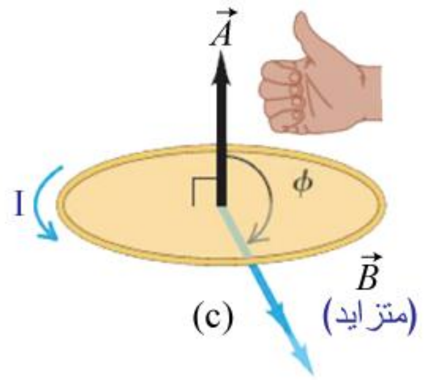
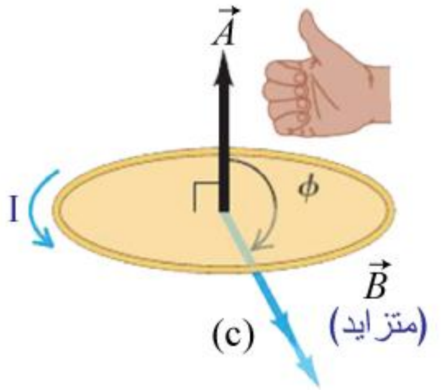
حيث φ الزاوية بين شعاع السطح $\vec{A}$ والحقل المغنطيسي $\vec{B}$، ونلاحظ هنا أنَّ $\varphi = 30^o$ و $\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = -0.200$ (المشتق سالب لأنَّ شدَّة الحقل تتناقص بمرور الزمن).

وحسب قانون فارادي يكون لدينا: $e = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = -NA\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cos\varphi$، أي:

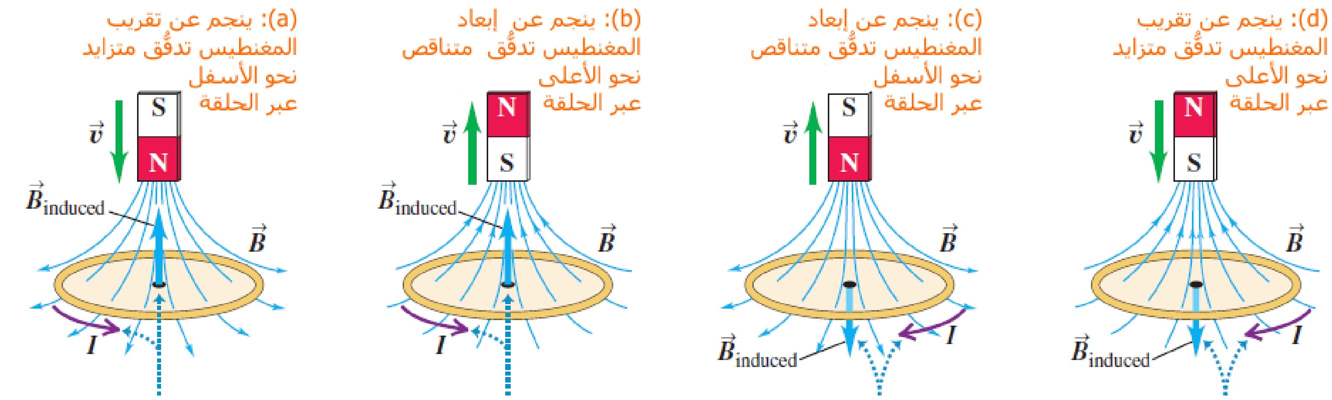
$$e = -1000\times[\pi\times(4.00\times10^{-2})^2]\times(-0.200)\cos 30^0 = 0.871\,\mathrm{V}$$

سؤال: ما قيمة القوَّة المحرِّكة الكهربائية بدلالة الزمن t إذا كان الحقل منتظماً وشدَّته ثابتة بمرور الزمن $B = 0.5\,\mathrm{T}$ ولكن الوشيعة تدور حول محور ما من مركزها وعمودي على الشكل وذلك بمعدَّل 50 دورة في الثانية؟

5. جهة التيَّار المُحرَّض

• التدفق المغنطيسي موجب • الحقل المغنطيسي متزايد، والتدفق متزايد بمرور الزمن • القوة الكهربائية المُحَرَّضة سالبة • جهة التيار بعكس جهة لف الأصابع	
• التدفق المغنطيسي موجب • الحقل المغنطيسي متناقص، والتدفق متناقص بمرور الزمن • القوة الكهربائية المُحَرَّضة موجبة • جهة التيار بجهة لف الأصابع	
• التدفق المغنطيسي سالب • الحقل المغنطيسي متزايد، والتدفق متناقص بمرور الزمن • القوة الكهربائية المُحَرَّضة موجبة • جهة التيار بجهة لف الأصابع	
• التدفق المغنطيسي سالب • الحقل المغنطيسي متناقص، والتدفق متزايد بمرور الزمن • القوة الكهربائية المُحَرَّضة سالبة • جهة التيار بعكس جهة لف الأصابع	

6. قانون لينز Lenz



ينجم تيّار مُحرّض بحيث يولّد حقلاً مُحرّضاً نحو الأعلى، ولذلك يجب أن تكون جهة التيار المُحرّض بعكس جهة دوران عقارب الساعة كما هو واضح في الشكلين (a) و (b).

ينجم تيار مُحرّض بحيث يولّد حقلاً مُحرّضاً نحو الأسفل، ولذلك يجب أن تكون جهة التيار المُحرّض بجهة دوران عقارب الساعة كما هو واضح في الشكلين (c) و (d).

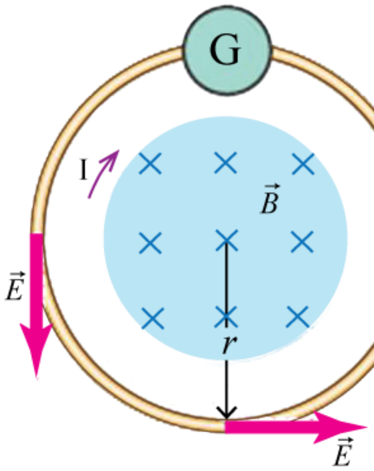
يمكن استنتاج جهة التيَّار المُحَرَّض I اعتماداً على قانون فارادي كما في الشريحة السابقة ويمكن أيضاً استنتاج جهة التيَّار المُحَرَّض اعتماداً على قانون يدعى "قانون لينز Lenz" وهو قانون غير مستقل عن قانون فارادي، ولكنَّ تطبيقه أبسط.

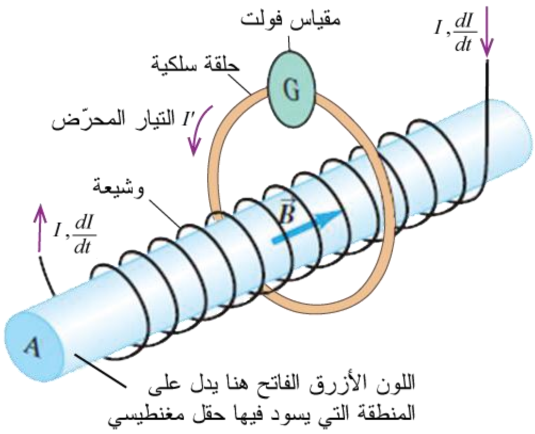
نص قانون لينز : يتولَّد التيَّار المُحَرَّض مغنطيسيًّا بحيث يسبب أثراً يعاكس الأثر المُسَبِّب لتوليده.

الأثر المُسبِّب: تغيُّر في التدفُّق المغنطيسي بسبب حقل مغنطيسي متغيِّر بمرور الزمن، أو بسبب تحريك الدارة الموضوعة في الحقل المغنطيسي.

يتولَّد التيَّار المُحرَّض مغنطيسيًّا بحيث ينجم عنه حقل مغنطيسي مُحَرَّض $\vec{B}_{\text{induced}}$ يكون تغيُّر تدفُّقه معاكساً لتغيُّر التدفُّق المسبِّب لتوليد التيَّار وليس معاكساً للتدفُّق المسبِّب نفسه.

7. الحقل الكهربائي المُحَرَّض





نمرِّر في الوشيعة تيار كهربائي متغيِّر بمرور الزمن.

- هل يوجد حقل مغنطيسي خارج الوشيعة ؟
- ما شدَّة الحقل المغنطيسي داخل الوشيعة (بافتراض أنها طويلة جداً)
- هل يتغيَّر التدفُّق المغنطيسي عبر الحلقة؟ وهل يتولَّد في الحلقة قوَّة محرِّكة كهربائية مُحَرَّضة وتيَّار مُحَرَّض؟
- هل تتأثَّر الشحنات الموجودة في الحلقة بالحقل المغنطيسي ؟
- ما القوَّة التي تحرِّك الشحنات في الحلقة ؟

الشرح

سنتعرَّف في هذه الشريحة على ميزة مهمَّة يمتاز بها الحقلان الكهربائي والمغنطيسي (أو الحقل الكهرطيسي)، لذا يجب على الطالب الانتباه جيِّداً ومتابعة المحاكمة المنطقية الآتية بحضور ذهني منفتح وفضولي، فما نعرضه في البداية معروف بناءً على دروس سابقة، لكنَّنا سنستنتج منه نتيجة مهمة. لذا يُنصَح الطالب الإجابة على الأسئلة المطروحة في الشريحة قبل البدء بالاطلاع على الشرح الآتي، حيث سيقارن أجوبته مع ما يُعرض هنا، ولا شكّ أنَها ستكون متطابقة!

نفترض هنا الوشيعة طويلة جدًّا (لانهائية) ونمرِّر فيها تيار كهربائي متغير بمرور الزمن (قد يكون تيار جيبي مثلاً مثل تيار المدينة)، فتولِّد الوشيعة حقلاً مغنطيسيًّا داخل الوشيعة فقط بحيث $B = \mu_0 nI$ (n عدد اللفات في واحدة الطول من الوشيعة).

يتناسب هذا الحقل المغنطيسي، الموجود داخل الوشيعة فقط، طرداً مع التيار، لذا هو حقل متغير بمرور الزمن، ومن ثَمَّ يكون تدفُّق الحقل المغنطيسي عبر الحلقة تدفُّقا متغيِّراً بمرور الزمن أيضاً:

$$\Phi_B = B \times A = \mu_0 nIA$$

بافتراض A مساحة الحلقة. ولذا يتولَّد قوَّة محرِّكة كهربائية مُحَرَّضة تساوي $e = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = -\mu_0 nA\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

ينجم عن ذلك نشوء تيَّار مُحَرَّض I' في الحلقة. وهو طبعاً ناجم عن حركة شحنات كهربائية في الحلقة (هي الإلكترونات الحرَّة). فما القوَّة التي تحرِّك تلك الإلكترونات في الحلقة؟

لا يوجد أي حقل مغنطيسي خارج الوشيعة، لذا لا يمكن أن تكون تلك الإلكترونات خاضعة لقوة مغنطيسيةَ !

في الواقع ينجم التيار الكهربائي بوجه عام، وكذلك التيَّار المُحَرَّض هنا، عن حركة الإلكترونات في الحلقة بتأثير قوى كهربائية ناجمة عن تأثير حقل كهربائي، لذلك لا بُدَّ من وجود حقل كهربائي مُحَرَّض $\vec{E}$ يوازي الحلقة في كل نقطة وهو الذي يحرِّك تلك الإلكترونات.

لا شكَّ أنَّ هذا الاستنتاج محيِّر نوعاً ما، فقد عرضنا في درس سابق، أنَّ الحقل الكهربائي ينجم عن شحنات كهربائية، وهنا لدينا حقل كهربائي ناجم عن حقل مغنطيسي متغيِّر بمرور الزمن وليس عن شحنة كهربائية. وهو حقل غريب أيضاً، فنلاحظ أنَّ عملَ القوَّة الكهربائية عندما تنتقل شحنة من نقطة ما على الحلقة وتدور دورة كاملة لتعود إلى النقطة نفسها هو عمل غير معدوم وهو يساوي $qe = \oint q\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{\ell}$ حيث e القوَّة المحرِّكة الكهربائية. أي:

القوَّة المحرِّكة الكهربائية تساوي جَوَلان الحقل الكهربائي على الحلقة المُغلقة $e = \oint \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell}$

لذا يكون لدينا

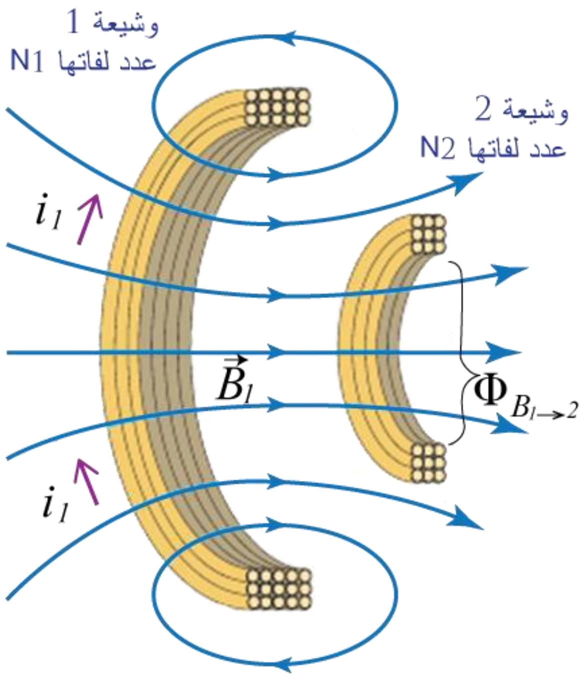
$$\oint \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$$

والخلاصة، عندما توضع حلقة (أو ناقل في دراة مغلقة) في حقل مغنطيسي متغيَّر بمرور الزمن، ينشأ في تلك الحلقة حقل كهربائي مُحَرَّض يحرِّك الشحنات (الإلكترونات الحرَّة) في تلك الحلقة مسبِّباً مرور تيَّار مُحَرَّض فيها.

في الواقع ينشأ الحقل الكهربائي المُحَرَّض حتى في حال غياب أي ناقل حول الوشيعة، فهذا الحقل الكهربائي المُحَرَّض ناجم عن الحقل المغنطيسي الذي تولِّده الوشيعة، وهذا الحقل الكهربائي المُحَرَّض يتولِّد في كل نقاط الفضاء داخل الوشيعة وخارجها). إذن عندما يوجد حقل مغنطيسي متغيِّر بمرور الزمن، يتولَّد في الفضاء حقل كهربائي مُحَرَّض.

وكذلك نبرهن تجريبيًّا أنَّه عندما نولِّد حقلاً كهربائيًّا متغيِّراً بمرور الزمن، سينشأ حقل مغنطيسي مُحَرَّض في الفضاء، لذا فإنَّ كلا الحقلين الكهربائي والمغنطيسي يتعلَّق أحدهما بالآخر، وهذا ما يُعَبَّر عنه بمعادلات خاصة مدروسة ومعروفة تُدعى معادلات ماكسويل يراها الطالب لدى دراسته لمقررات الأمواج الكهرطيسية.

8. التحريضيَّة المتبادلة M



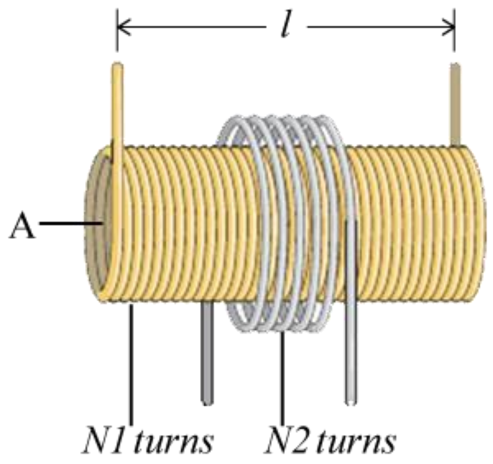
- يمر في الوشيعة 1 تيار كهربائي i_1 متغيِّر بمرور الزمن
- تولِّد الوشيعة 1 حقلاً مغنطيسيًّا $\vec{B}_1$ يتناسب طرداً مع التيار i_1 (حسب قانون بيو – سافار)
- ينجم عن هذا الحقل تدفُّق مغنطيسي Φ_B عبر الوشيعة الثانية: $\Phi_{B1\to 2} = B_1 N_2 A_2 = C \times i_1$
- يُدعى الثابت C التحريضيَّة المتبادلة بين الوشيعتين ونرمز له عادة M_{12}:

$$M_{12} = \frac{\Phi_{B1\to 2}}{i_1}$$

- تتعلَّق التحريضيَّة بشكل الوشيعتين وبالمسافة بينهما وبالوسط الفاصل بينهما
- نعرِّف بنفس الطريقة التحريضية M_{21} كما يلي: $M_{21} = \dfrac{\Phi_{B2\to 1}}{i_2}$
- يُبَرْهَن (خارج المنهاج) أنَّ $M_{12} = M_{21}$ ، لذا نرمز للتحريضية المتبادلة بين الوشيعتين بـ M
- تُقدَّر هذه التحريضية في الجملة الدولية SI بواحدة قياس تُدعى هنري ورمزها H، ونلاحظ أنَّ $1\,\mathrm{H} = \mathrm{Wb/A}$ (الهنري = ويبر على أمبير)
- نستنتج ممَّا سبق $\Phi_{B1\to 2} = M i_1$ و $\Phi_{B2\to 1} = M i_2$

9. تمرين-3

لنفترض وشيعة أسطوانية طويلة جدًّا، طولها $\ell = 0.50\,\mathrm{m}$ تحوي $N_1 = 1000$ لفة، ومساحة مقطعها تساوي $A = 10.0\,\mathrm{cm}^2$ وهي مُحاطة عند مركزها بوشيعة أسطوانية أخرى عدد لفاتها $N_2 = 10$ كما في الشكل.
احسب التحريضيَّة المتبادلة بين هاتين الوشيعتين.



الحـل:

نريد حساب التحريضية الذاتية، لذا نستعمل العلاقة $M = \frac{\Phi_{B1\to 2}}{i_1}$ لأنّه يمكن حساب تدفق الحقل المغنطيسي $\vec{B}_1$ (الناجم عن الوشيعة 1) عبر الوشيعة 2.

في الواقع لدينا $B_1 = \mu_0 \frac{N}{\ell_1} i_1$ و $\Phi_{B1\to 2} = B_1 N_2 A = \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} i_1 \times N_2 A$

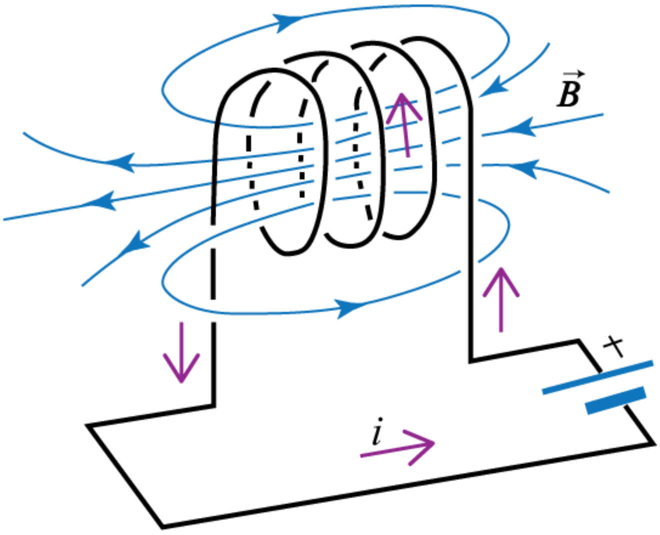
حيث الحقل $\vec{B}_1$ له قيمة غير معدومة داخل الوشيعة 1 فقط لذا لا يلزمنا معرفة سطح الوشيعة 2، بل فقط سطح الوشيعة 1.

ومنه نستنتج: $M = \mu_0 \frac{N_1 N_2 A}{\ell_1}$، أي:

$$
\begin{aligned}
M &= 4\pi \times 10^{-7} \frac{1000 \times 10 \times (10.0 \times 10^{-4})}{0.50} \\
&= 25 \times 10^{-6}\ \mathrm{H} = 25\,\mu\mathrm{H}
\end{aligned}
$$

ملاحظة: القيمة $1\,\mathrm{H}$ هي قيمة كبيرة، كما هي الـ 1F (1 فاراد) قيمة كبيرة جدًّا لسعة مكثفة, ونجد عمليًّا قيماً للتحريضية تتراوح بين بضع عشرات من ميكروهنري $\mu\mathrm{H}$ وبضع مئات من ميللي هنري mH.

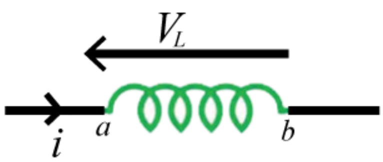
10. التحريض الذاتي



- يولِّد التيار المار في الوشيعة حقلاً مغنطيسيًّا يتناسب مع ذاك التيار
- لهذا الحقل المغنطيسي تدفُّق عبر الوشيعة المولِّدة نفسها Φ_B (عبر كل الحلقات)
- عندما يتغيَّر التيَّار يتغيَّر الحقل المغنطيسي ويتغيَّر التدفُّق المغنطيسي وينجم عن ذلك تيَّار مُحَرَّض ذاتيًّا في الوشيعة
- ويكون لدينا $\Phi_B = BA = Li$ حيث L ثابت يتعلَّق بشكل الوشيعة وأبعادها وبالوسط، يُدعى هذا الثابت التحريضية الذاتية (أو الذاتية): $L = \Phi_B / i$
- القوَّة المحرِّكة الكهربائية المُحَرَّضة ذاتيا في الوشيعة هي (حسب قانون فاراد):

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

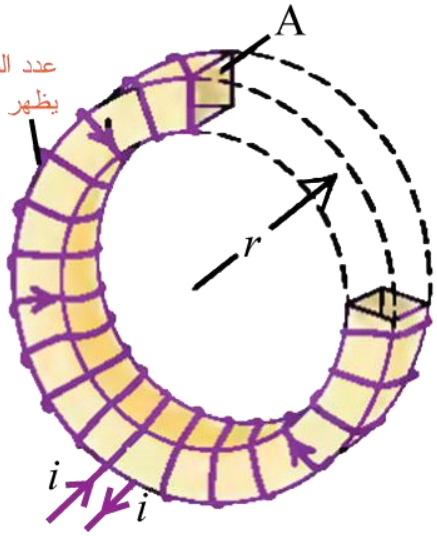
- للتبسيط، نرسم الوشيعة في الدارات الكهربائية هكذا 
- فرق الكمون بين طرفي وشيعة يعاكس القوَّة المحرِّكة الكهربائية المُحَرَّضة ذاتيًّا، أي:



$$V_L = V_{ab} = V_a - V_b = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

11. تمرين عن ذاتية وشيعة حلقية

تذكَّر صيغة الحقل المغنطيسي الناجم عن وشيعة حلقية كهذه واستنتج صيغة ذاتية هذه الوشيعة الحلقية ؟



الحل:

تولِّد هذه الوشيعة الحلقية داخلها حقلاً مغنطيسيًّا منتظماً تقريباً (إذا كانت رقيقة كفاية)، شدته تساوي

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{2\pi r}$$

التدفُّق الذاتي لهذا الحقل عبر الوشيعة نفسها هو $\Phi_B = NBA = \mu_0 \frac{N^2 i}{2\pi r}$

لذا ذاتية هذه الوشيعة (أو مُعامِل التحريض الذاتي): $L = \frac{\Phi_B}{i} = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$

تطبيق عددي: احسب هذه الذاتية إذا كان $N = 150$ و $A = 5.0\,\mathrm{cm}^2$ و $r = 0.10\,\mathrm{m}$.

12. الطاقة المغنطيسية المختزنة في الوشيعة

ما الطاقة اللازمة لتمرير تيار شدته I في وشيعة ذاتيتها L ؟

تمانِع الوشيعة مرور التيَّار فيها، وكذلك تمانع تغيير التيار فيها بوجه عام وتكون الطاقة اللازمة لزيادة التيار من صفر حتى قيمة غير معدومة I هي: $U=\frac{1}{2}LI^2$

تُختَزَنُ هذه الطاقة في الوشيعة على شكل حقل مغنطيسي لذا تدعى الطاقة المغنطيسي المُختَزَنة في الوشيعة.

ملاحظة: عندما نمرر تيار في مقاومة فإنَّ طاقة كهربائية تُهدَر بفعل جول (حرارة) في تلك المقاومة، في حين يختزن الملف الطاقة الكهربائية ولايهدرها (بافتراض مقاومة سلك الوشيعة معدومة) ويمكن أن نستعيد تلك الطاقة لاستعمالها في الدارة (كما في الدارات المهتزَّة التي تحوي مكثفة ووشيعة مثلاً)

تطبيق: في حالة الوشيعة الحلقية، وجدنا: $L=\frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$ لذا $U=\frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}i^2$

ولدينا في هذه الحالة $B=\mu_0\frac{\mathrm{N}i}{2\pi r}$ لذا $U=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}A\times 2\pi r$

ولكن $A\times 2\pi r=$ حجم الوشيعة، نستنتج من ذلك، ونبرهن بوجه عام، أنَّ:

- الطاقة المغنطيسية المختزنة في واحدة الحجم في الفضاء هي: $u=\frac{B^2}{2\mu_0}$
- وبناءً على ما وجدنا في حالة الحقل الكهربائي، حيث كثافة الطاقة الكهربائية المختزنة في واحدة الحجم في الخلاء هي $\frac{E^2}{2\varepsilon_0}$، نستنتج أنَّ كثافة الطاقة الكهرطيسية (الكهربائية والمغنطيسية) في الخلاء تساوي:

$$u=\frac{B^2}{2\mu_0}+\frac{E^2}{2\varepsilon_0}$$

13. تمارين الفصل 9

التمرين 1:

نص قانون فارادي Faraday: عندما توضع دارة مغلقة في حقل مغنطيسي متغيِّر بمرور الزمن ينشأ في تلك الدارة قوَّة محركة كهربائية محرَّضَة تساوي:

A. عكس الجداء الشعاعي للتيار في الحقل المغنطيسي مضروباً بـ $\mu_0 \ell$ (حيث ℓ طول الدارة)

B. عكس جداء التيار في الحقل المغنطيسي في $\mu_0 \ell$

C. عكس مشتق التدفق المغنطيسي بالنسبة للزمن

D. عكس جداء التيار في التدفُّق المغنطيسي

E. عكس مشتق الحقل المغنطيسي بالنسبة للزمن

التمرين 2:

نضع حلقة دائرية ناقلة مغلقة في منطقة يسود فيها حقل مغنطيسي منتظم لا يتغيَّر بمرور الزمن، بحيث يكون أحد أقطارها عموديًّا على خطوط الحقل. في هذه الحالة:

A. يتولَّد تيَّار كهربائي في الحلقة إذا بقيت الحلقة ساكنة.

B. يتولَّد تيَّار كهربائي في الحلقة عندما تتحرَّك بحيث يظل سطحها يوازي خطوط الحقل المغنطيسي

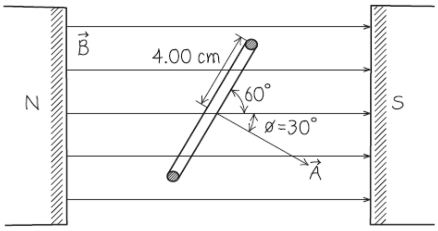
C. يتولَّد تيَّار كهربائي في الحلقة عندما تتحرَّك بحيث يظل سطحها عموديًّا على خطوط الحقل المغنطيسي

D. لا يتولَّد أي تيار كهربائي في الحلقة مهما كانت حركة الحلقة لأنَّ الحقل المغنطيسي منتظم

E. يتولَّد تيَّار كهربائي في الحلقة عندما ندوِّر الحلقة حول قطرها العمودي على خطوط الحقل المغنطيسي

التمرين 3:

في الشكل المجاور، وشيعة مكوَّنة من N حلقة موضوعة في حقل مغنطيسي متغيِّر بمرور الزمن. يتولَّد في هذه الوشيعة قوَّة محرِّكة كهربائية مُحَرَّضة تساوي:



A. $-NAB\cos\phi$

B. الصفر

C. $-NA\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cos\phi$

D. $-\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cos\phi$

E. $-N\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\sin\phi$

التمرين 4:

قانون لينز Lenz: يتولَّد التيَّار المُحَرَّض مغنطيسيًّا بحيث:

A. يسبب أثراً يُضافُ إلى الأثر المُسَبِّب لتوليده

B. يوازي الحقل المغنطيسي المُحَرِّض له

C. يعاكس الحقل المغنطيسي المُحَرِّض له

D. يسبب أثراً يعاكس حقل الجاذبية الأرضية

E. يسبب أثراً يعاكس الأثرَ المُسَبِّب لتوليده

التمرين 5:

الأثر المسبِّب لنشوء تيَّار مُحَرَّض في حلقة متحرِّكة في حقل مغنطيسي منتظم هو:

A. تغيُّر الحقل المغنطيسي بمرور الزمن

B. تغيُّر تدفُّق الحقل المغنطيسي عبر الحلقة بمرور الزمن

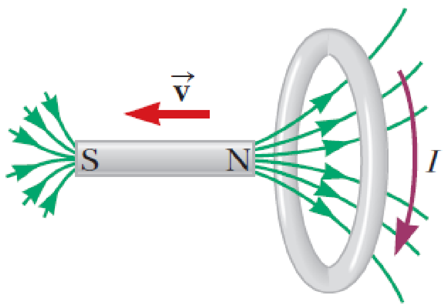
C. تغيُّر حقل الجاذبية الأرضي

D. الحقل المغنطيسي الأرضي

E. غير معروف حتى الآن

التمرين 6:

في الشكل التالي، نُبعِد المغنطيس عن الحلقة (الناقلة) نحو اليسار بسرعة محدَّدة، فيتولَّد في الحلقة تيَّار محرَّض:



A. جهته كما هي موضَّحة في الشكل

B. جهته تعاكس الجهة الموضَّحة في الشكل

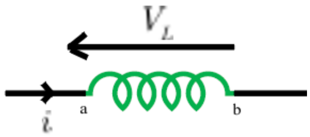
C. معدوم، لأنَّ الحلقة غير موصولة مع أي بطارية

D. لأنَّ المغنطيس يولِّد حقلاً كهربائيًّا متغيِّراً بمرور الزمن

E. لأنَّ المغنطيسي يبتعد عن الحلقة، في حين لا يتولَّد أي تيَّار أثناء تقريب المغنطيس من الحلقة.

التمرين 7:

عندما يمر تيار كهربائي متغير بمرور الزمن في وشيعة، تحريضيتُها الذاتية L مقاومتها مهملة (معدومة)، فإنَّ فرق الكمون بينن طرفي تلك الوشيعة V_L هو:



A. Li

B. $L\mathrm{d}i\,/\,\mathrm{d}t$

C. $-Li$

D. $-L\mathrm{d}i\,/\,\mathrm{d}t$

E. معدوم

التمرين 8:

تتناسب ذاتية وشيعة حلقية:

A. طرداً مع عدد لفاتها

B. طرداً مع مربَّع عدد لفاتها

C. عكساً مع عدد لفاتها

D. عكساً مع مساحة مقطعها

E. طرداً مع نصف قطرها الوسطي

التمرين 9:

الطاقة اللازمة لتغيير التيار في وشيعة من الصفر حتى قيمة محدَّدة i هي (بافتراض L ذاتية الوشيعة):

A. صفر

B. $-L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

C. $-Li\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

D. $-Li^2 / 2$

E. $Li^2 / 2$

التمرين 10:

الطاقة المغنطيسية في واحدة الحجم في الفضاء هي (بافتراض B شدة الحقل المغنطيسي):

A. صفر

B. $B^2 / (2\mu_0)$

C. $\mu_0 B^2 / 2$

D. $2\mu_0 B^2$

E. $B^2 / 2$

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال الخطأ
التمرين 1	(C)	راجع الشريحة 2
التمرين 2	(E)	راجع الشريحة 2
التمرين 3	(C)	راجع الشريحة 3
التمرين 4	(E)	راجع الشريحة 6
التمرين 5	(B)	راجع الشريحة 6
التمرين 6	(A)	راجع الشريحة 6
التمرين 7	(D)	راجع الشريحة 10
التمرين 8	(A)	راجع الشريحة 11
التمرين 9	(E)	راجع الشريحة 12
التمرين 10	(B)	راجع الشريحة 12

الفصل العاشر:
طبيعة الضوء وانتشاره

الكلمات المفتاحية:

ظواهر ضوئية، منبع ضوئي، موجة، جسيم، طبيعة الضوء، انعكاس، انكسار، انعكاس كلي، ليف ضوئي، تشتُّت.

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بظواهر ضوئية تبيِّن طبيعة الضوء المزدَوَجة (موجة – جسيم) بالإضافة إلى ظاهرتي انعكاس الضوء وانكساره وتطبيق ذلك في الليف الضوئي، وظاهرة تشتُّت الضوء.

يهدف هذا الفصل إلى التعرُّف على طبيعة الضوء الموجية – الحُبَيْبِيَّة وعلى ظواهر انعكاس الضوء وانكساره وتشتُّت الضوء.

أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

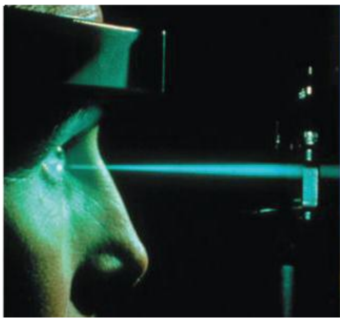
- طبيعة الضوء (موجة – جسيم)
- انعكاس الضوء وانكساره
- قرينة انكسار الضوء وقانون سنيل – ديكارت
- الانعكاس الكلي
- الليف الضوئي
- ظاهرة تشتُّت الضوء

المخطط:

1. منابع الضوء وظواهر ضوئية
2. طبيعة الضوء
3. انعكاس الضوء وانكساره
4. مثال حول انكسار الضوء
5. تمرين محلول
6. الانعكاس الكلي
7. تطبيق: الموشور العاكس
8. الليف الضوئي-1
9. الليف الضوئي-2
10. تشتت الضوء
11. تمارين الفصل 10

1. منابع الضوء وظواهر ضوئية

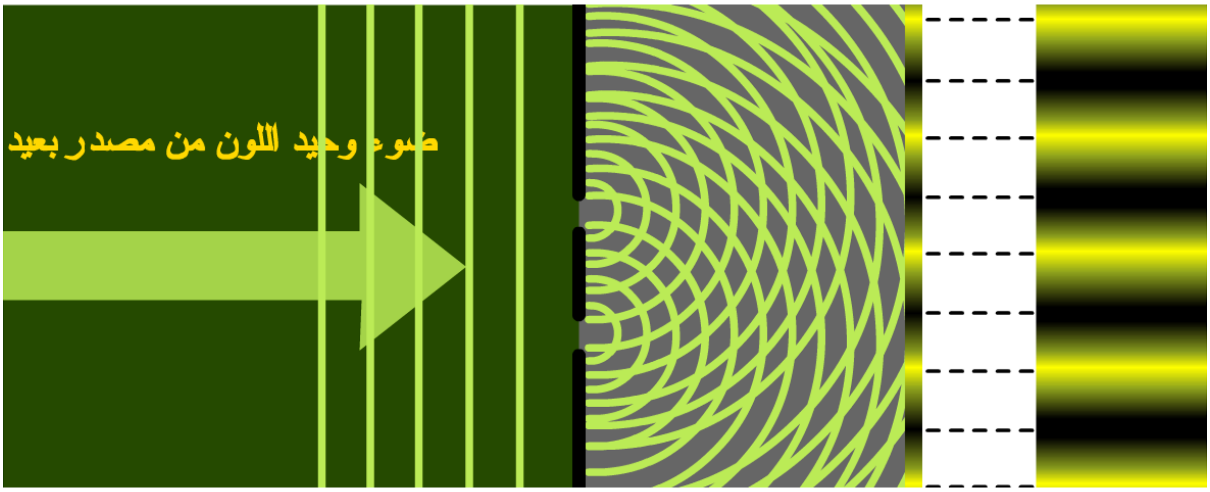



- للضوء منابع عديدة، فأي جسم ساخن يُصْدِر ضوءاً (الشمس وأي جسم ساخن مثل وشيعة سخان
- كهربائي أو السلك الشعري في مصباح ...)
- يمكن أن يصدر الضوء أيضاً من منابع ليزرية (لها تطبيقات مهمَّة في الطب والاتصالات والحواسيب...)
- بمعرفة طبيعة الضوء وقوانين انتشاره في مختلف الأوساط الشفافة يمكننا استعماله في تطبيقات عديدة
- كيف تفسِّر نشوء قوس قزح ؟ كيف تفسِّر الضوء متعدِّد الألوان الصادر عن قرص ليزري ؟

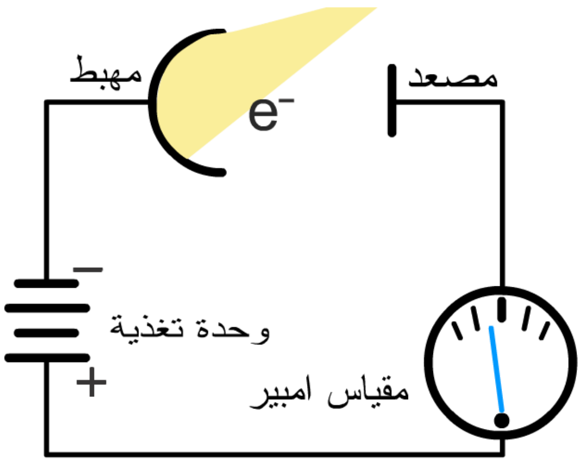
2. طبيعة الضوء

تداخل الضوء في تجربة شِقَّيْ يونغ دليل الطبيعة الموجية للضوء



- عوضاً عن الحصول على بقعتين مضيئتيْن فقط، نحصل على عدة بقع[1] مضيئة يفصل بينها مناطق عاتمة
- تفسير ظاهرة التداخل: للضوء طبيعة موجية، تنتشر في الفضاء بسرعة تتعلَّق بوسط الانتشار

المفعول الكهرضوئي دليل الطبيعة الحُبَيْبِية للضوء



عندما لا يوجد ضوء وارد لا يمر أي تيار وعندما يَرِد ضوء ذو تردُّد أكبر من تردُّد محدَّد يمر تيار كهربائي ينتزعُ الضوءُ من الصفيحة إلكترونات ذات طاقة حركية محدَّدة تتعلَّق بتردُّد الضوء الوارد.

لا تحدث هذه الظاهرة إلا إذا كان تردُّد الضوء أكبر من قيمة صغرى تتعلق بمعدن الصفيحة

تفسير ظاهرة المفعول الكهرضوئي: للضوء طبيعة حُبَيْبِيَّة، فهو يحوي حُبيبات ضوئية (أو جسيمات) تُدعى الفوتونات لكل منها طاقة تتناسب طرداً مع تردُّد الضوء.

الشرح:

نستنتج طبيعة الضوء من الظواهر التي نراها في الطبيعة أو في المخبر، وبوجه خاص ظاهرتي تداخل الضوء (كما في تجربة شِقَّيْ يونغ) والانعراج، والمفعول الكهرضوئي.

للضوء طبيعة موجية وحُبَيْبِية:

- الضوء موجة كهرطيسية تنتشر في الخلاء بسرعة $c = 2.99792458 \times 10^{8}\ \mathrm{m.s^{-1}}$ (تقريباً $3 \times 10^{8}\ \mathrm{m.s^{-1}}$)
- للضوء طبيعة حُبَيْبِيَّة فهو يحوي فوتونات، طاقة كل فوتون تساوي $E = hf$ حيث h ثابت بلانك، و f تردُّد الضوء.

ينتشر الضوء في وسط شفاف ما (كالزجاج، الماء . . .) بسرعة v (أصغر من c) تختلف من وسط لآخر وتتعلَّق بطول الموجة الضوئية (أي بلون الضوء). ونعرِّف النسبة بين هاتين السرعتين بأنَّها قرينة انكسار الوسط الشفاف ونرمز لها n: $n = \frac{c}{v}$. تتعلَّق قرينة الانكسار n بطول الموجة الضوئية λ. ونلاحظ أنَّ $n \geq 1$.

نعرض في الجدول الآتي قيم قرينة انكسار بعض الأوساط الشفافة.

الوسط الشفاف	قرينة الانكسار	الوسط الشفاف	قرينة الانكسار
الجليد H2O	1.309	الفلورايت CaF2	1.434
البوليستيرين	1.490	الملح الصخري NaCl	1.544
الكوارتز SiO2	1.544	الزيركون(ZrO2,SiO2)	1.923
الألماس C	2.417	الزجاج	1.52 – 1.80
الميثانول CH3OH	1.329	الماء H2O	1.333
الغليسيرين	1.473	الإيثانول C2H5OH	1.360

يرتبط طول الموجة الضوئيَّة λ في وسط ما بسرعة الانتشار في ذاك الوسط v وبتردُّد الضوء f بالعلاقة الآتية $\lambda = vf$، نرمز لطول الموجة في الخلاء بـ λ_0 لذا يكون لدينا $\lambda_0 = cf$ ولأنَّ $n = c / v$ يكون:

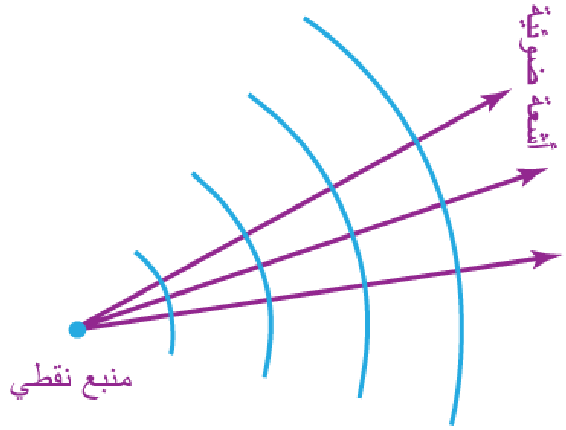
العلاقة بين طول الموجة الضوئية في وسط شفاف وطولها في الخلاء

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

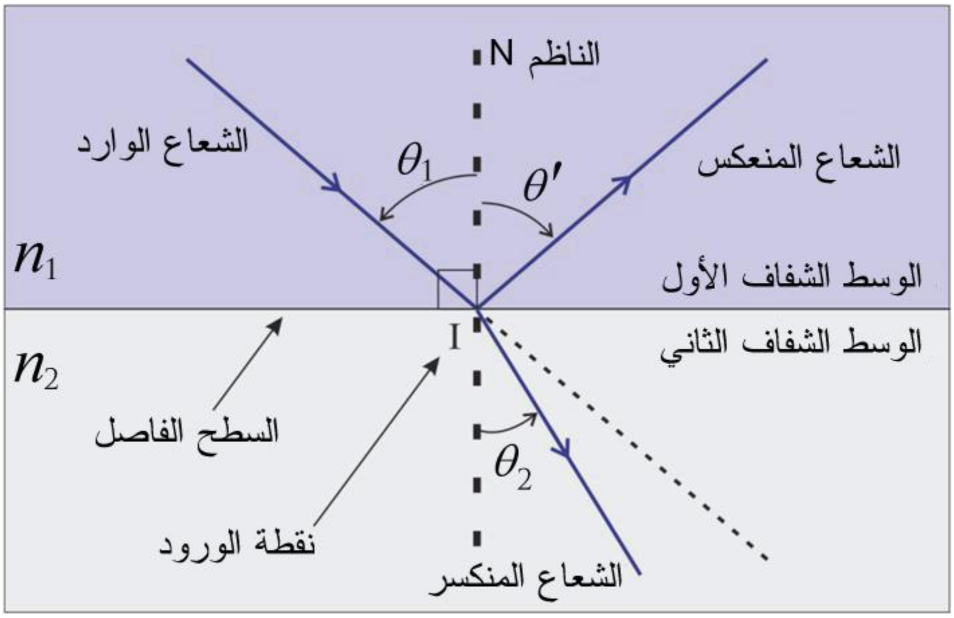
ولأنَّ $n \geq 1$ فإنَّ $\lambda < \lambda_0$ أي طول الموجة الضوئية في أي وسط شفاف أصغر من طولها في الخلاء.

في العديد من الظواهر الضوئية، بوجه خاص تلك التي تتعلَّق بانكسار الضوء وانعكاسه وفي تشكَّل الأخيلة في العدسات والمرايا، يمكن تمثيل الموجة الضوئية بشعاع ضوئي، حيث نعرِّف الشعاع الضوئي بأنه مستقيم وهمي (تخيُّلي) منطبق على اتجاه انتشار الموجة الضوئية. ويُدعى فرع الفيزياء الذي يهتم بدراسة هذه الظواهر "الضوء الهندسي".

نعرض مثلاً في الشكل الآتي، منبعاً ضوئيًّا نقطيًّا (قد يكون ثقباً في صفيحة مضاءة) ونمثِّل الضوء الصادر من هذا المنبع بأشعة (مستقيمات) موجَّهة من المنبع نحو الخارج.



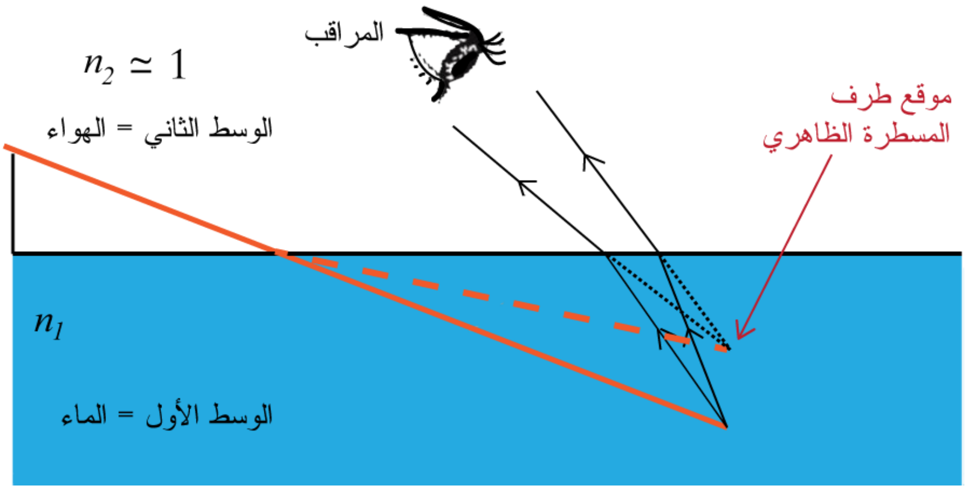
3. انعكاس الضوء وانكساره



- مستوي ورود الضوء (أو مستوي الورود) هو المستوي المحدَّد بالشعاع الوارد والناظم على السطح في نقطة الورود
- يقع الشعاع المنعكس والشعاع المنكسر في مستوي الورود نفسه
- زاوية الانعكاس تساوي زاوية الورود: $\theta' = \theta_1$
- تتعلَّق زاوية الانكسار بزاوية الورود وتحقِّق قانون سنيل– ديكارت الآتي:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

4. مثال حول انكسار الضوء



تبدو المسطرة للمراقب مكسورة، لكنَّها في الواقع ليست كذلك. فعندما ينظر المراقب إلى المسطرة سيرى الأشعة الضوئية الصادرة عنها، وبوجه خاص عندما ينظر إلى الجزء المغمور بالماء فإنَّه يرى الأشعة الضوئية الصادرة عن ذاك الجزء كأنَّها أشعة صادرة من نقاط أقرب إلى سطح الماء مِمَّا هي عليه في الواقع. وهذا ناجم عن انكسار الأشعة الضوئية كما هو مبيَّن في الشكل.

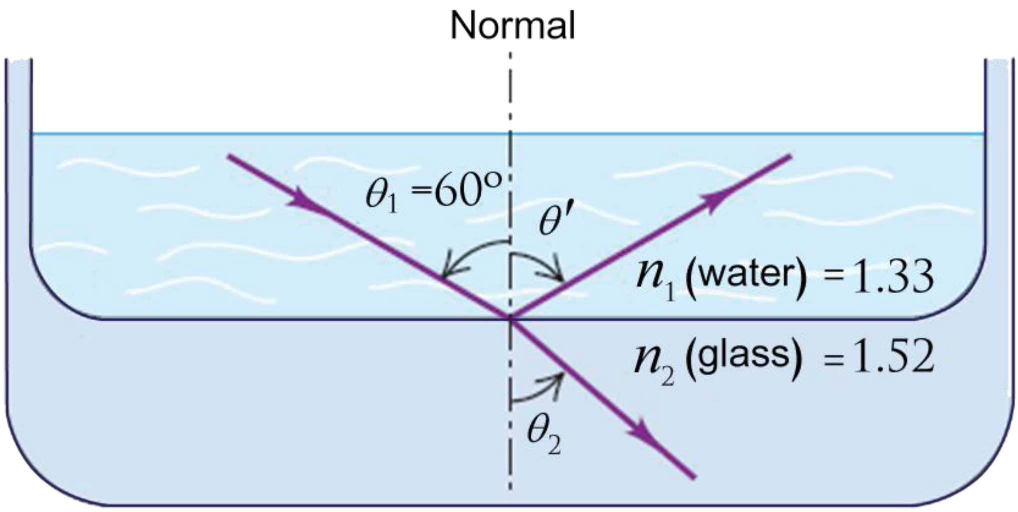
عندما يرد شعاع ضوئي من الماء إلى الهواء، فإنَّه يعاني انكساراً عند السطح الفاصل يحقِّق قانون سنيل – ديكارت:

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ لكنَّ $n_2 = 1$ تقريباً (في الهواء) و $n_1 \simeq 1.33$ لذا

$\sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 > \sin\theta_1$ ومن ثَمَّ فإنَّ $\theta_2 > \theta_1$ أي زاوية الشعاع المنكسر (في الهواء) أكبر من زاوية ورود الشعاع في الماء، لذا أي شعاع ضوئي يرد من الماء نحو السطح سينكسر مبتعداً عن الناظم، وعندئذٍ سيبدو ذاك الشعاع للناظر كأنَّه صادر من نقطة قريبة من سطح الماء، وتبدو المسطرة عندئذ كأنَّها مكسورة.

5. تمرين محلول

حدِّد اتجاه الشعاع المنعكس واتجاه الشعاع المنكسر.



الحل:

يصنع الشعاع المنعكس مع الناظم زاوية تساوي زاوية الورود، لذا $\theta' = \theta_1 = 60^\circ$

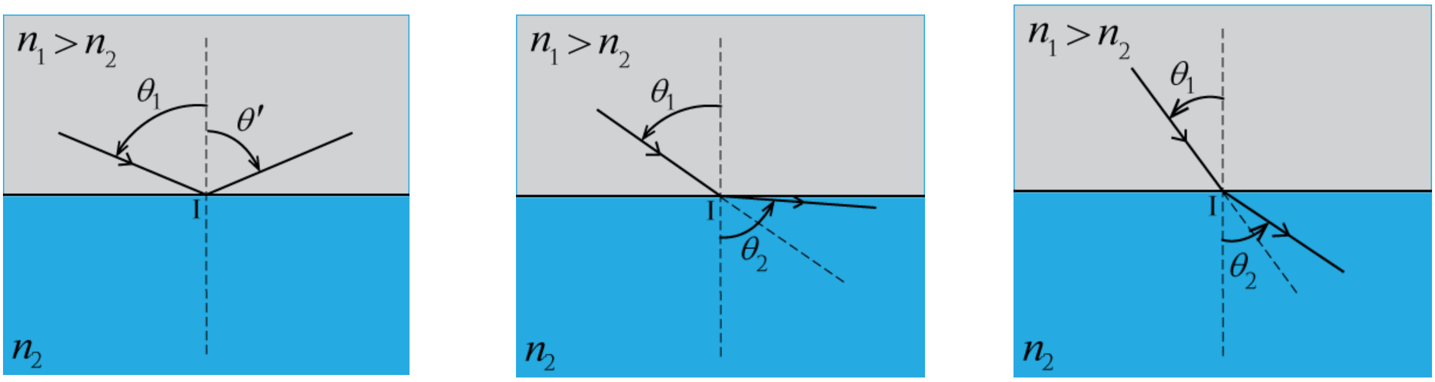
أمَّا الشعاع المنكسر فيصنع زاوية مع الناظم (زاوية الانكسار) تحقِّق قانون سنيل – ديكارت:

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ لذا $\sin\theta_2 = \dfrac{n_1 \sin\theta_1}{n_2} = \dfrac{1.33 \times \sin 60^\circ}{1.52} = 0.758$

$\Leftarrow$ $\theta_2 = 49.3^\circ$.

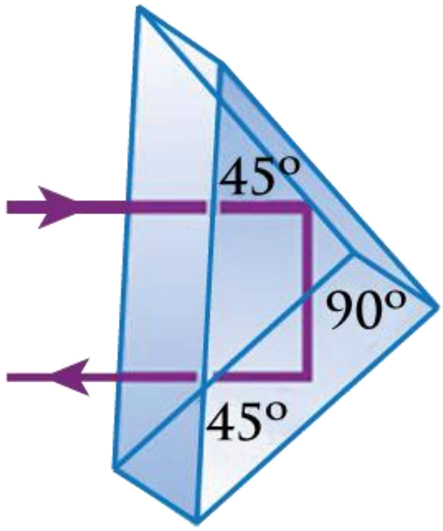
ملاحظة: زاوية الانكسار هنا أصغر من زاوية الورود لأنَّ قرينة انكسار وسط الانكسار (الزجاج) أكبر من قرينة وسط الورود (الماء).

6. الانعكاس الكلي



- لنفترض شعاعاً وارداً من وسط 1 إلى وسط 2 بحيث $n_1 > n_2$
- في هذه الحالة يكون $\theta_2 > \theta_1$: ينكسر الشعاع في الوسط 2 مبتعداً عن الناظم
- بتطبيق قانون سنيل – ديكارت نجد $\sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 / n_2$ وهذه النسبة المثلثية يجب أن تكون أصغر من الواحد دوماً، قيمتها تساوي 1 عندما $\theta_2 = 90^\circ$:
- $\dfrac{n_1 \sin\theta_1}{n_2} \leq 1 \quad \Leftarrow \quad \sin\theta_1 \leq \dfrac{n_2}{n_1}$
- لنفترض $\sin\theta_c = \dfrac{n_2}{n_1}$ نسمِّي الزاوية θ_c الزاوية الحدِّية للانعكاس الكلي، فعندما $\theta_1 > \theta_c$ ينعكس الشعاع الوارد انعكاساً كلِّياً في الوسط 1 ولا يوجد أي شعاع منكسر في الوسط 2 عندئذ
- لهذه الظاهرة (الانعكاس الكلي) تطبيق مهم في الألياف الضوئية

7. تطبيق: الموشور العاكس



1. يرد شعاع ضوئي من الزجاج إلى الهواء، فما قيمة زاوية الانعكاس الكلي الحدية.

الحل:

$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$ حيث $n_2 \simeq 1$ للهواء و $n_1 = 1.52$ للزجاج (وسط ورود الضوء)

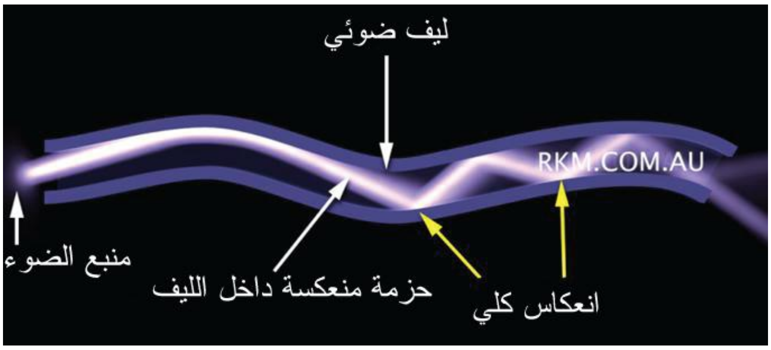
$\sin\theta_c = \frac{1}{1.52} \simeq 0.658 \Leftarrow \theta_c \simeq 41.1^\circ$

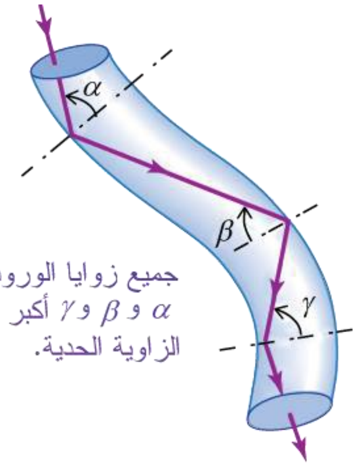
2. بناءً على ذلك، فسِّر انعكاس الضوء في الموشور المبيَّن في الشكل.

الحل:

في هذا الشكل لدينا موشور قائم متساوي الساقين، لزاويتي القاعدة فيه قيمة تساوي 45°، عندما يرد شعاع ضوئي عموديًا على قاعدة الموشور (وتر المثلث القائم) فإنَّه يدخل الموشور بدون انكسار، ثمَّ يلاقي السطح الفاصل بين الزجاج والهواء، ثمَّ يرد الشعاع (داخل الزجاج) على هذا السطح الفاصل مع الهواء بزاوية تساوي 45° أكبر من الزاوية الحدية $\theta_c = 41.1^\circ$ فينعكس انعكاساً كليًّا حتى يلاقي الوجه الآخر، فينعكس عليه انعكاساً كلّياً أيضاً، ثمَّ يرد داخل الزجاج عموديًّا على القاعدة ليخرج من الموشور موازياً للشعاع الوارد في البداية.

8. الليف الضوئي-1

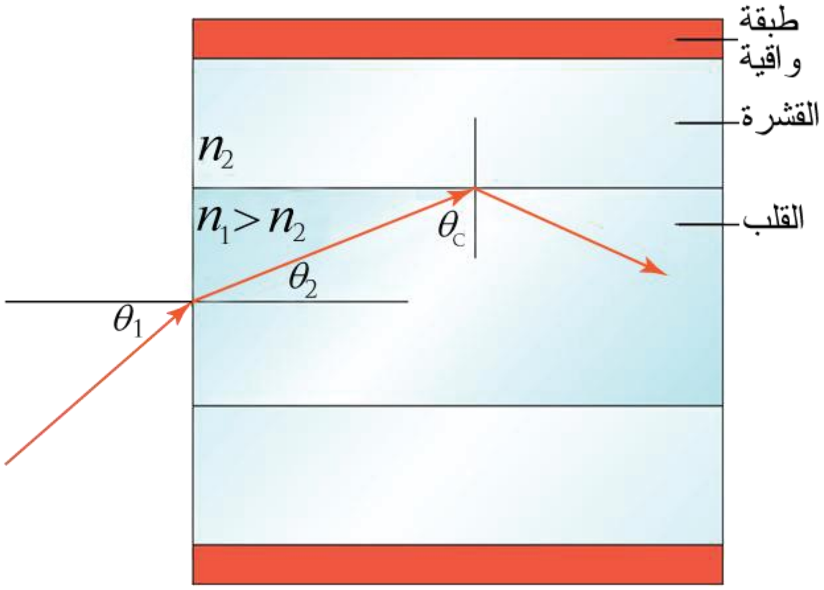




جميع زوايا الورود، مثل α و β و γ أكبر من الزاوية الحدية.

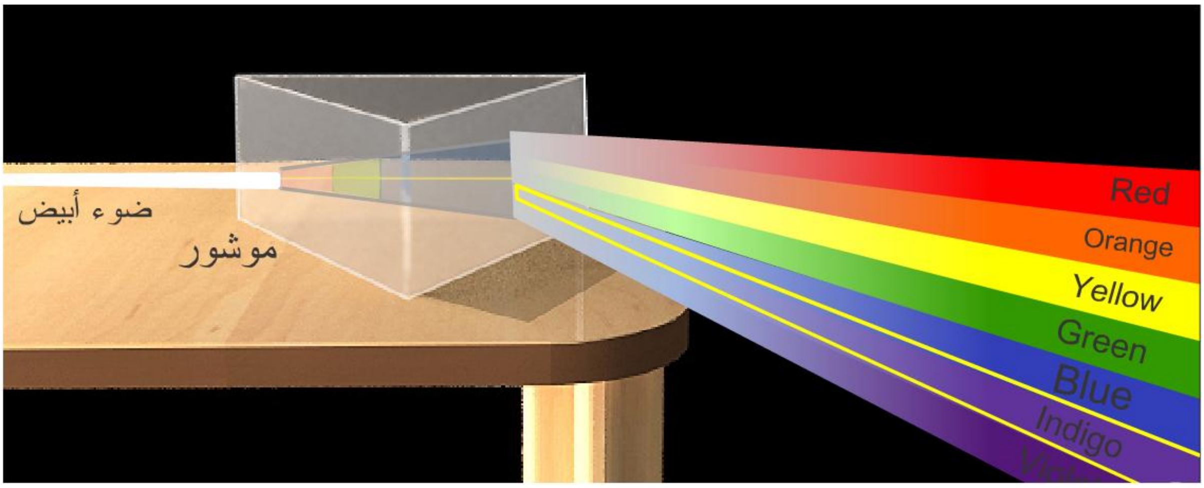
- يمكن تصنيع ألياف ضوئية بأقطار أصغر من أقطار أسلاك النحاس المستعملة في شبكات الاتصالات
- لا يوجد أي تداخل مع الأمواج الخارجية أو التيارات الكهربائية
- تنتقل المعلومات في الألياف الضوئية في حزم ضوئية
- تُستَعمل الألياف الضوئية في الطب والاتصالات وشبكات الأنترنيت (مليارات الكيلومترات من الألياف الضوئية!)

9. الليف الضوئي-2

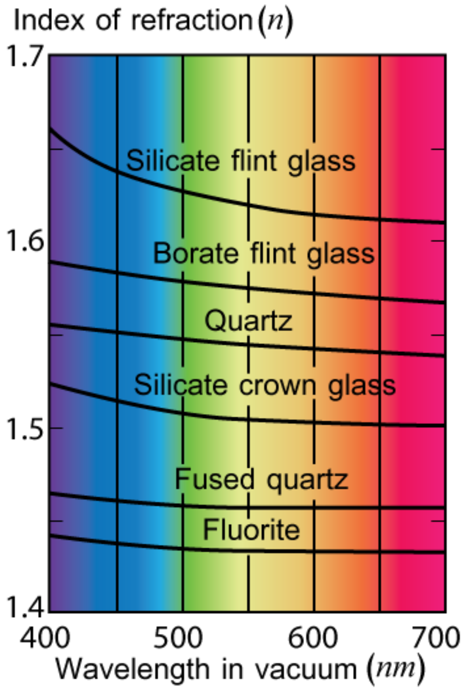


- قرينة انكسار القلب n_1 أكبر من قرينة انكسار القشرة n_2 $(n_1 > n_2)$
- أي شعاع يرد من الهواء إلى القلب سينكسر مقترباً من الناظم
- يسقط الشعاع المنكسر على السطح الفاصل بين القلب والقشرة بزاوية أكبر من الزاوية الحدية θ_c
- يحدث انعكاس كلي داخل الليف حتى يخرج الشعاع الضوئي من طرف الليف الآخر

10. تشتت الضوء



- يتكوَّن الضوء الأبيض من طيف من الأمواج الضوئية المرئية
- سرعة الضوء في الخلاء هي نفسها لجميع الأمواج الضوئية
- تختلف سرعة الضوء في الوسط الشفاف حسب طول الموجة $\lambda = \lambda_0 / n(\lambda)$ حيث $n(\lambda)$ قرينة انكسار الوسط الشفاف، وهي تتعلَّق بطول الموجة كما هو واضح في الشكل لبعض أنواع الزجاج
- تتعلَّق قرينة انكسار الموشور (الزجاجي) بطول الموجة (لون الضوء) لذا ينحرف الضوء الأحمر مثلاً انحرافاً أصغر من انحراف الضوء الأزرق



11. تمارين الفصل 10

التمرين 1:

الظواهر التي تدلُّ على الطبيعة الموجية للضوء هي:

A. التداخل والانعراج
B. انعكاس الضوء وانكساره
C. المفعول الكهرضوئي
D. العدسات المقرِّبة
E. انكسار الضوء في الليف الضوئي

التمرين 2:

الظواهر التي تدلُّ على الطبيعة الحُبَيْبِيَّة للضوء هي:

A. التداخل والانعراج
B. انعكاس الضوء وانكساره
C. المفعول الكهرضوئي
D. العدسات المقرِّبة
E. انكسار الضوء في الليف الضوئي

التمرين 3:

تنتشر الموجة الضوئية في أي وسط شفاف بسرعة:

A. تساوي سرعة الضوء في الخلاء

B. أصغر من سرعة الضوء في الخلاء

C. أكبر من سرعة الضوء في الخلاء

D. تساوي سرعة الصوت في الخلاء

E. أصغر من سرعة الصوت في الهواء

التمرين 4:

إذا كان طول موجة ضوئية في الخلاء $520\,\text{nm}$، فما طولُها عندما تنتشر في زجاج قرينة انكساره 1.45؟

A. 754 nm

B. 520 nm

C. 359 nm

D. صفر

E. 1.45 m

التمرين 5:

تتعلق زاوية ورود الضوء θ_1 على السطح الفاصل بين وسطين شفَّافَيْن بزاوية انكساره θ_2 بالعلاقة:

A. $\sin\theta_2 = \dfrac{n_2}{n_1}\sin\theta_1$

B. $\sin\theta_2 = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta_1$

C. $\sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1$

D. $\cos\theta_2 = \dfrac{n_1}{n_2}\cos\theta_1$

E. $\theta_2 = \theta_1$

التمرين 6:

يحدث الانعكاس الكلي عندما:

A. يرد الضوء من الماء إلى الزجاج

B. يرد الضوء من وسط ضعيف الانكسار إلى وسط شديد الانكسار

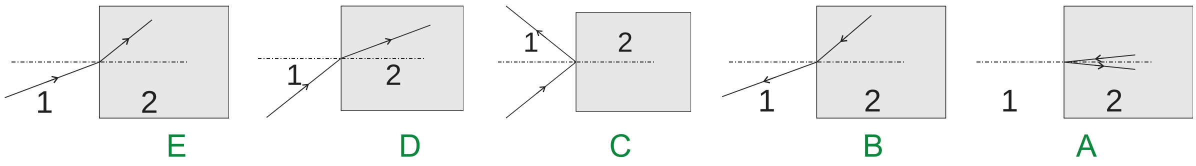
C. يرد الضوء من وسط شديد الانكسار إلى وسط ضعيف الانكسار

D. يرد الضوء من أي وسط شفاف إلى أي وسط شفاف آخر

E. يرد الضوء على المرايا العاكسة فقط

التمرين 7:

أي الأشكال الآتية هو الشكل الصحيح (علماً أنَّ $n_1 < n_2$)؟



التمرين 8:

يرد شعاع ضوئي من الزجاج إلى الماء، فما قيمة زاوية الانعكاس الكلي الحدية، علماً أنَّ قرينة انكسار الماء 1.33 وقرينة انكسار الزجاج 1.62.

A. 0.83 راديان

B. 0.83^{o}

C. 1.2 rad

D. 55.2^{o}

E. لا يمكن أن يحدث الانعكاس الكلي في هذه الحالة

التمرين 9:

يتكوَّن الليف الضوئي من وسطين شفَّافَيْن بحيث:

A. القلب أشدُّ كسراً للضوء من القشرة

B. القشرة أشدَّ كسراً للضوء من القلب

C. يكون للوسطين قرينة الانكسار نفسها

D. تكون ناقلية القلب الكهربائية أكبر من ناقلية القشرة

E. تكون مقاومة القلب أكبر من مقاومة القشرة

التمرين 10:

بأي زاوية θ (مع الناظم) يجب أن يرِدَ الشعاع الضوئي على الليف المبيَّن في الشكل المجاور كي يستطيع الخروج من الوجه الآخر؟

A. $\theta \leq 41.3^{o}$

B. $\theta \geq 41.3^{o}$

C. $\theta \geq 67.8^{o}$

D. $\theta \leq 67.8^{o}$

E. مهما كانت زاوية الورود θ.

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال الخطأ
التمرين 1	(A)	راجع الشريحة 2
التمرين 2	(C)	راجع الشريحة 2
التمرين 3	(B)	راجع الشريحة 2
التمرين 4	(C)	راجع الشريحة 2
التمرين 5	(B)	راجع الشريحة 3
التمرين 6	(C)	راجع الشريحة 6
التمرين 7	(D)	راجع الشريحتين 3 و 4
التمرين 8	(D)	راجع الشريحتين 6 و 7
التمرين 9	(A)	راجع الشريحتين 8 و 9
التمرين 10	(A)	راجع الشرائح 6 و 7 و 8 و 9

الفصل الحادي عشر:
العدسات

الكلمات المفتاحية:

عدسة رقيقة، عدسة مبعِّدة، عدسة مقرِّبة، قانون العدسات، خيال، صورة، تكبير، منظار.

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بالعدسات الرقيقة وأنواعها، وبتشكُّل الأخيلة في العدسة الرقيقة، وبقانون العدسات، وتطبيقها في المنظار.

يهدف هذا الفصل إلى التعرُّف على العدسات الرقيقة وأنواعها وقانونها وبعض تطبيقاتها.

أهداف تعليمية:

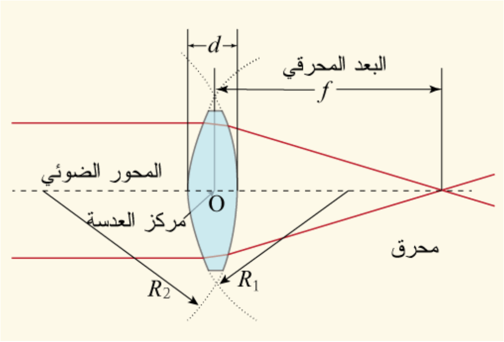
يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- العدسة الرقيقة
- العدسة المقرِّبة وخصائصها
- العدسة المبعِّدة وخصائصها
- تشكيل الأخيلة في العدسات وإنشاؤها هندسيًّا بالرسم
- قانون العدسات والتكبير
- تطبيق: المنظار

المخطط:

1. تعريف العدسة الرقيقة
2. خصائص العدسة المقرِّبة
3. خصائص العدسة المُبَعِّدة
4. قانون العدسات
5. تمرين محلول 1
6. تمرين محلول 2
7. تمرين غير محلول
8. تطبيق: المنظار 1-Telescope
9. تطبيق: المنظار 2-Telescope
10. تمارين الفصل 11

1. تعريف العدسة الرقيقة

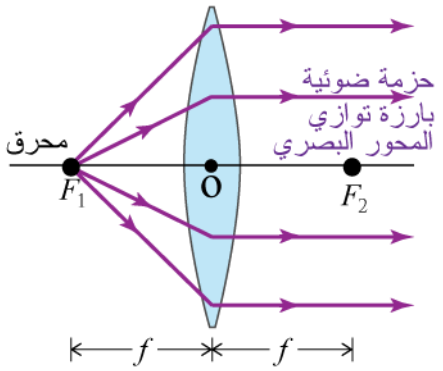


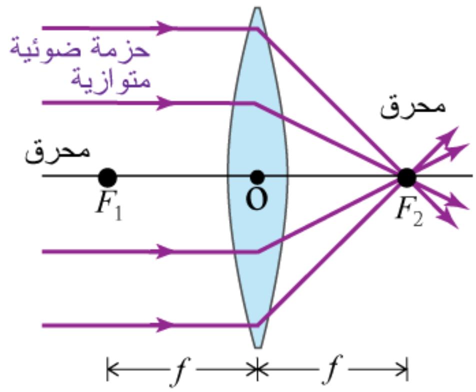
العدسات عنصر من أكثر العناصر الضوئية استعمالاً (بعد المرآة المستوية) في التطبيقات مثل النظارات الطبية، كاميرات التصوير، جهاز الإسقاط في قاعة المحاضرات ...الخ وكذلك لها تطبيقات مهمَّة في شتى أنواع العلوم (الاتصالات والفيزياء والجيولوجيا ...)

تعريف العدسة: عنصر ضوئي مكوَّن من وسط شفاف محصور بين سطحين كروِّيَّيْن، الوسط الشفاف في العدسة هو غالباً نوع من أنواع الزجاج.

العدسة الرقيقة هي عدسة ذات سماكة رقيقة مقارنةً بنصفي قطري وجهيها ($d \ll R_1$ و $d \ll R_2$)

2. خصائص العدسة المقرِّبة





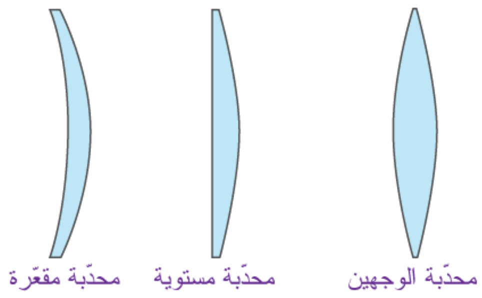
1. الأشعة الواردة بشكل يوازي محور العدسة البصري تبرز منها مارةً من المحرق F_2.

2. الأشعة الضوئية الواردة مارَّة من محرق العدسة $F1$ تبرز منها موازيةً لمحورها البصري.

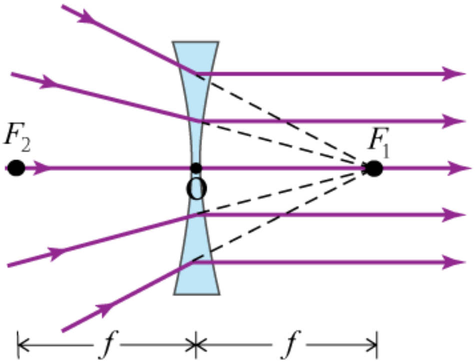
3. كل شعاع ضوئي يرِدُ على العدسة الرقيقة ماراً من مركزها O يبرز منها بدون أي انحراف

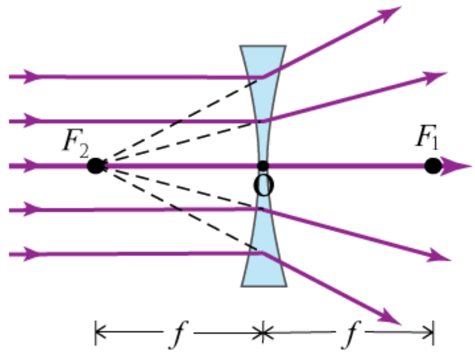
4. كلُّ عدسة ذات حواف رقيقة هي عدسة مُقرِّبة

5. البعد المحرقي موجب في العدسة المقرِّبة $f > 0$

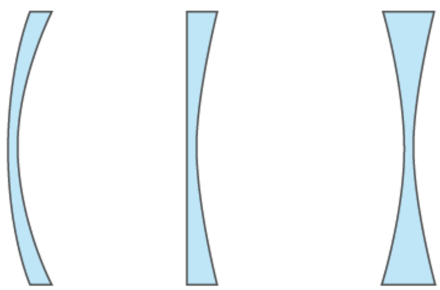


3. خصائص العدسة المبَعِّدة

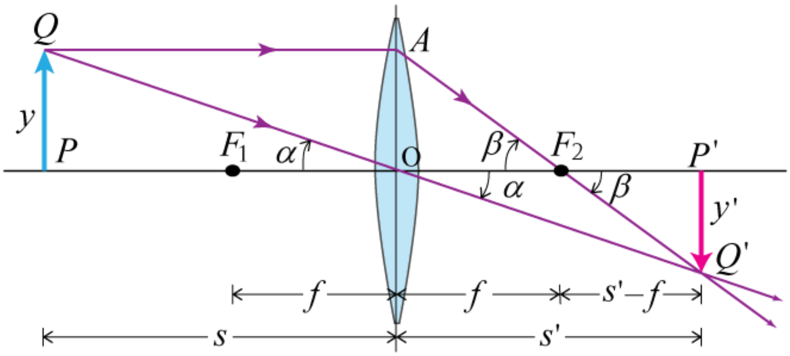




1. الأشعة الواردة بشكل يوازي محور العدسة البصري تبرز منها بحيث يمر ممدَّدُها من المحرق F2.
2. الأشعة الضوئية الواردة بحيث يمرُّ مُمَدَّدها من محرق العدسة F1 تبرز منها موازيةً لمحورها البصري.
3. كل شعاع ضوئي يرِدُ على العدسة الرقيقة ماراً من مركزها O يبرز منها بدون أي انحراف
4. كلُّ عدسة ذات حواف سميكة هي عدسة مُبعَّدة
5. البعد المحرقي سالب في العدسة المبعِّدة $f > 0$



4. قانون العدسات



- بُعد الجسم PQ عن العدسة هو $s = \mathrm{OP}$ موجب إذا كان الجسم والأشعة الواردة في الجهة نفسها بالنسبة للعدسة (في الشكل $s > 0$)
- بُعد الخيال $\mathrm{P'Q'}$ عن العدسة هو $s' = \mathrm{OP'}$ موجب إذا كان الخيال والأشعة البارزة في الجهة نفسها بالنسبة للعدسة (في الشكل $s' > 0$)
- طول الجسم $y = \mathrm{PQ}$ وطول الخيال $y' = \mathrm{P'Q'}$ موجبان إذا كانا موجهان نحو الأعلى (في الشكل $y > 0$ و $y' < 0$)
- بالاعتماد على تشابه المثلثات نستنتج قانون العدسات الآتي:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

- نسبة التكبير العرضية:

$$m = -\frac{y'}{y}$$

الشرح

بالنظر على الشكل نجد أنَّ المثلثين PQO و $\mathrm{P'Q'O}$ متشابهان، لذا $\frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'}$ أو

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \qquad (1)$$

حيث أضفنا إشارة ناقص (−) لأنَّ $y' < 0$ (الخيال مقلوب في هذا الشكل، لكنَّ العلاقة تبقى صحيحة في جميع الحالات).

وكذلك المثلثان اليساريَّان $\mathrm{OAF_2}$ و $\mathrm{P'Q'F_2}$ متشابهان، لذا $\frac{y}{f} = -\frac{y'}{s'-f}$ أو

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'-f}{f} \qquad (2)$$

بمطابقة العلاقتين (1) و(2) نستنتج: $-\frac{s'}{s} = -\frac{s'-f}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{s'}{s} = \frac{s'}{f} - 1$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$ وهو قانون العدسات الرقيقة (المقرِّبة أوالمبَعِّدة)

ولنؤكِّد على اصطلاح الإشارات كما هو مبيَّن في الشريحة، أمَّا البعد المحرقي فيؤخذ موجباً في العدسات المقرِّبة $(f > 0)$، في حين يؤخذ البعد المحرقي سالباً في العدسات المبَعِّدة $(f < 0)$.
الجسم الوهمي هو جسم ناجم عن تلاقي مُمَدَّات الأشعة الضوئيَّة، وكذلك عندما يتشكَّل الخيال من تلاقي مُمَدَّدات الأشعة الضوئية يكون الخيال وهميًّا.

5. تمرين محلول 1

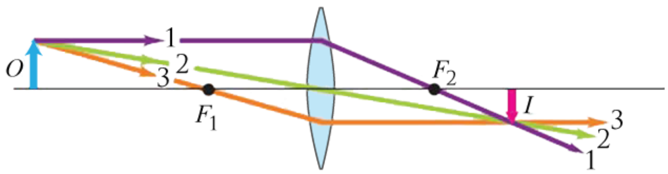
يوضع جسم صغير أمام عدسة مقرّبة عموديًّا على محورها البصري. بُعْدُ العدسة المحرقي يساوي $20\,\text{cm}$، أنشئ خيال هذا الجسم بالرسم، ثمَّ حدِّد موقعه بالحساب إذا كانَ بُعْد الجسم عن مركز العدسة: 50 cm، 20 cm، 15 cm، الجسم وهمي على بُعْد 40 cm

تحديد موقع الخيال

العدسة مقرِّبة، لذا $f = 20\,\text{cm} > 0$ ، ونحدِّد موقع الخيال بتطبيق قانون العدسات:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{s-f}{s \times f} \Rightarrow s' = \frac{s \times f}{s - f}$$

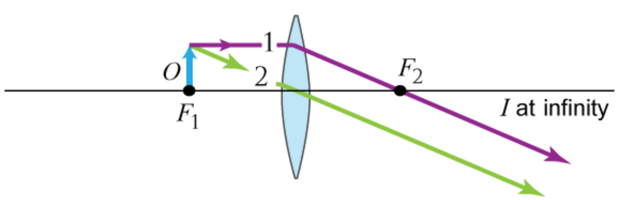
حل الطلب الاول



الجسم حقيقي $s = 50\,\text{cm} \Rightarrow s' = \dfrac{50 \times 20}{50 - 20} = 33.3\,\text{cm}$

الخيال حقيقي مقلوب لأنَّ $m = -\dfrac{s'}{s} = -0.67 < 0$

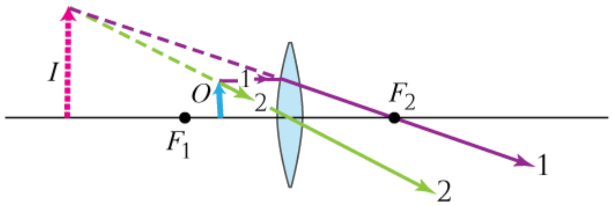
حل الطلب الثاني



الجسم حقيقي $s = 20\,\text{cm} = f$ واقع عند المحرق، لذا خياله حقيقي في اللانهاية.

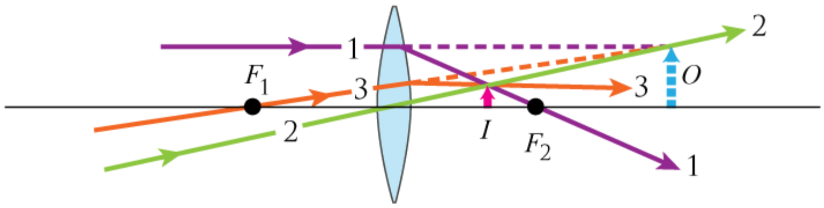
حل الطلب الثالث

الجسم حقيقي $s = 15\,\text{cm} \Leftarrow$ $\qquad s' = \dfrac{15 \times 20}{15 - 20} = -60\,\text{cm}$



الخيال وهمي صحيح (غير مقلوب) لأنَّ $m = -\dfrac{s'}{s} = +3 > 0$

حل الطلب الرابع



الجسم وهمي $s = -40\,\text{cm} \Leftarrow$ $s' = \dfrac{(-40) \times 20}{(-40) - 20} = +13.3\,\text{cm}$

الخيال وهمي صحيح (غير مقلوب) لأنَّ $m = -\dfrac{s'}{s} = +0.33$

لاحظ كيف ننشئ خيالَ الجسم باستعمال الأشعة الضوئية 1 و2 أو 1 و3 أو2 و3:

الشعاع 1 يوازي المحور البصري، لذا فهو يبرز من العدسة مارًّا من محرقها F2،

الشعاع 2 يمر من مركز العدسة، لذا فهو يبرز بدون أي انحراف،

الشعاع 3 يمر من F1 لذا فهو يبرز موازياً لمحور العدسة البصري ...

6. تمرين محلول 2

يوضع جسم صغير عموديًّا على المحور البصري لعدسة مبعِّدة، بُعدها المحرقي 20 cm. نريد استعمال هذه العدسة لتشكيل خيال وهمي صحيح (غير مقلوب) لجسم حقيقي، بحيث طول الخيال يساوي ثلث طول الجسم. أين يجب أن يوضَع الجسم؟ وأين ستتشكل صورتُه؟ أنشئ تلك الصورة بالرسم.

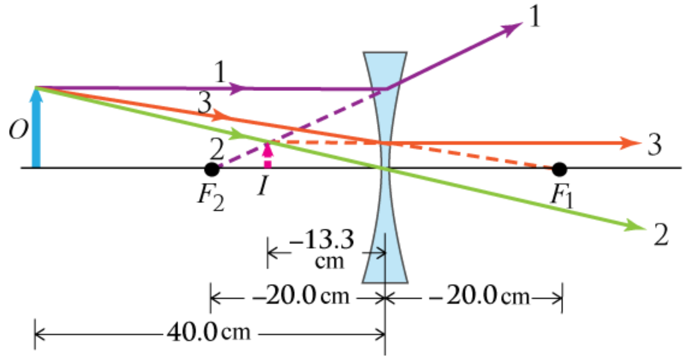
الحل

العدسة المستعملة عدسة مبعِّدة، لذا $f = -20\,\mathrm{cm}$ (سالب)

لدينا $m = +1/3$ لأنَّ الخيال صحيح، لذا $\frac{1}{3} = -\frac{s'}{s} = m$ ، إذن $\frac{-1}{3} = \frac{s'}{s}$ أو $s' = -\frac{s}{3}$

وبحسب قانون العدسات لدينا $\frac{1}{f} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{s}$ لذا $\frac{1}{s} + \frac{1}{-s/3} = -\frac{2}{s} = -\frac{1}{20}$

نستنتج من ذلك $s = +40\,\mathrm{cm}$: أي يجب أن نضع الجسم على بعد 40 cm عن العدسة، ستقع صورة الجسم بحيث $s' = -\frac{s}{3} = -13.3\,\mathrm{cm}$ ، أي ستقع الصورة مع الجسم في نفس الجهة بالنسبة للعدسة، كما هو واضح في الرسم الآتي:

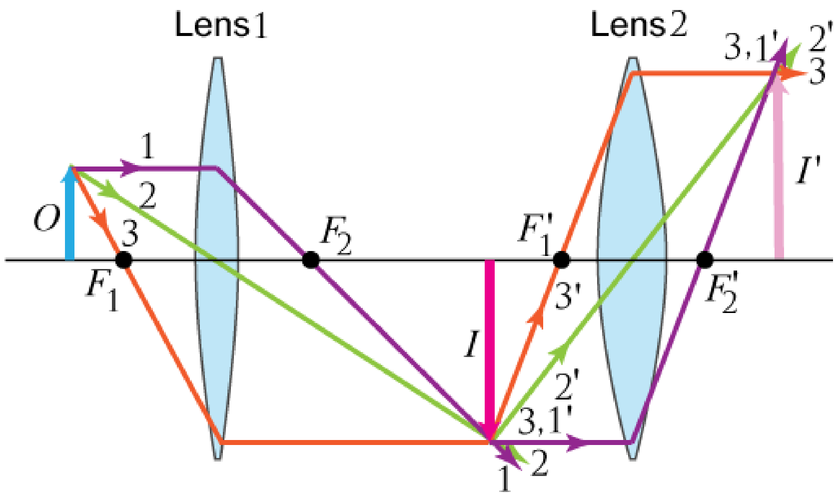


7. تمرين غير محلول

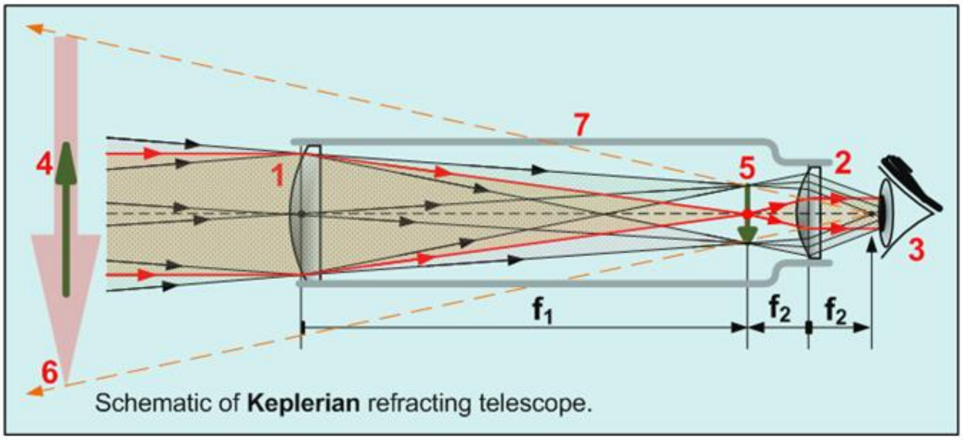
تتكون جملة بصرية من عدستين مقرِّبتين 1 و2، لهما المحور البصري نفسه، بعداهما المحرقيَّيْن هما على الترتيب $f_1 = 8.0\,\text{cm}$ ؛ و $f_2 = 6.0\,\text{cm}$ والمسافة بينهما 36.0 cm. يوضَع جسم طوله 8.0 cm على يسار العدسة 1 ويبعد عنها بمقدار 12.0 cm. حدِّد موقع الصورة النهائية لهذا الجسم، وطولها وطبيعتها (وهمية أم حقيقيَّة، صحيحة أم مقلوبة). أنشئ تلك الصورة بالرسم.

توجيه: الصورة المتشكِّلة في العدسة 1 هي الجسم بالنسبة للعدسة 2.

يجب أن تكون قادراً على رسم شكل شبيه بالشكل الآتي:



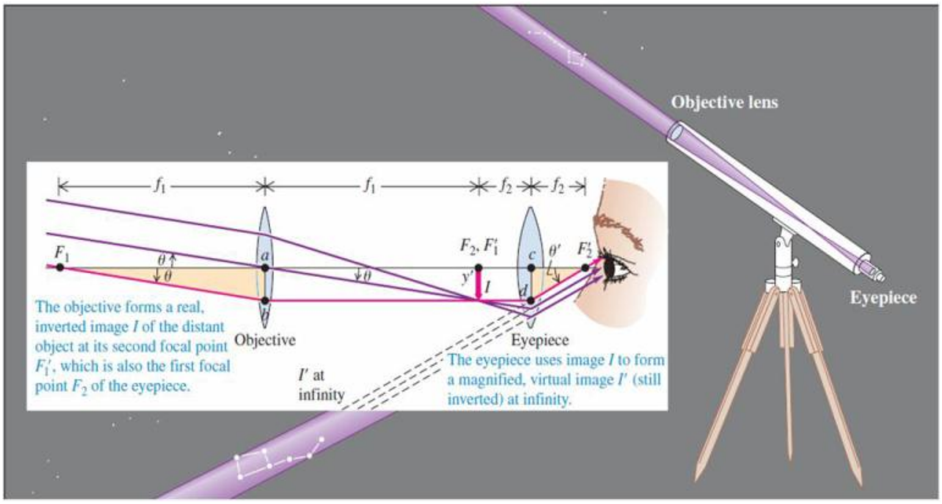
8. تطبيق: المنظار 1–Telescope



Schematic of **Keplerian** refracting telescope.

- المنظار (أو التيليسكوب) هو عنصر بصري يُستَعمَل لمشاهدة أجسام بعيدة جدًّا (في اللانهاية) فيجمِّع الضوء في محرق عدسة 1، ثمَّ يشكِّل لتلك الأجسام صورة مكبَّرة في عدسة 2 بحيث يمكن رؤيتها بالعين مباشرة.
- في الشكل يتكوَّن المِنظار من عدستين مقرِّبَتَيْن 1 و2، تشكِّل العدسة الأولى (وتُدعى الجسميَّة) لجسم واقع في اللانهاية صورة 5 عند محرقها، وتُحرَّك العدسة 2 (وتُدعى العينيَّة) بحيث ينطبق محرقها مع محرق العدسة الأولى، وتشكِّلُ هذه العدسة الثانية للصورة الأولى 5 صورةً نهائية 6 مكبَّرة وواقعة في اللانهاية.

9. تطبيق: المنظار 2−Telescope



- في هذا الشكل نجد $\theta = -y' / f_1$ و $\theta' = y' / f_2$
- عندما نحصل على صورة نهائية في اللانهاية تكون المسافة بين العدستين (العينيَّة والجسميَّة) تساوي مجموع بعديهما المحرقيَّيْن.
- التكبير الزاويّ هو: $M = \dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{-y' / f_2}{y' / f_1} = -\dfrac{f_1}{f_2}$
- مثال: إذا كان البعد المحرقي للعينيَّة $9.0\,\text{cm}$ والمسافة بين العدستين $1.80\,\text{m}$ فما قيمة التكبير الزاوي لهذا المِنظار؟

$f_1 = 180 - 9 = 179\,\text{cm}$ ، $f_2 = 9.0\,\text{cm}$ لذا $M = -\dfrac{179}{9.0} \simeq 20$

.10 تمارين الفصل 11

التمرين 1:

العدسة الرقية هي عدسة:

A. سمكها كبير مقارنة بارتفاعها

B. سمكُها صغير مقارنة بارتفاعها

C. ارتفاعها صغير مقارنة بنصفي قطري وجهيها

D. سمكُها صغير مقارنة بنصفي قطري وجهيها

E. أي عنصر ضوئي مكوَّن من الزجاج

التمرين 2:

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

A. كلُّ عدسة رقيقة ذات حوافّ رقيقة هي عدسة مبعِّدة

B. كلُّ عدسة رقيقة ذات حوافّ سميكة هي عدسة مقرِّبة

C. كلُّ عدسة رقيقة ذات حوافّ رقيقة هي عدسة مقرِّبة

D. كلُّ عدسة رقيقة محدَّبة الوجهين هي عدسة مبعِّدة

E. كلُّ عدسة رقيقة مقعَّرة الوجهين هي عدسة رقيقة

التمرين 3:

يعطي قانون العدسات العلاقة بين (s) بعد الجسم عن عدسة رقيقة و(s') بُعد خيالها عنها و f بُعد العدسة المحرقي، وهو يمكن أن يُكتب كما يلي:

A. $s = s'f \,/\, (s' + f)$

B. $s' = sf \,/\, (s - f)$

C. $s' = sf \,/\, (s + f)$

D. $\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

E. $\frac{s'}{s} = \frac{1}{f}$

التمرين 3:

يوضع جسم صغير أمام عدسة رقيقة مقرِّبة عموديًّا على محورها البصري. المسافة بين الجسم ومركز العدسة 50 cm وبُعْدُ العدسة المحرقي يساوي 10 cm، فتشكِّل العدسة لهذا الجسم خيالاً يبعد عن مركز العدسة البصري بمقدار:

A. 8.3 cm

B. 12.5 cm

C. 10 cm

D. 50 cm

E. مسافة لانهائية

التمرين 4:

يوضع جسم صغير أمام عدسة رقيقة مبعِّدة عموديًّا على محورها البصري. المسافة بين الجسم ومركز العدسة 50 cm وبُعْدُ العدسة المحرقي يساوي 10 cm، فتشكِّل العدسة لهذا الجسم خيالاً يبعد عن مركز العدسة البصري بمقدار:

A. −8.3 cm

B. −12.5 cm

C. −10 cm

D. −50 cm

E. مسافة لانهائية

التمرين 5:

يوضع جسم صغير، طوله $5.0\,\text{cm}$ أمام عدسة رقيقة مبعِّدة عموديًّا على محورها البصري. المسافة بين الجسم ومركز العدسة 45 cm وبُعْدُ العدسة المحرقي يساوي 30 cm، فتشكِّل العدسة لهذا الجسم خيالاً:

A. صحيحاً طولُه 2.0 cm

B. مقلوباً طولُه 2.0 cm

C. صحيحاً طولُه 7.5 cm

D. مقلوباً طولُه 7.5 cm

E. كبيراً جدًّا في اللانهائية

التمرين 6:

يوضع جسم صغير عموديًّا على المحور البصري لعدسة مقرِّبة، بُعدها المحرقي 20 cm. نريد استعمال هذه العدسة لتشكيل خيال وهمي صحيح (غير مقلوب) لجسم حقيقي، بحيث طول الخيال يساوي ثلثي طول الجسم. على أي بُعد s يجب أن يوضَع الجسم؟

A. $s=-20$ cm

B. $s = +80$ cm

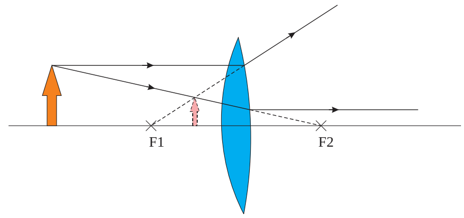
C. $s=-10$ cm

D. $s=+20$ cm

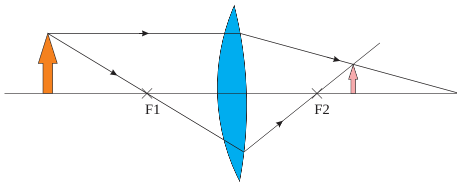
E. $s=-40$ cm

التمرين 7:

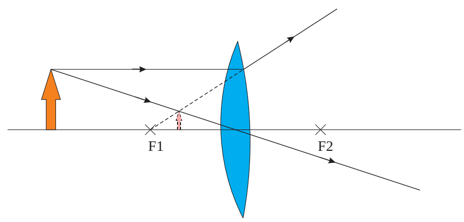
اختر الشكل الصحيح فيما يلي:



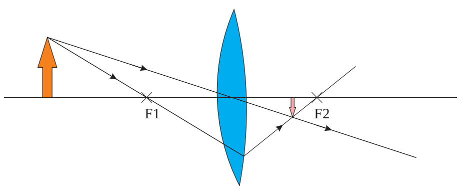
(A)



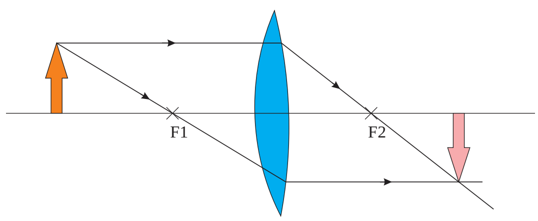
(B)



(C)



(D)



(E)

التمرين 8:

يتكوَّن المنظار من:

A. عدستين مبعِّدَتين تقع إحداهما في محرق الأخرى

B. عدستين مقرِّبتين تقع إحداهما في محرق الأخرى

C. عدستين مقرِّبتين ينطبق محرق إحداهما على محرق الأخرى

D. عدستين مبعِّدَتَيْن ينطبق محرق إحداهما على محرق الأخرى

E. عدستين مبعِّدتين ينطبق محرق إحداهما على مركز الأخرى

التمرين 9:

بنفترض منظاراً، بحيث البعد المحرقي للعينيَّة $6.0\,cm$ والمسافة بين العدستين $1.20\ m$ فما قيمة التكبير الزاوي لهذا المِنظار؟

A. 0.8

B. 20

C. 5

D. 19

E. 6

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال الخطأ
التمرين 1	(D)	راجع الشريحة 2
التمرين 2	(C)	راجع الشريحتين 2 و 3
التمرين 3	(B)	راجع الشريحتين 2 و 3
التمرين 3	(B)	راجع الشريحتين 4 و 5
التمرين 4	(A)	راجع الشريحتين 4 و 5
التمرين 5	(B)	راجع الشريحتين 4 و 5
التمرين 6	(A)	راجع الشريحة 6
التمرين 7	(E)	راجع الشريحتين 2 و 6
التمرين 8	(D)	راجع الشريحتين 8 و 9
التمرين 9	(D)	راجع الشريحة 9

الفصل الثاني عشر:
تداخل الضوء وانعراجه

الكلمات المفتاحية:

تداخل، انعراج، أهداب مضيئة، أهداب عاتمة، يونغ، شِقّ، فرونهوفار، فرينيل، هويغينز، شبكة انعراج.

ملخص:

يتضمن هذا الفصل تعريفاً بظاهرة تداخل الضوء وشروط حدوثه، وبظاهرة انعراج الضوء وأنواعه، وبشبكات الانعراج وتطبيقاتها.

يهدف هذا الفصل إلى التعرُّف على ظاهرتي تداخل الأمواج الكهرطيسية وانعراجها.

أهداف تعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

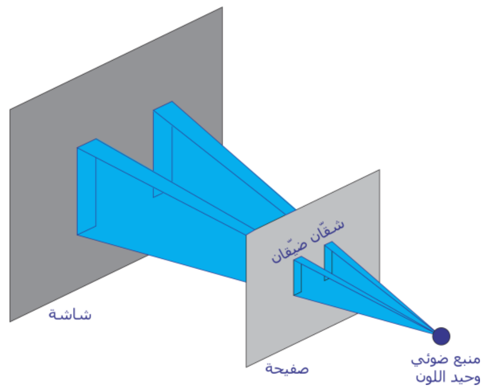
- تجربة شِقَّيْ يونغ
- ظاهرة تداخل الضوء وشروط حدوثه
- ظاهرة انعراج الضوء وأنواع الانعراج
- شبكة الانعراج

المخطط:

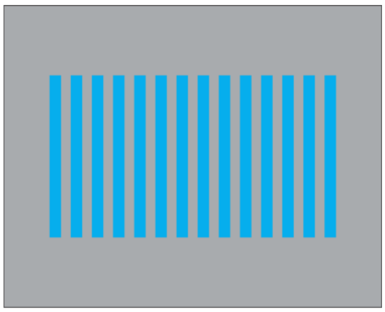
1. هل الضوء الهندسي يكفي؟
2. تداخل الضوء
3. حالة منبعَيْن ضوئيَّيْن
4. انعراج فرونهوفار
5. انعراج الضوء
6. أنواع الانعراج
7. انعراج فرونهوفار Fraunhofer
8. تمرين محلول
9. تطبيق: شبكة الانعراج
10. تمرين محلول
11. تمارين الفصل 12

1. هل الضوء الهندسي يكفي ؟

عرضنا في الفصل 10 أنَّ للضوء طبيعة موجيَّة وحُبَيْبِيَّة، في الفصل 11 استعملنا تقريب الضوء الهندسي: الضوء أشعة مستقيمة، لكن هل يكفي الضوء الهندسي (أي الأشعة الضوئية) لتفسير الظاهرة الآتية؟



هذا ما نتوقَّع حدوثه بناءً على الضوء الهندسي برسم الأشعة الضوئية التي يمكن أن تعبر الشقَّيْن

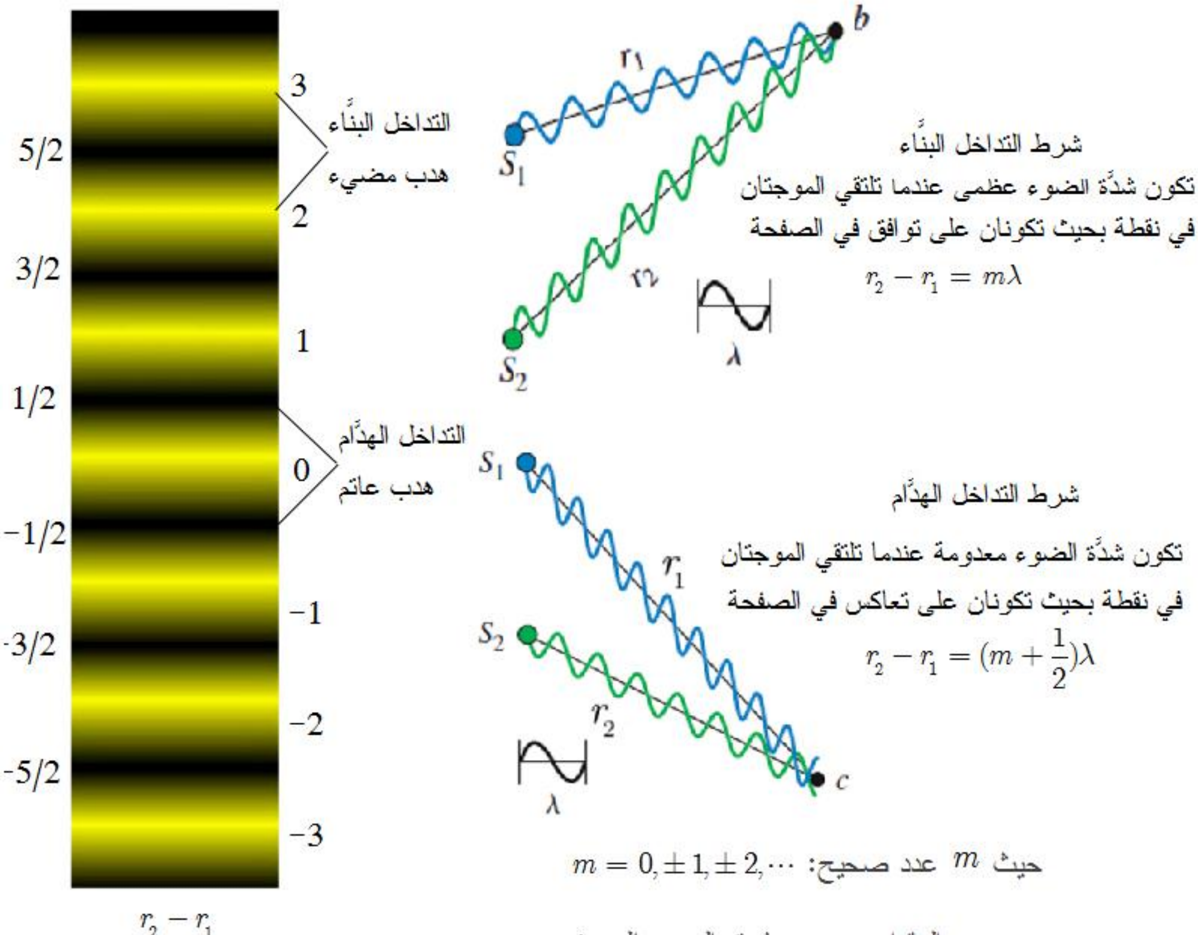


وهذا ما نحصل عليه في التجربة

عوضاَ عن بقعتين على الشاشة نحصل على عدَّة بقع مضيئة، تخمد شدَّتها مع الابتعاد عن المركز، وهي متباعدة فيما بينها بانتظام ويفصل بينها مناطق عاتمة! تُدعى هذه الظاهرة: ظاهرة تداخل الضوء لتفسير هذه الظاهرة ندخل في مجال "الضوء الفيزيائي"، حيث نأخذ بالحسبان الطبيعة الموجية للضوء.

2. شروط حدوث تداخل الضوء

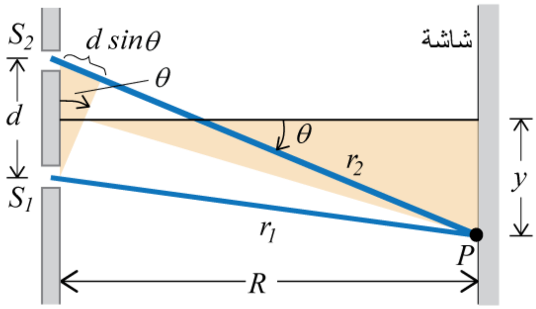
يحدث التداخل عندما تلتقي الموجتان الضوئيَّتان الواردتان من منبعين متماثلين (شقَّي يونغ في التجربة السابقة)، فيكون لهما التردُّد نفسه (اللون نفسه Monochromatic Light) وفرق الصفحة بينهما ثابت. نقول في هذه الحالة أنَّ المنبعين متماسكان Coherent Sources. أفْضَلُ منبع للضوء وحيد اللون هو المنبع الليزري.



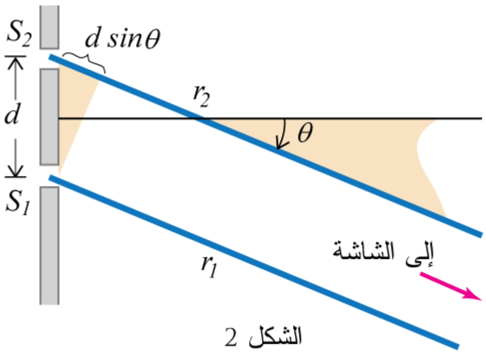
يدعى المقدار $r_2 - r_1$ فرق المسير الضوئي

3. حالة منبعَيْن ضوئيَّيْن

في تجربة يونغ يكون لدينا الشكل 1:



الشكل 1



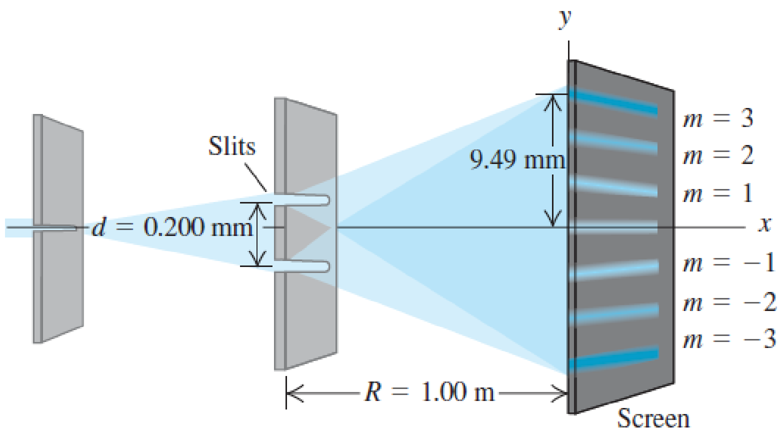
الشكل 2

وعندما تكون المسافة بين الشاشة ومستوي المنبعَيْن كبيرة جدًّا مقارنةً مع المسافة بين المنبعين كما في الشكل 2 يمكن افتراض المستقيمين S_1P و S_2P متوازيَيْن ويكون فرق المسير الضوئي:

$$r_2 - r_1 = d\sin\theta$$

- نحصل على هدب مضيء في حالة التداخل البنَّاء وذلك عندما $d\sin\theta = m\lambda$ (m عدد صحيح)
- نحصل على هدب عاتم في حالة التداخل الهدَّام وذلك عندما $d\sin\theta = (m+\frac{1}{2})\lambda$ (m عدد صحيح)
- على الشكل نجد $y = R\tan\theta$ ولأنَّ الأهداب تقع تجريبيًّا في جوار المركز على الشاشة، ولأنَّ R كبيرة جدًّا فإنَّ $\tan\theta \simeq \sin\theta$ لذا يقع مركز الهدب المضيء عند $y_m = \frac{R}{d}m\lambda$.
- المسافة بين مركزي هدبين مضيئَيْن متتاليَيْن هي $\delta = y_{m+1} - y_m = \frac{R}{d}\lambda$

4. تمرين محلول



استنتج طول الموجة الضوئية في التجربة الموضَّحة في هذا الشكل.

الحـل:

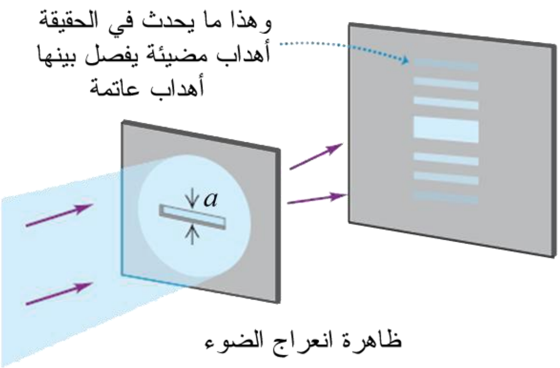
نلاحظ في هذه التجربة (على الشكل) أن مركز الهدب المضيء الموافق لـ $m = 3$ يقع على بعد $y_3 = 9.49\,\mathrm{mm}$ عن المبدأ،

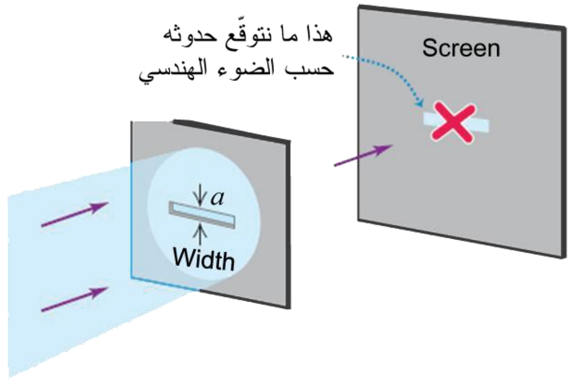
لذا نستنتج من العلاقة $y_m = m\dfrac{R}{d}\lambda$ أنَّ:

$$\lambda = \frac{y_m d}{mR} = \frac{(9.49\times10^{-3})(0.200\times10^{-3})}{3\times1.00} = 6.33\times10^{-5}\,\mathrm{m}$$

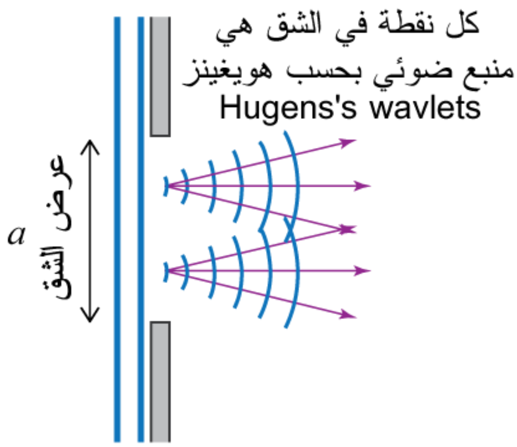
$$\lambda = 0.633\,\mu\mathrm{m} = 633\,\mathrm{nm}$$

5. انعراج الضوء





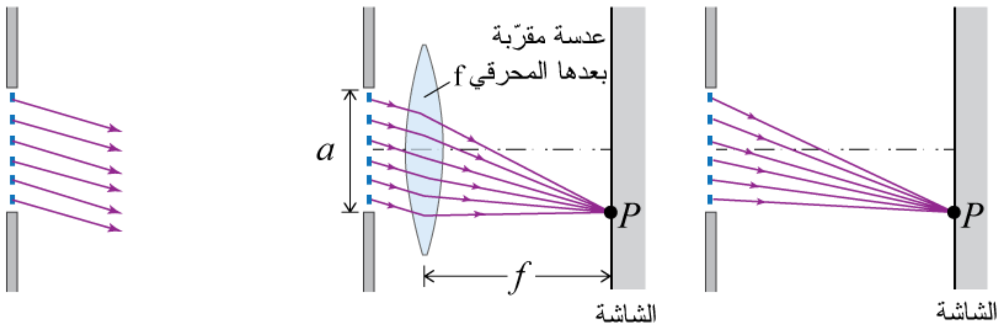
الضوء المستخدم أحادي اللون وعرض الشق صغير جدًّا (بضع ميكرو متر μm)



تفسير هويغينز Hugens

- كل نقطة في الشق هي منبع ضوئي
- الأمواج الصادرة من مختلف نقاط الشق تلتقي عند نقاط الشاشة ويحدث فيما بينها تداخل بنَّاء أو هدّام حسب فرق المسير الضوئي

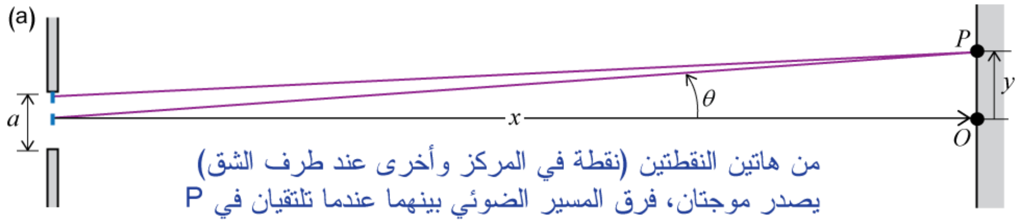
6. أنواع الانعراج



انعراج فرينيل Fresnel
الشاشة قريبة من الشق

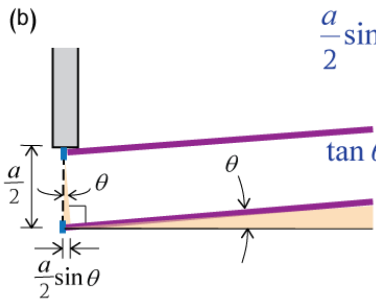
انعراج فرونهوفر Fraunhofer
الشاشة بعيدة جدّاً عن الشق بحيث يمكن افتراض
الأشعة الصادرة عن مختلف نقاط الشق متوازية
نظهر الأهداب على شاشة قريبة من الشق
باستعمال عدسة مقرّبة،
ويظل الانعراج انعراج فرونهوفر

7. انعراج فرونهوفار Fraunhofer



من هاتين النقطتين (نقطة في المركز وأخرى عند طرف الشق) يصدر موجتان، فرق المسير الضوئي بينهما عندما تلتقيان في P هو $\frac{a}{2}\sin\theta$ ، لذا نحصل على هدب عاتم عند P عندما

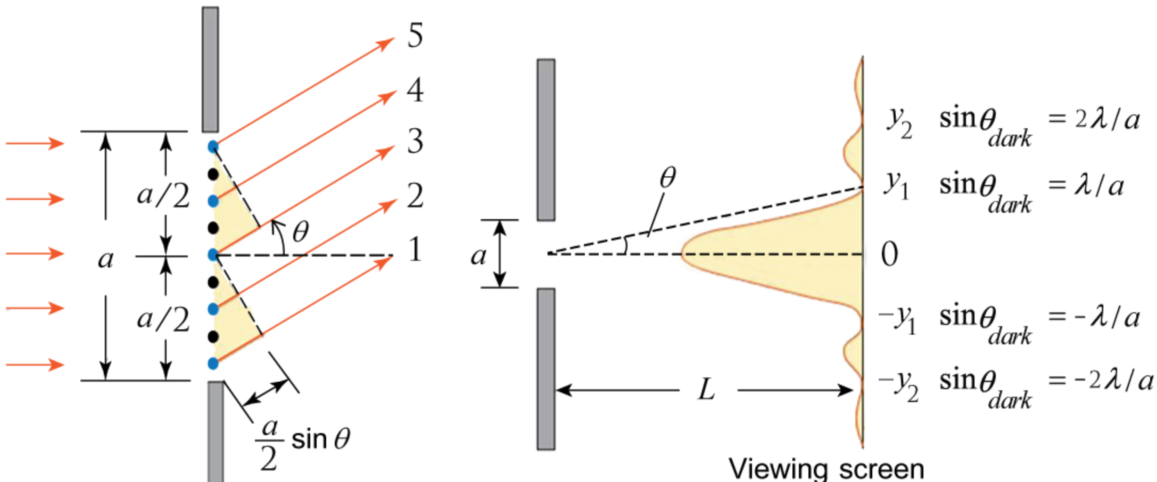
$$\frac{a}{2}\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{2}$$



الشاشة بعيدة جداً عن الشق، لذا يكون $\tan\theta \simeq \sin\theta$

ومنه نستنتج:

$$y_m = \chi\frac{m\lambda}{a}$$



- نحصل في مركز الشاشة على هدب مضيء عريض
- نحصل على الشاشة على هدب عاتم عند كل $\sin\theta = m\frac{\lambda}{a}$ (m عدد صحيح)

- الشاشة بعيدة جدًّا عن الشق، لذا $\tan\theta \simeq \sin\theta$ ، ولدينا $y_m = x\tan\theta \simeq x\sin\theta$ ، حيث x المسافة بين الشاشة والشق، لذا نحصل على هدب عاتم عند كل $y_m = x\dfrac{m\lambda}{a}$
- في الواقع عندما نمثِّل الشدَّة الضوئية على الشاشة بدلالة y نحصل على شكل كالآتي:
- عرض الهدب المركزي المضيء يساوي $2y_1$، وعرض أي هدب مضيء آخر يساوي y_1 (علل ذلك).

8. تمرين محلول

نستعمل في تجربة انعراج الضوء ضوءً طول موجته $580\,\mathrm{nm}$ وشقًّا عرضُه $0.030\,\mathrm{mm}$، ونعرض الأهداب على شاشة تقع على بعد $2.00\,\mathrm{m}$ عن الشقّ. حدِّد موقع الهدب العاتم الأوَّل وعرضَ الهدب المركزي المضيء.

الحـل:

لاحظ في البداية أنَّ الشاشة بعيدة جدًّا عن الشق ($x = 2.00\,\mathrm{m}$ و $a = 0.030\,\mathrm{mm}$)

موقع الهدب العاتم الأوَّل هو عند $y_1 = \pm x\dfrac{\lambda}{a}$ ($m = \pm 1$)، أي:

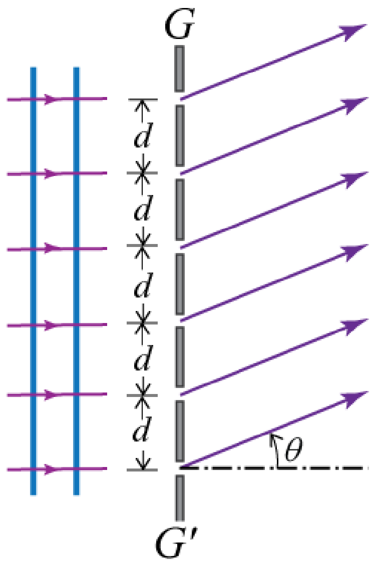
$$y_1 = \pm 2.00 \times \frac{580\times 10^{-9}}{0.030\times 10^{-3}} = \pm 3867\times 10^{-5}\ \mathrm{m} \simeq \pm 3.87\,\mathrm{cm}$$

بين هذين الهدبين العاتمين يوجد هدب مضيء مركزي (الهدب ذو الرتبة 0)، فيكون عرض الهدب المركزي المضيء:

$$w = 2\times 3.87 = 7.74\,\mathrm{cm}$$

تدريب: احسب عرض الهدب المضيء ذو الرتبة الأولى (الجواب 3.87 cm).

9. تطبيق: شبكة الانعراج

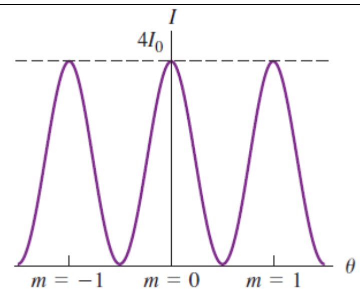
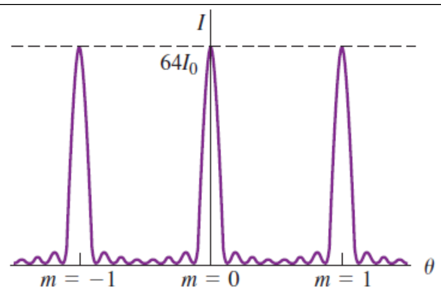
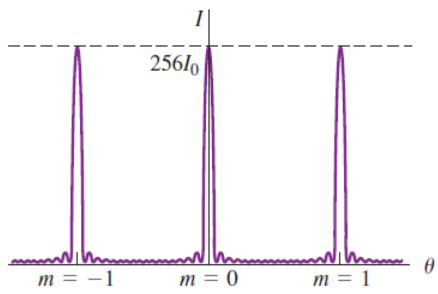


ماذا يحدث لو استعلمنا في تجربة انعراج فرونهوفار عدداً من الشقوق الضيقة المتماثلة عوضاً عن شقٍّ واحد؟

سنحصل أيضاً على أهداب مضيئة وأخرى عاتمة، لكنَّ عرض تلك الأهداب ينقص مع ازدياد عدد الشقوق المستعملة وهو أمر مرغوب به. يُدعى العنصر البصري المستعمل في هذه الحالة شبكة انعراج، وهي تحوي عادةً أكثر من بضع مئات إلى أكثر من ألف شق في كل ميليمتر!

تسمح لنا شبكة الانعراج في تحليل ضوءٍ متعدد الألوان إلى ألوانه الأساسية، واختيار طول موجة محدَّد منها...

الشرح

عدد الشقوق N (مع الحفاظ على المسافة d نفسها بين الشقوق)		
N=2	N=8	N=16
		
الأهداب المضيئة موجودة عند مواقع محدَّدة يوجد هدب عاتم وحيد بين كل هدبين مضيئين	الأهداب المضيئة في نفس المواقع السابقة، لكنَّها أضيق، يفصل بين كل هدبين مضيئين سبعة أهداب عاتمة	الأهداب المضيئة في نفس المواقع السابقة، لكنَّها أضيق، يفصل بين كل هدبين مضيئين خمسة عشر هدباً عاتماً… إلخ

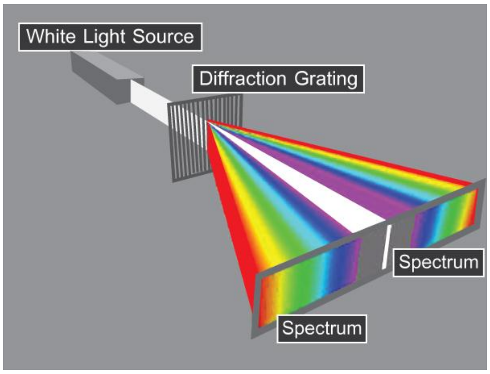
- نحصل على هدب مضيء عند كل زاوية θ تحقِّق العلاقة $d \sin\theta = m\lambda$ وهي تتعلَّق بالمسافة d بين تلك الشقوق.
- الأهداب الموافقة لـ $m = 1$ تدعى الخطوط الطيفية ذات الرتبة الأولى
- الأهداب الموافقة لـ $m = 2$ تدعى الخطوط الطيفية ذات الرتبة الثانية وهكذا …
- نحصل غالباً على رتبة أو رتبتين من الخطوط فقط
- عندما تضاء شبكة تحوي عدداً كبيراً من الشقوق في الـ mm، فإنَّ الأمواج الضوئية ذات الأطوال الموجية الكبيرة (كالأحمر مثلاً) ستعطي خطوطاً طيفيّةً (أهداباً مضيئة ضيِّقة) عند زوايا أكبر من تلك الموافق للأمواج ذات الأطوال الموجية الصغيرة (كالبنفسجي) (انظر التمرين اللاحق)
- إذا كان N عدد الشقوق في الـ mm الواحد من الشبكة، فإنَّ $d = 1\,\text{mm} / N$

10. تمرين محلول

يحوي الضوء الأبيض المرئي طيفاً (ألواناً) عديدة يتراوح أطوال موجاتها بين $380\,\text{nm}$ (اللون البنفسجي) و $750\,\text{nm}$ (اللون الأحمر).

1. حدِّد زوايا خطوط الطيف ذات الرتبة الأولى، والتي نحصل عليها عندما تضاء شبكة انعراج، تحوي 600 شقًّا في كل mm، بحزمة ضوئية بيضاء عمودية على الشبكة.

2. ما طول هذا الطيف عندما نعرضه على شاشة تبعد بمقدار $2.00\ \text{m}$ عن شبكة الانعراج.



حل الطلب الاول:

نحدِّد في البداية المسافة d بين كل شقَّيْن متتاليين في الشبكة:

$$d = 1\,\text{mm} \,/\, N = \frac{1\,\text{mm}}{600} = 1.67\times10^{-6}\ \text{m}$$

ستظهر الخطوط الطيفيَّة ذات الرتبة الأولى عند زاوايا تحقق العلاقة الآتية $d\sin\theta = \lambda$ $(m=1)$

لذا $\sin\theta_{\text{V}} = \dfrac{\lambda}{d} = \dfrac{380\times10^{-9}}{1.67\times10^{-6}} = 0.228$ وبالتالي $\theta_{\text{V}} = 13.2^{\circ}$ (في حالة اللون البنفسجي)

و $\sin\theta_{\text{R}} = \dfrac{\lambda}{d} = \dfrac{750\times10^{-9}}{1.67\times10^{-6}} = 0.449 \Rightarrow \theta_{\text{R}} = 26.7^{\circ}$ (في حالة اللون الأحمر)

لذا سنلاحظ خطوطاً (أهداباً مضيئة بألوان الطيف الأحمر الأزرق الأخضر ... البنفسجي) عند زوايا محصورة بين 13.2° (اللون البنفسجي ذي الموجة الأصغر طولاً) و 26.7° (اللون الأحمر ذي الموجة

الأكبر طولاً في الطيف الأبيض). كما نحصل على الطيف ذو الرتبة صفر لجميع الألوان عند $\theta = 0$ لذا يظهر في المركز هدب مضيء أبيض كما هو واضح في الشكل.

تدريب: حدِّد زوايا الخطوط الطيفيَّة ذات الرتبة الثانية، ثمَّ زوايا الخطوط الطيفيَّة ذات الرتبة الثالثة (ماذا تلاحظ في الرتبة الثالثة؟!)

حل الطلب الثاني:

نحسب موقع الخط البنفسجي على الشاشة من العلاقة $y_m = x\tan\theta \simeq x\sin\theta$، لذا:

$$y_{\text{V}} = 2.00 \times 0.228 = 0.456\,\text{m} = 45.6\,\text{cm}$$

$$y_{\text{R}} = 2.00 \times 0.449 = 0.898\,\text{m} = 89.8\,\text{cm}$$

عرض الطيف المُشاهَد على الشاشة سيكون $y_{\text{R}} - y_{\text{V}} = 89.8 - 45.6 = 44.2\ \text{cm}$.

وعندما نستعمل شبكة انعراج بكثافة شقوق أكبر من 600 شق في الـ mm، فإنَّ هذا العرض يزداد ممَّا يسمح بالحصول على مزيد من التفاصيل حول الضوء المدروس، وتكون الشبكة أكثر قدرة على فصل الألوان بعضها عن بعض.

11. تمارين الفصل 12

التمرين 1:

نحصل في ظاهرة التداخل في شقي يونغ على:

A. دوائر عاتمة ودوائر مضيئة متساوية البعد فيما بينها

B. بقعتين ضوئيَّتين لهما الشدَّة نفسها

C. شرائح مستطيلة مضيئة يفصل بينها شرائح عاتمة متساوية المسافة فيما بينها

D. بقعة ضوئية وحيدة شدّتها تساوي مجموع شدتي الموجتين القادمتين من الشقَّيْن

E. لا شيء مِمَّا سبق

التمرين 2:

يحدث التداخل عندما تلتقي موجتان ضوئيَّتان واردتان من منبعين:

A. لهما الشدَّة نفسها

B. لهما التردُّد نفسه وفرق الصفحة بينهما ثابت

C. لهما طول الموجة نفسه والشدَّة نفسها

D. شدَّتاهما متساويتان ولهما تردُّدان متساويان

E. لهما لونين متقاربين

التمرين 3:

شرط التداخل البنَّاء في تجربة شقي يونغ هو:

A. $r_2 - r_1 = 0$

B. $r_2 - r_1 = n\lambda$ حيث n قرينة الانكسار

C. $r_2 - r_1 = m\lambda / 2$ حيث m عدد صحيح

D. $r_2 - r_1 = m\lambda + \lambda / 2$ حيث m عدد صحيح

E. $r_2 - r_1 = p\lambda$ حيث p عدد صحيح

التمرين 4:

في تجربة شقي يونغ، تتناسب المسافة بين هدبين مضيئين متتاليين:

A. عكساً مع طول الموجة الضوئية

B. طرداً مع طول الموجة وعكساً مع بعد الشاشة عن المنبعين

C. طرداً مع بعد الشاشة عن المنبعين وعكساً مع طول الموجة

D. طرداً مع طول الموجة وطرداً مع بُعد الشاشة عن المنبعين

E. طرداً مع ترُّد الموجة الضوئية

التمرين 5:

حصلنا في تجربة شقي يونغ، على مسافة بين مركزي كل هدبين مضيئين تساوي 2.88 mm، على شاشة تبعد عن الشقين بمقدار 120 cm. فما طول الموجة الضوئية المستعمَلَة، علماً أنَّ المسافة بين المنبعين تساوي 0.25 mm.

A. 0.60 m

B. 0.60 mm

C. 0.60 cm

D. 600 nm

E. 633 nm

التمرين 6:

عندما نسلِّط حزمة ليزرية على شق مستطيل ضيِّق ونستقبل الضوء الصادر عن الشق على شاشة بعيدة فإنَّه يظهر على تلك الشاشة:

A. دوائر عاتمة ودوائر مضيئة متساوية البعد فيما بينها
B. دوائر عاتمة ودوائر مضيئة تتناقص شدَّتها مع ازدياد قطرها
C. شريحة عاتمة عريضة في المركز يليها شرائح مضيئة وشرائح عاتمة
D. بقعة ضوئية وحيدة شديدة وعريضة تتناقص شدَّتها مع الابتعاد عن مركز الشاشة
E. شريحة مضيئة عريضة في المركز يليها شرائح مستطيلة عاتمة وشرائح مضيئة

التمرين 7:

في انعراج فرونهوفار Fraunhofer:

A. نحصل على أهداب الانعراج على مسافة محدودة عن الشق
B. نحصل على أهداب الانعراج في اللانهاية
C. لا يمكن إظهار أهداب الانعراج
D. الشاشة قريبة جدًّا من الشق بحيث يمكن افتراض الأشعة الصادرة عن مختلف نقاط الشق متوازية
E. لا نحصل على أهداب أبداً

التمرين 8:

في انعراج فرونهوفار Fraunhofer، بُعْدُ الهدبِ العاتِمِ رقم m عن مركز الشاشة هو (بافتراض x بعد الشاشة عن المنبع و a عرض الشقّ المستعمَل):

A. $y_m = xma / \lambda$
B. $y_m = m\lambda a / x$
C. $y_m = xm\lambda / a$
D. $y_m = m\lambda$
E. $y_m = (m+1/2)\lambda$

التمرين 9:

يحوي الضوء الأبيض المرئي طيفاً (ألواناً) عديدة تتراوح أطوال موجاتها تقريباً بين $380\,\text{nm}$ (اللون البنفسجي) و $750\,\text{nm}$ (اللون الأحمر). ما عرض الطيف ذو الرتبة الأولى الذي نحصل عليه على شاشة واقعة على بعد 1.5 m عن شبكة انعراج (تحوي 1500 شقًّا في كل mm)، عندما تُضاء تلك الشبكة بحزمة ضوئية بيضاء عمودية عليها؟

A. 83.3 cm

B. 55.5 cm

C. 370 nm

D. 1.5 m

E. 44.2 cm

رقم التمرين	الإجابة الصحيحة	توجيه في حال الخطأ
التمرين 1	(C)	راجع الشريحة 1
التمرين 2	(B)	راجع الشريحة 2
التمرين 3	(E)	راجع الشريحة 2
التمرين 4	(D)	راجع الشريحة 3
التمرين 5	(D)	راجع الشريحتين 3 و 4
التمرين 6	(E)	راجع الشريحتين 3 و 4
التمرين 7	(B)	راجع الشريحة 7
التمرين 8	(C)	راجع الشريحة 7
التمرين 9	(A)	راجع الشريحتين 9 و 10