



الجامعة الافتراضية السورية  
SYRIAN VIRTUAL UNIVERSITY

دارات كهربائية  
د. محمد سويدان



ISSN: 2617-989X



Books & References

## دارات كهربائية

الدكتور محمد سويدان

من منشورات الجامعة الافتراضية السورية

الجمهورية العربية السورية ٢٠٢٠

هذا الكتاب منشور تحت رخصة المشاع المبدع – النسب للمؤلف – حظر الاشتقاق (CC– BY– ND 4.0)

<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/legalcode.ar>

يحق للمستخدم بموجب هذه الرخصة نسخ هذا الكتاب ومشاركته وإعادة نشره أو توزيعه بأية صيغة وبأية وسيلة للنشر ولأية غاية تجارية أو غير تجارية، وذلك شريطة عدم التعديل على الكتاب وعدم الاشتقاق منه وعلى أن ينسب للمؤلف الأصلي على الشكل التالي حصراً :

محمد سويدان، الإجازة في تقانة الاتصالات، من منشورات الجامعة الافتراضية السورية، الجمهورية العربية السورية، ٢٠٢٠

متوفر للتحميل من موسوعة الجامعة <https://pedia.svuonline.org/>

## Electrical Circuits

Mohammad Soueidan

Publications of the Syrian Virtual University (SVU)

Syrian Arab Republic, 2020

Published under the license:

Creative Commons Attributions- NoDerivatives 4.0

International (CC-BY-ND 4.0)

<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/legalcode>

Available for download at: <https://pedia.svuonline.org/>



## الفهرس

1	الفصل الاول: المفاهيم الرئيسية في الدارات الكهربائية
2	مقدمة
2	الوحدات الدولية Systems of Units
6	الشحنة والتيار الكهربائي Charge and Current
9	الجهد الكهربائي Voltage
10	الاستطاعة والطاقة الكهربائية Power and Energy
15	عناصر الدارات الكهربائية Circuit Elements
19	ملخص SUMMARY
20	أسئلة ومساائل الفصل الأول QUESTIONS AND PROBLEMES
27	الفصل الثاني: القوانين الرئيسية في الدارات الكهربائية
28	مقدمة
28	قانون أوم Ohm's Laws
35	العقد والفروع والحلقات الكهربائية Nodes, Branches, and Loops
38	قوانين كيرشوف Kirchhoff's Laws
	ربط المقاومات على التسلسل وقاعدة تجزيء الجهد الكهربائي Series Resistors and
44	Voltage Division
	ربط المقاومات على التفرع وقاعدة تجزيء التيار الكهربائي Parallel Resistors and
47	Current Division
55	ملخص SUMMARY
57	أسئلة ومساائل الفصل الثاني QUESTIONS AND PROBLEMES
71	الفصل الثالث: طرائق تحليل الدارات الكهربائية
72	مقدمة
72	التحليل بالعقد Nodal Analysis
82	التحليل بالحلقات Mesh Analysis
	المقارنة بين التحليل بالعقد والتحليل بالحلقات COMPARISON BETWEEN NODAL AND
89	MESH ANALYSIS
90	ملخص SUMMARY

91	.....	QUESTIONS AND PROBLEMES	الفصل الثالث أسئلة ومسائل
96	.....		الفصل الرابع: نظرية الدارات الكهربائية
97	.....		مقدمة
97	.....	Superposition	نظرية التراكب
101	.....	Thevenin's Theorem	نظرية ثيفينين
109	.....	Norton's Theorem	نظرية نورتون
115	.....	Maximum Power Transfer	مفهوم نقل الاستطاعة الأعظمية
119	.....	SUMMARY	ملخص
120	.....	QUESTIONS AND PROBLEMES	الفصل الرابع أسئلة ومسائل
126	.....		الفصل الخامس: المكثفات والملفات
127	.....		مقدمة
127	.....	CAPACITORS	المكثفات
137	..	SERIES AND PARALLEL CAPACITORS	وصل المكثفات على التسلسل والتفرع
143	.....	INDUCTORS	الملفات
150	.....	SERIES AND PARALLEL INDUCTORS	وصل الملفات على التسلسل والتفرع
157	.....	SUMMARY	ملخص
158	.....	QUESTIONS AND PROBLEMES	الفصل الخامس أسئلة ومسائل
166	.....		الفصل السادس: مدخل الى دارات التيار المتناوب
168	.....		مقدمة
169	.....	Sinusoids	الإشارات الجيبية
176	.....	Phasors	تمثيل التوابع الجيبية بمطوار
188	.....	Impedance and Admittance	الممانعات والسماحيات
193	.....	Kirchhoff's Laws in the Frequenc	قوانين كيرشوف في مجال التردد
195	.....	SUMMARY	ملخص
197	.....	QUESTIONS AND PROBLEMES	الفصل السادس أسئلة ومسائل
205	.....		الفصل السابع: المحولات الكهربائية
207	.....		مقدمة
208	.....	Mutual Inductance	التحريض المتبادل

219	.....	Linear Transformers	المحولات الخطية
226	.....	Ideal Transformers	المحولات المثالية
239	.....	Ideal Autotransformers	المحولات الذاتية المثالية
244	.....	SUMMARY	ملخص
246	.....	QUESTIONS AND PROBLEMES	أسئلة ومسائل الفصل السابع

# الفصل الأول: المفاهيم الرئيسية في الدارات الكهربائية

## المخرجات:

استيعاب المفاهيم الرئيسية في الدارات الكهربائية كالشحنة والتيار والجهد والاستطاعة والطاقة.

## الكلمات المفتاحية:

الشحنة الكهربائية، التيار الكهربائي، الجهد الكهربائي، الاستطاعة الكهربائية، الطاقة الكهربائية.

## المُلخَص:

تُستعمل الدرت الكهربائية في العديد من النظم الكهربائية لإنجاز وظائف مختلفة. هدفنا في هذ المقرر ليس دراسة استعمالات وتطبيقات الدارات الكهربائية بأنواعها؛ إنما تحليل عمل هذه الدارات. نعني بتحليل الدارات؛ دراسة سلوكها واستجابتها لدخل معين وكيف تعمل وتتفاعل عناصر الدارة ومكوناتها الموصولة بعضها مع بعض؟

نبدأ دراستنا بتعريف بعض المفاهيم الرئيسية التي تشمل الشحنة الكهربائية، والتيار، والجهد، وعناصر الدارة، والاستطاعة، وأخيراً الطاقة.

قبل تعريف هذه المفاهيم، سنعرض لنظام الواحدات الذي سيُستعمل في هذا المقرر بأكمله.

## الأهداف التعليمية:

يهدف هذا الفصل إلى تمكين الطالب من فهم تعريف الشحنة والتيار والعلاقة بينهما، ومعرفة علاقات الجهد الكهربائي والاستطاعة والطاقة واستعمالها في الدارات الكهربائية.

## المخطط:

الفصل الأول: المفاهيم الرئيسية في الدارات الكهربائية [ILO1] Basic Concepts (أسبوعان)

- الواحدات الدولية Systems of Units
- الشحنة والتيار الكهربائي Charge and Current
- الجهد الكهربائي Voltage
- الاستطاعة والطاقة الكهربائية Power and Energy
- عناصر الدارات الكهربائية Circuit Elements

## مقدمة:

تُستعمل الدارات الكهربائية (electric circuit) في العديد من النظم الكهربائية لإنجاز وظائف مختلفة. هدفنا في هذا المقرر ليس دراسة استعمالات وتطبيقات الدارات الكهربائية بأنواعها؛ إنما تحليل (analysis) عمل هذه الدارات. نعني بتحليل الدارات؛ دراسة سلوكها واستجابتها لدخل معين. وكيف تعمل وتتفاعل عناصر الدارة ومكوناتها الموصولة بعضها مع بعض؟

نبدأ دراستنا بتعريف بعض المفاهيم الرئيسة التي تشمل الشحنة الكهربائية (electric charge)، والتيار (electric current)، والجهد (potential or voltage)، وعناصر الدارة (circuit elements)، والاستطاعة (power)، وأخيراً الطاقة (energy).

قبل تعريف هذه المفاهيم، سنعرض لنظام الوحدات (units systems) الذي سيُستعمل في هذا المقرر بأكمله.

## 1. الوحدات الدولية SYSTEMS OF UNITS

يتعامل المهندس الكهربائي مع مقادير فيزيائية قابلة للقياس. يجري تناقل نتيجة القياس بلغة قياسية يفهمها جميع المهنيين بصرف النظر عن البلد الذي جرى فيه القياس. لغة القياس الدولية تلك؛ تُسمى النظام الدولي للوحدات (SI) الذي اعتمد في المؤتمر العام الدولي للأوزان والمقاييس في عام 1960. في هذا النظام توجد ست وحدات رئيسة تُشتق من خلالها وحدات المقادير الفيزيائية الأخرى. يبين الجدول 1.1 الوحدات الست، ورموزها، والمقادير الفيزيائية التي تمثلها.

TABLE 1.1

The six basic SI units

Quantity	Basic unit	Symbol
Length	Meter	m
Mass	Kilogram	Kg
Time	Second	S
Electric current	Ampere	A
Thermodynamic temperature	Kelvin	K
Luminous intensity	candela	cd

الجدول 1.1: الوحدات الست في النظام الدولي للوحدات

(m) ، (meter) : متر ، (Length) : الطول.

(kg) ، (kilogram) : كيلوغرام ، (Mass) : الكتلة.

(s) ، (second) : ثانية ، (Time) : الزمن.

(A) ، (ampere) : أمبير ، (Electric current) : التيار الكهربائي.

(K) ، (kelvin) : كالفن ، (Thermodynamic temperature) : درجة الحرارة الترموديناميكية.

(cd) ، (candela) : شمعة ، (Luminous intensity) : شدة النضوع.

من مزايا وحدات القياس الدولية استعمالها بادئات من قوى العشرة للتعبير عن قيم كبيرة وصغيرة من الوحدات الرئيسية. يبين الجدول 2.1 تلك البادئات ورموزها. فمثلاً يمكن التعبير عن قيم نفس المسافة بالمتري بالصيغ التالية المختلفة:

600 كم      600,000 م      600,000,000 ميلي متر

**TABLE 1.2****The SI prefixes**

Multiplier	Prefix	Symbol
$10^{18}$	exa	E
$10^{15}$	peta	P
$10^{12}$	tera	T
$10^9$	giga	G
$10^6$	mega	M
$10^3$	kilo	K
$10^2$	hector	h
10	deka	da
$10^{-1}$	deci	d
$10^{-2}$	centi	c
$10^{-3}$	milli	m
$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-12}$	pico	p
$10^{-15}$	femto	f
$10^{-18}$	atto	a

الجدول 2.1: مضاعفات وأجزاء من قوى العشرة لواحدهات القياس

بادئات أنظمة المقاييس الدولية. الجدول 2.1: (Table 1.2 The SI prefix)

(Symbol): رمز، (Prefix): بادئة، (Multiplier): الضارب.

(E), (exa): إكسا، ( $10^{18}$ ).

(P), (peta): بيتا، ( $10^{18}$ ).

(T), (tera): تيرا، ( $10^{18}$ ).

(G), (giga): جيجا، ( $10^{18}$ ).

(M), (mega): ميغا، ( $10^{18}$ ).

(k), (kilo): كيلو، ( $10^{18}$ ).

(h), (hecto): هيكتو، ( $10^{18}$ ).

(da), (deka): ديكا، ( $10^{18}$ ).

(d), (deci): ديسي، ( $10^{18}$ ).

(c), (centi): سانتى، ( $10^{18}$ ).

(m), (milli): ميلي، ( $10^{18}$ ).

( $\mu$ ), (micro): ميكرو، ( $10^{18}$ ).

(n), (nano): نانو، ( $10^{18}$ ).

(p), (pico): بيكو، ( $10^{18}$ ).

(f), (femto): فيمتو، ( $10^{18}$ ).

(a), (atto): آتو، ( $10^{18}$ ).

## 2. الشحنة الكهربائية والتيار الكهربائي CHARGE AND CURRENT

يعتمد المبدأ الأساس لشرح جميع الظواهر الكهربائية على مفهوم الشحنة الكهربائية، وهي المقدار الرئيس المستعمل في الدارات الكهربائية. نحن جميعاً لمسنا أثر الشحنة الكهربائية عند نزعنا كنزة من الصوف وهي تلتصق بجسدنا، ولمسنا أثرها عند تلقينا لصدمة كهربائية خفيفة عند لمسنا لباب السيارة المعدني ونحن ننتعل حذاء عازلاً.

الشحنة الكهربائية ( $q$ ) بالتعريف هي الخاصة الكهربائية لجزيئات الذرة التي تتشكل منها المواد في الطبيعة، مطابقة بالكولون (C).

تعلمنا من الفيزياء القاعدية أن المواد تتكون من الذرات، وأن كل ذرة تتكون من إلكترونات وبروتونات ونيوترونات، وأن شحنة الإلكترون سالبة وتساوي  $1.602 \times 10^{-19} C$ ، بينما شحنة البروتون المساوية لشحنة الإلكترون بالقيمة هي شحنة موجبة. يتساوى عدد الإلكترونات والبروتونات في الذرة الواحدة مما يجعلها معتدلة كهربائياً. ندون فيما يلي نقاطاً ثلاثاً حول الشحنة الكهربائية:

1. الكولون الواحد هو قيمة كبيرة للشحنات، إذ يمثل شحنة  $\frac{1}{1.062 \times 10^{-19}} = 9.42 \times 10^{18}$  إلكترونات. المقادير المتداولة للشحنات في المختبرات هي من مرتبة  $pC$  أو  $nC$  أو  $\mu C$ .

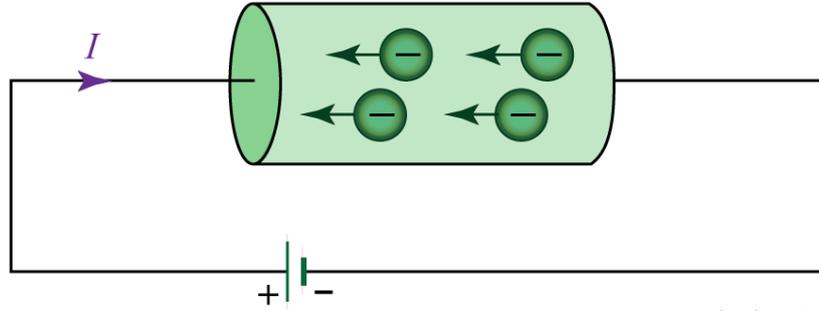
2. طبقاً للملاحظات التجريبية، فإن الشحنات التي نصادفها في الطبيعة هي من مصاعفات شحنة الإلكترون والتي تساوي  $1.062 \times 10^{-19} C$ .

3. طبقاً للملاحظات التجريبية.

4. ينص قانون انحفاظ الشحنات على أن الشحنة الكهربائية لا يمكن أن تولد أو تفنى ولكنها تنتقل فقط. وهكذا فإنه لا يتغير المجموع الجبري للشحنات الكهربائية في نظام ما.

نهتم هنا بتدفق الشحنات الكهربائية التي تتمتع بميزة فريدة أنها متحركة؛ هذا يعني إمكانية تحريكها من مكان إلى آخر، مما يسمح بتحويل طاقتها من شكل إلى آخر.

عندما نوصّل سلكاً معدنيّاً إلى مدخنة (قوة محرّكة كهربائية)، فإنّ المدخنة تحرك إلكترونات السلك المعدني الحرة من القطب السالب للمدخنة إلى قطبها الموجب. حركة الشحنات الكهربائية (الإلكترونات) تلك هي التيار الكهربائي المار في السلك. تتحدّد جهة التيار اصطلاحياً بعكس جهة الشحنات السالبة، أي من القطب الموجب للمدخنة باتجاه القطب السالب لها (الشكل 1.1).



الشكل 1-1 التيار الكهربائي الناجم عن تدفق الشحنات الكهربائية في ناقل معدني

التيار الكهربائي ( $i$ ) بالتعريف هو معدل تغيير الشحنة الكهربائية مع الزمن، ويقاس بالأمبير ( $A$ ). رياضياً، تعطي المعادلة التالية علاقة التيار الكهربائي،  $i$  بكل من الشحنة،  $q$  والزمن،  $t$ :

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.1)$$

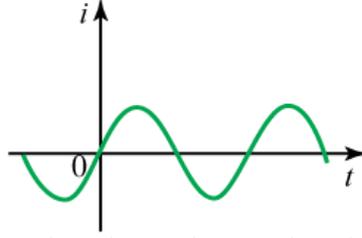
عندما يُقاس التيار بالأمبير ( $A$ )، فإن: 1 أمبير = 1 كولون/ثانية. تُحسب الشحنة الكهربائية التي تنتقل بين  $t_0$  و  $t_1$  بمكاملة طرفي العلاقة (1.1). فنحصل على:

$$q = \int_{t_0}^t i dt \quad (2.1)$$

لا توحى العلاقة (1.1) التي تُعرّف التيار  $i$  بأنه ثابت القيمة، وهناك أشكال عديدة لتغيرات التيار، ستمر معنا في التمارين والمسائل. غير أنه عندما لا يتغير التيار مع الزمن نقول عنه تيار ساكن direct current. التيار الكهربائي الساكن ( $I$ ) هو التيار ثابت القيمة مع الزمن.

يُرمز للتيار الساكن  $I$ ، ويُرمز للتيار المتغير  $i$ . كمثال على التيار المتناوب ( $ac$ ) هو التيار الجيبي. التيار الكهربائي المتناوب ( $i$ ) هو التيار المتغير بشكل جيبي مع الزمن.

يُستعمل التيار المتردد في المنازل لتشغيل التجهيزات الكهربائية كالمكيفات والبرادات والغسالات وغيرها. يبين الشكل 2.1 كلاً من التيار الساكن والتيار المتردد.



الشكل 2-1 التيار الكهربائي الساكن والتيار الكهربائي المتردد

كما ذكرنا آنفاً أن التيار هو حركة الشحنات بالتالي له اتجاه، وقد اصطالحنا أن جهته من جهة الشحنات الموجبة أو عكس جهة الشحنات السالبة. يمكن تمثيل اتجاه تيار شدته 5 أمبير موجب أو سالب كما هو موضح في الشكل 3.1 .



الشكل 3-1 اتجاه تيار كهربائي شدته 5 أمبير موجب وسالب

أمثلة

مثال 1:

.  $t = 0.5 \text{ s}$ . احسب التيار عند  $5t \sin(4\pi t) \text{ mC}$  تُعطى الشحنة الكهربائية الكلية بالعلاقة

الحل 1:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(5t \sin 4\pi t) \frac{\text{mC}}{\text{s}} = (5 \sin 4\pi t + 20\pi t \cos 4\pi t) \text{mA}$$

$$i = 5 \sin 2\pi + 10\pi \cos 2\pi = 0 + 10\pi = 31.42 \text{ mA}$$

مثال 2:

احسب قيمة الشحنة الكهربائية التي تدخل إلى طرف ناقل بين  $t = 1 \text{ s}$  و  $t = 2 \text{ s}$  إذا كان التيار الكهربائي الذي يجتاز الطرف هو:

$$i = (3t^2 - t) \text{ A}$$

الحل 2:

$$q = \int_1^2 i \, dt = \int_1^2 (3t^2 - t) \, dt$$

$$q = \left( t^3 - \frac{t^2}{2} \right) \Big|_1^2 = (8 - 2) - \left( 1 - \frac{1}{2} \right) = 5.5 \text{ C}$$

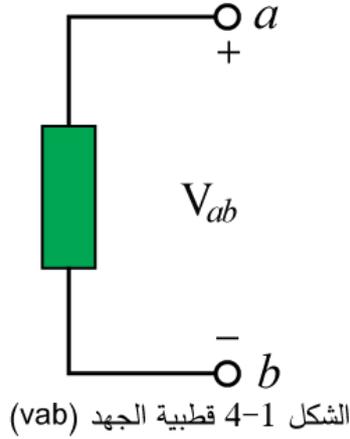
### 3. الجهد الكهربائي THE VOLTAGE

كما شرحنا في الفقرة السابقة، يتطلب تحريك إلكترون باتجاه معين إلى عمل أو طاقة تحريك. يُعطى هذا العمل من قوة محرك كهربائية ( $EMF$ )، ممثلة بمدخرة (Battery) كما هو مبين في الشكل 1.1. تُسمى القوة المحركة الكهربائية جهداً (Voltage)، أو فرق كمون (Potential Difference). الجهد الكهربائي ( $v_{ab}$ ) بين نقطتين ( $a$ ) و ( $b$ ) في دارة كهربائية هو الطاقة التي نحتاجها لتحريك وحدة الشحنات من ( $a$ ) إلى ( $b$ ). أي:

$$v_{ab} = \frac{dw}{dq} \quad (3.1)$$

حيث أن ( $w$ ) هي الطاقة، ووحدتها الجول ( $J$ ) أو الواط الساعي ( $Wh$ )، و ( $q$ ) هي الشحنة مقدرة بالكولون ( $C$ ). يقاس الجهد ( $v_{ab}$ ) بالفولت ( $V$ ). ومن العلاقة 3.1 يمكن أن نكتب:  $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C} = 1 \text{ N.m/C}$ . الجهد الكهربائي ( $v_{ab}$ ) (أو فرق الكمون الكهربائي) هو الطاقة اللازمة لتحريك وحدة الشحنة عبر عنصر مقاساً بالفولت ( $V$ ).

يبين الشكل 4.1 تمثيلاً للجهد الكهربائي عبر عنصر ما موصولاً بالنقطتين (a) و (b). تستعمل القطبيتان الموجبة (+) والسالبة (-) لتحديد قطبية الجهد. يتبين لنا من الشكل أن جهد النقطة (a) أعلى من جهد النقطة (b) أو أن جهد النقطة (a) بالنسبة للنقطة (b) هو  $(v_{ab})$ .



الجهد الكهربائي والتيار الكهربائي هما متحولان رئيسان في الدارات الكهربائية. تعبر كلمة إشارة (signal) عن المقدار الكهربائي تياراً كان أو جهداً عندما تستعمل لنقل المعلومة. يسمى الجهد الثابت جهد ساكن (dc) - مثل التيار الكهربائي - ويرمز له بالرمز (V). ويسمى الجهد الجيبي المتغير مع الزمن جهد متناوب (ac) ويرمز له بالرمز (v). تنتج المدخرة جهداً ساكناً (dc)، وتنتج المولدة جهداً متناوباً (ac).

#### 4. الاستطاعة الكهربائية والطاقة الكهربائية POWER AND ENERGY

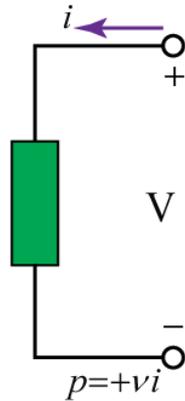
ينبغي أن نعلم مقدار الاستطاعة الكهربائية التي يتعامل معها العنصر الكهربائي. فكلنا يعلم من تجربته أن مصباحاً كهربائياً استطاعته 100 W يعطي إنارة أكبر من الإنارة التي يعطيها مصباح كهربائي استطاعته 60 W. ونعلم أيضاً عندما ندفع فاتورة الكهرباء لشركة الكهرباء أننا ندفع ثمن الطاقة الكهربائية المستهلكة خلال زمن معين. بالتالي حساب الاستطاعة والطاقة مهم جداً عند تحليل الدارات الكهربائية. كي نربط الاستطاعة والطاقة بكل من التيار والجهد علينا أن نتذكر من الفيزياء أن:

الاستطاعة الكهربائية هي المعدل الزمني لإنفاق أو استهلاك الطاقة الكهربائية مقدرة بالواط (W).

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = v \cdot i \quad (4.1)$$

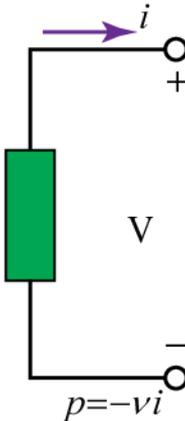
تقدر الاستطاعة (p) بالواط (W)، والطاقة (w) بالجول (J)، والزمن (t) بالثانية (s)، والجهد (v) بالفولط (V)، والتيار (i) بالأمبير (A).

الاستطاعة هي مقدار متغير مع الزمن، وتسمى الاستطاعة اللحظية (Instantaneous Power). فالاستطاعة المستهلكة في عنصر أو الاستطاعة المقدّمة لعنصر هي جداء الجهد الكهربائي على طرفي العنصر بالتيار المار فيه. إذا كان للاستطاعة إشارة موجبة (+)، فهي استطاعة مستهلكة في عنصر، وإذا كان للاستطاعة إشارة سالبة (-)، فهي استطاعة مغذية لعنصر. ولكن كيف لنا أن نعلم أن للاستطاعة إشارة موجبة أو سالبة؟ يلعب كل من اتجاه التيار وقطبية الجهد دوراً رئيساً في تحديد إشارة الاستطاعة. بالتالي من المهم أن ننتبه إلى العلاقة بين التيار ( $i$ ) والجهد ( $v$ ) كما هو مبين في الشكل 5.1. حتى تكون إشارة الاستطاعة موجبة ينبغي أن تتطابق جهة التيار وقطبية الجهد مع ما هو مبين في الشكل 5.1. وهو ما يعرف باصطلاح الإشارة الغير الفعالة (Passive sign).



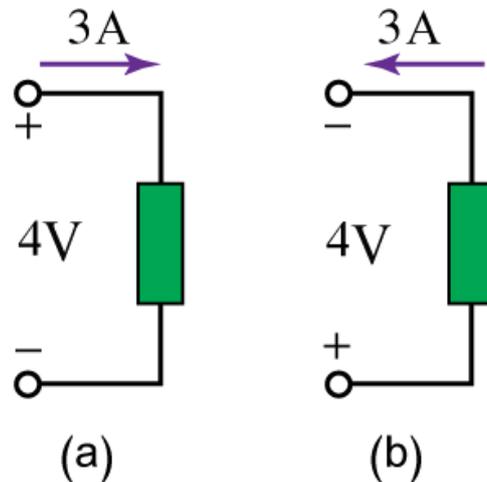
الشكل 5-1 مرجعية اصطلاح الإشارة الغير الفعالة في حالة العنصر المستهلك للاستطاعة

بالنسبة لاصطلاح الإشارة الغير الفعالة يدخل التيار من جهة القطبية الموجبة. وتكون في هذه الحالة ( $p = +vi$ ) أو يقتضي كون ( $v > 0$ ) أن العنصر يستهلك استطاعة. ولكن في حالة ( $p = -vi$ ) أو يقتضي كون ( $v < 0$ ) أن العنصر يزود بالاستطاعة كما هو مبين في الشكل 6.1.



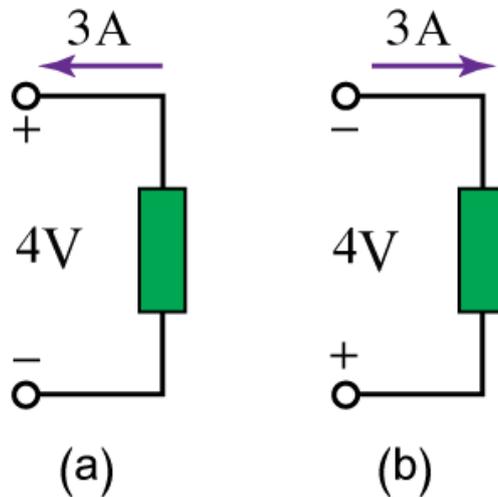
الشكل 6-1 مرجعية اصطلاح الإشارة الغير الفعالة في حالة العنصر المزود بالإستطاعة

يتحقق اصطلاح الإشارة الغير الفعالة بحيث يكون ( $p = +vi$ ) عندما يدخل التيار من طرف القطبية الموجبة للعنصر. ويكون ( $p = -vi$ ) عندما يدخل التيار من طرف القطبية السالبة للعنصر. مثلاً، يستهلك العنصر المبين في الشكل 7.1 استطاعة مقدارها (+ 12 W) لأن تياراً موجباً يدخل من جهة الطرف الموجب للعنصر في كلا الحالتين.



الشكل 7-1 استهلاك استطاعة مقدارها (+12W) في كلا الحالتين

ويزود العنصر المبين في الشكل 8.1 استطاعة مقدارها (- 12 W) لأن تياراً موجباً يدخل من جهة الطرف السالب للعنصر في كلا الحالتين.



الشكل 8.1 : تزويد استطاعة مقدارها (- 12 W) في كلا الحالتين.

يكافئ استهلاك استطاعة مقدارها (+ 12 W) تقديم استطاعة مقدارها (- 12 W)، أي أن الاستطاعة المستهلكة = - الاستطاعة المقدمة.

ينبغي أن يكون قانون انحفاظ الطاقة مصوناً في أية دارة كهربائية. لهذا السبب يكون المجموع الجبري للاستطاعة في أية لحظة في دارة ما معدوماً.

$$\Sigma p = 0 \quad (5.1)$$

وهذا يؤكد مجدداً حقيقة أن الاستطاعة التي تقدمها دارة (أو تغذي دارة) تساوي الاستطاعة التي تستهلكها الدارة. نستنتج من المعادلة 4.1 أن الطاقة المستهلكة أو المقدّمة لعنصر من الزمن ( $t_0$ ) إلى الزمن ( $t_1$ ) هي:

$$w = \int_{t_0}^{t_1} p dt = \int_{t_0}^{t_1} vi dt \quad (6.1)$$

الطاقة هي أهلية (طاقة) القيام بعمل, مقدراً بالجول ( $J$ ).

تقيس شركات خدمات الكهرباء الطاقة الكهربائية بالواط-الساعي ( $Wh$ ) حيث أن:  $1 Wh = 3600 J$

أمثلة

مثال 3:

يغذي منبع طاقة مصباحاً كهربائياً بتيار ثابت 2 أمبير ( $2 A$ ) لمدة 10 ثواني ( $10 s$ )، إذا كانت الطاقة المبددة في المصباح على شكل ضوء وحرارة  $2.3$  كيلو جول ( $2.3 kJ$ ). احسب الجهد الهابط على المصباح.

الحل 3:

الشحنة الكلية:

$$\Delta q = i \Delta t = 2 \times 10 = 20C$$

الجهد الهابط على المصباح:

$$v = \frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{2.3 \times 10^3}{20} = 115V$$

مثال 4:

احسب الاستطاعة المقدّمة إلى عنصر عند الزمن 3 ميلي ثانية ( $3 ms$ )، إذا كان التيار الداخل من الطرف الموجب هو:

$$i = 5 \cos 60\pi t A$$

والجهد على طرفيه:

$$(a)v = 3i, (b)v = 3 \frac{di}{dt}$$

الحل 4:

(a) الجهد:

$$v = 3i 15 \cos 60\pi t$$

الاستطاعة:

$$p = v i = 75 \cos^2 60\pi t \text{ W}$$

الاستطاعة عند الزمن 3 ميلي ثانية (3 ms):

$$p = v i = 75 \cos^2 (60\pi \times 3 \times 10^3) = 75 \cos^2 (0.18\pi) = 53.48 \text{ W}$$

(b) الجهد:

$$v = 3 \frac{di}{dt} = 3(-60\pi) 5 \sin 60\pi t = -900\pi \sin 60\pi t \text{ V}$$

الاستطاعة:

$$p = vi = -4500\pi \sin 60\pi t \cos 60\pi t \text{ W}$$

الاستطاعة عند الزمن 3 ميلي ثانية (3 ms):

$$p = -4500\pi \sin 0.18\pi \cos 0.18\pi \text{ W}$$

$$p = -14137.167 \sin 32.4^\circ \cos 32.4^\circ = -6.396 \text{ kW}$$

مثال 5:

ماهي الطاقة التي يستهلكها مصباح كهربائي استطاعته 100 واط (100 W) خلال ساعتين (2 H)؟

الحل 5:

$$w = pt = 100(W) \times 2(h) \times 60(\text{min}/h) \times 60(s/\text{min})$$

$$w = 720,000 \text{ J} = 720 \text{ kJ}$$

أو:

$$w = pt = 100W \times 2h = 200Wh$$

## 5. عناصر الدارات الكهربائية CIRCUIT ELEMENTS

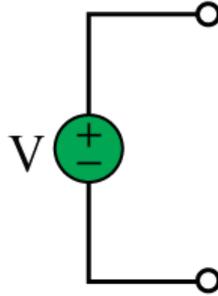
العنصر الكهربائي هو اللبنة الرئيسة في بناء الدارات الكهربائية. فالدارة الكهربائية هي العناصر الموصولة بعضها مع بعض. تحليل الدارة الكهربائية يعني تحديد الجهود عبر عناصرها.

يوجد نوعان من العناصر الكهربائية: فعالة (Active) وغير فعالة (Passive). تستطيع العناصر الفعالة توليد الطاقة الكهربائية، بينما لا تستطيع العناصر اللافعالة ذلك. كمثال على العناصر اللافعالة، المقاومات (Resistors) والمكثفات (Capacitors) والملفات (Inductors). وتشمل العناصر الفعالة المولدات (Generators) والمدخرات (Batteries) ومضخمات العمليات (Operational Amplifiers).

من أكثر العناصر الفعالة أهمية هي منابع الجهود (Voltage sources) ومنابع التيارات (Current sources)، والتي تزود عناصر الدارات بالاستطاعة. يوجد نوعان من المنابع: المستقلة (Independent) والمرتبطة (Dependent).

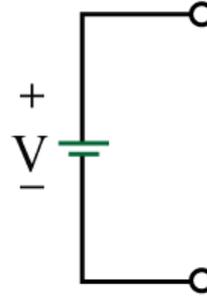
المنبع المستقل المثالي هو عنصر فعال يعطي جهداً محدداً، أو تياراً محدداً، ويكون مستقلاً تماماً عن أي من متحولات الدارة.

يغذي منبع الجهد المستقل الدارة بالتيار الذي تحتاجه مع المحافظة على قيمة منبع الجهد. يمكن النظر إلى المنابع الفيزيائية كالمولدات والمدخرات كمنابع جهود مثالية. يبين الشكل 9.1 رموز منابع الجهود المستقلة. لنلاحظ أن كلا الرمز المبينين في الشكل المذكور آنفاً (1.9 a) و(1.9 b) يمكن أن يستخدم لتمثيل منبع جهد مستمر، بينما يمكن فقط للرمز المبين في الشكل (1.9 a) أن يمثل منبع جهد متغير مع الزمن. بشكل مشابه، منبع التيار المستقل المثالي هو عنصر فعال يعطي تياراً محدداً مستقلاً تماماً عن قيمة جهد المنبع. يعطي منبع التيار التيار الذي تحتاجه الدارة بغض النظر عن قيمة الجهد المطلوب.



(a)

يستعمل لتمثيل منابع الجهود المستمرة أو المتناوبة

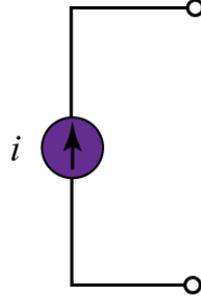


(b)

يستعمل لتمثيل منابع الجهود المستمرة فقط

الشكل 9-1 رموز منابع الجهود المستقلة

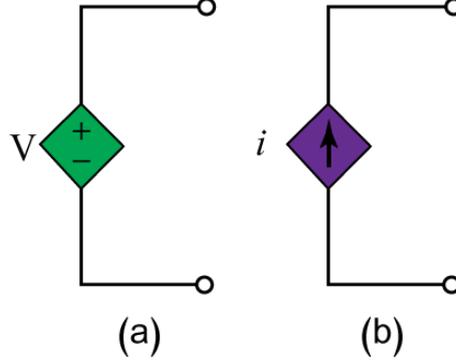
يبين الشكل 10.1 رمز منبع تيار مستقل. يمثل رأس السهم اتجاه التيار ( $i$ ).



الشكل 10-1 رمز منبع تيار مستقل

المنبع المرتبط (المتحكم به) المثالي هو عنصر فعال يعطي جهداً متحكماً به من منبع تيار آخر أو منبع جهد آخر.

تمثل المصادر المرتبطة بمعين كما هو موضح في الشكل 11.1.

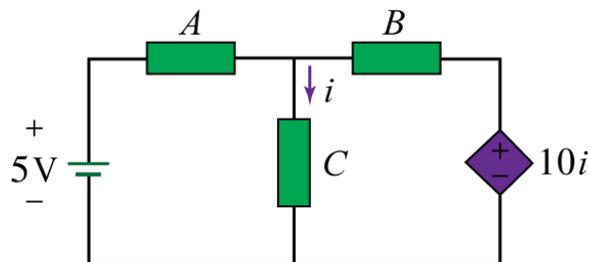


الشكل 11-1 رمز منبع تيار مرتبط

بما أن التحكم بالمنبع المرتبط يكون جهد أو تيار لعنصر آخر من الدارة الكهربائية، وأن المنبع المتحكم به يمكن أن يكون منبع جهد أو منبع تيار، فهذا يقتضي وجود أربعة أنواع من المصادر المرتبطة:

1. منبع جهد متحكم به بجهد ((A voltage-controlled voltage source (VCVS)).
2. منبع جهد متحكم به بتيار ((A current-controlled voltage source (CCVS)).
3. منبع تيار متحكم به بجهد ((A voltage-controlled current source (VCCS)).
4. منبع تيار متحكم به بتيار ((A current-controlled current source (CCCS)).

يبين الشكل 12.1 منبع جهد متحكم به بتيار، قيمة هذا المنبع  $(10i)$  وهو مرتبط بالتيار  $(i)$  المار عبر العنصر  $(C)$ . قد يندهش الطالب من أن قيمة منبع الجهد المرتبط هو  $(10iV)$  وليس  $(10iA)$  لأنه ببساطة منبع جهد. علينا أن نتذكر أن منبع الجهد مرتبط بالقطبية  $(+ -)$ ، بينما يرتبط منبع التيار بالسهم الدال على اتجاه التيار.



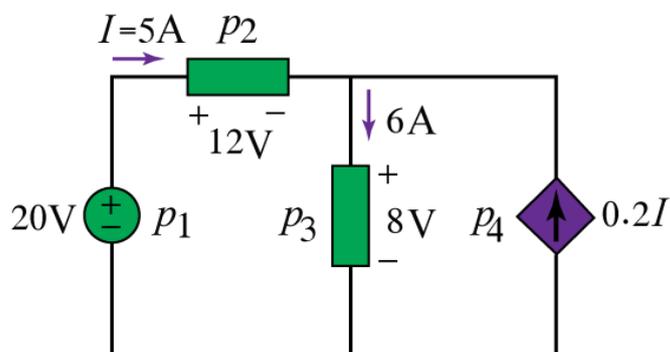
الشكل 12-1 دائرة كهربائية تحتوي على منبع جهد مستمر ومستقل (الطرف الأيسر) ومنبع جهد مرتبط ومستمر (الطرف الأيمن)

يعطي منبع التيار المثالي تياراً لانهائياً، كما يعطي منبع الجهد المثالي جهداً لانهائياً.

مثال

مثال 6:

احسب الاستطاعة المبددة أو المقدّمة لكل عنصر من عناصر الدارة المبينة في الشكل 13.1.



الشكل 13-1 دائرة كهربائية للمثال 6

الحل 6:

الاستطاعة المقدّمة (supplied power)  $(p_1)$  لأن التيار يخرج من القطب الموجب للعنصر:

$$p_1 = 20(-5) = -100W \text{ Supplied power}$$

الاستطاعة المستهلكة (absorbed power) ( $p_2, p_3$ ) في العنصرين لأن التيار يدخل من القطب الموجب لهما:

$$p_2 = 12(5) = 60W \text{ Absorbed power}$$

$$p_3 = 8(6) = 48W \text{ Absorbed power}$$

الجهد على طرفي منبع التيار المرتبط ( $p_4$ ) هو نفسه على طرفي العنصر ( $p_3$ ) ويساوي (8 V)، بالتالي يخرج التيار من القطب الموجب لمنبع التيار فالاستطاعة ( $p_4$ ) مقدّمة.

$$p_4 = 8(-0.2I) = 8(-0.2 \times 5) = -8W \text{ Supplied power}$$

ينبغي أن نلاحظ أن منبع الجهد المستقل (20-V) ومنبع التيار المرتبط (0.2 i) يزودان بقية عناصر الدارة بالاستطاعة، بينما يستهلكا العنصران المتبقيان الاستطاعة.

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = -100 + 60 + 48 - 8 = 0$$

تتساوى الاستطاعة الكلية المقدّمة مع الاستطاعة الكلية المستهلكة.

## 6. ملخص SUMMARY

1. تتكون الدارة الكهربائية من عناصر كهربائية موصلة بعضها مع بعض.
2. نظام الوحدات الدولي (SI) هو لغة قياس دولية، تسمح للمهندسين تبادل نتائجهم. يمكن اشتقاق بقية الوحدات الفيزيائية من الوحدات الست المعتمدة.
3. التيار هو معدل تدفق الشحنات.

$$i = \frac{dq}{dt}$$

4. الجهد هو الطاقة اللازمة لتحريك شحنة مقدارها (1C) في عنصر.

$$v = \frac{dw}{dq}$$

5. الاستطاعة هي الطاقة المستهلكة أو المقدّمة في وحدة الزمن.

$$p = \frac{dw}{dt} = vi$$

6. وفقاً لمصطلح الإشارة الغير فعالة، تكون الاستطاعة موجبة عندما يدخل التيار من جهة القطبية الموجبة للجهد المطبق على طرفي العنصر.
7. يعطي منبع الجهد المثالي جهداً محدداً على مخرجه بغض النظر عن ما سيوصل به. ويعطي منبع التيار المثالي تياراً محدداً على مخرجه بغض النظر عن ما سيوصل به.
8. يمكن أن يكون منبع الجهد أو منبع التيار مرتبطاً أو مستقلاً. المنبع المرتبط هو المنبع الذي ترتبط قيمته ببعض متحولات الدارة الأخرى.

## 7. أسئلة ومسابئ الفصل الأول QUESTIONS AND PROBLEMES

### أسئلة الفصل الأول

1. واحد ميللي فولت هو واحد من مليون من الفولت.

(a) صح

(b) خطأ

2. تعني كلمة ميكرو.

(a)  $10^6$  (b)  $10^3$  (c)  $10^{-3}$  (d)  $10^{-6}$

3. يمكن تمثيل قيمة الجهد (2000000) بقوى العدد 10 كما يلي:

(a)  $2\text{ mV}$  (b)  $2\text{ kV}$  (c)  $2\text{ MV}$  (d)  $2\text{ GV}$

4. تدفق شحنة كهربائية (2 C) تجتاز نقطة معطاة كل ثانية هو تيار قيمته (2 A) .

(a) صح (True)

(b) خطأ (False).

5. يراكم تيار شدته (2 A)؛ شاحناً مادة عازلة لمدة (2 s)؛ شحنة كهربائية قيمتها (24 C).

(a) صح (True)

(b) خطأ (False)

6. واحدة التيار هي:

(a) كولومب (Coulomb)

(b) أمبير (Ampere)

(c) فولت (Volt)

(d) جول (Joule)

7. يقاس الجهد ب:

(a) وات (Watt)

(b) أمبير (Ampere)

(c) فولت (Volt)

(d) جول بالثانية (Joule per second).

8. يبلغ جهد فرن تسخين استطاعته (1.1 kW) وتياره (10 A):

(a) 11kV (b) 1100V (c) 110V (d) 11V

9. أية واحدة من الوحدات التالية هي واحدة غير كهربائية؟

(a) الشحنة (Charge)

(b) الزمن (Time)

(c) الجهد (Voltage)

(d) التيار (Current)

(e) الاستطاعة (Power)

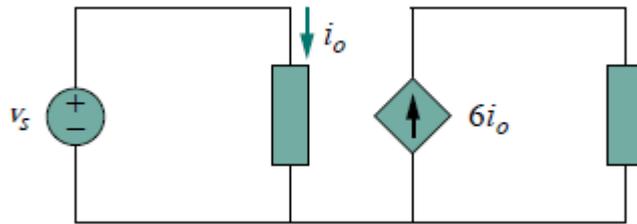
10. المنبع المرتبط في الشكل 14.1 هو:

(a) منبع تيار متحكم به بالجهد (Voltage-controlled Current Source)

(b) منبع جهد متحكم به بالجهد (Voltage-controlled Voltage Source)

(c) منبع جهد متحكم به بالتيار (Current-controlled Voltage Source)

(d) منبع تيار متحكم به بالتيار (Current-controlled Current Source)



الشكل 14.1 : منبع مرتبط للسؤال 10.1

Answers : 1.1(b), 1.2(d), 1.3(c), 1.4(a), 1.5(a), 1.6(b), 1.7(c), 1.8(c), 1.9(b), 1.10(d)

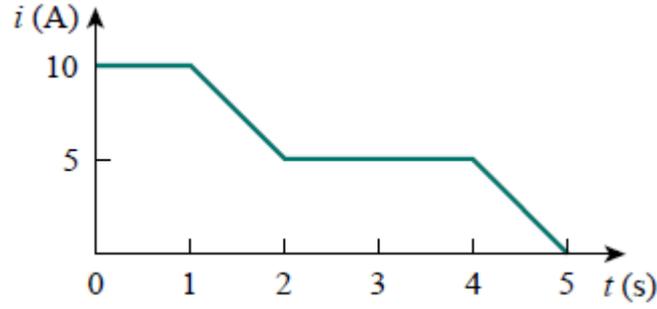
## مسائل الفصل الأول

1. تبلغ شدة التيار التي تعبر ناقلاً (3.2 A). احسب قيمة الشحنة الكهربائية التي تجتاز أي مقطع من الناقل خلال (20 s).

Ans.  $q = 64 \text{ C}$

2. يبين الشكل 15.1 التيار الذي يعبر ناقلاً. احسب قيمة الشحنة الكهربائية التي تجتاز أي مقطع من الناقل عند:

a)  $t = 1 \text{ s}$ , b)  $t = 3 \text{ s}$ , c)  $t = 5 \text{ s}$



الشكل 15.1 : تيار مار بناقل للمسألة 2.1

Ans. (a)  $q = 10 \text{ C}$ , (b)  $q = 22.5 \text{ C}$  (c)  $q = 30 \text{ C}$

3. ضربت صاعقة؛ شدة تيارها (8 kA)؛ كياناً مادياً لمدة (15  $\mu\text{s}$ ). ماهي قيمة الشحنة الكهربائية التي شحن بها هذا الكيان المادي؟

Ans.  $q = 120 \text{ mC}$

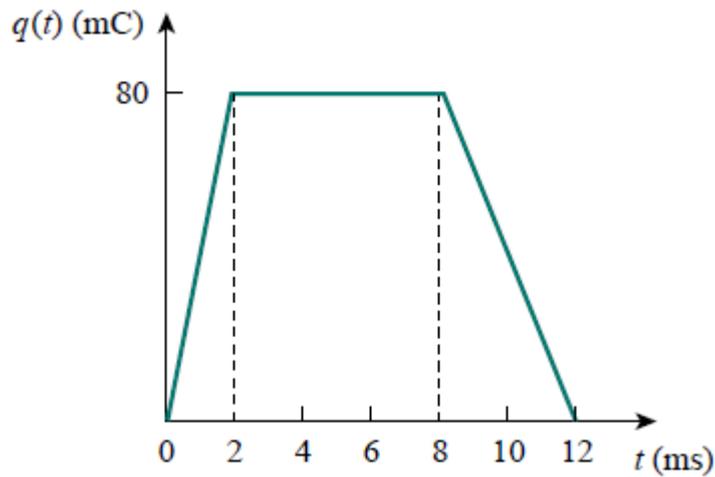
4. ماهي قيمة شدة التيار المار في ناقل إذا كانت قيمة الشحنة الكهربائية التي شحن بها هي كما هو مبين أدناه:

- (a)  $q(t) = (3t + 8) \text{ mC}$   
 (b)  $q(t) = (8t^2 + 4t - 2) \text{ C}$   
 (c)  $q(t) = (3e^{-t} - 5e^{-2t}) \text{ nC}$   
 (d)  $q(t) = 10\sin 120\pi t \text{ pC}$   
 (e)  $q(t) = 20e^{-4t} \cos 50t \text{ } \mu\text{C}$

- Ans. (a)  $i = 3 \text{ mA}$   
 (b)  $i = (16t + 4) \text{ A}$   
 (c)  $i = (-3e^{-t} + 10e^{-2t}) \text{ nA}$   
 (d)  $i = 1200\pi \epsilon \cos 120 \pi t \text{ pA}$   
 (e)  $i = -e^{-4t} (80 \cos 50 t + 1000 \sin 50 t) \mu\text{A}$

5. يبين الشكل 16.1 شحنة كهربائية تعبر ناقلاً. احصل قيمة التيار المار في الناقل عند:

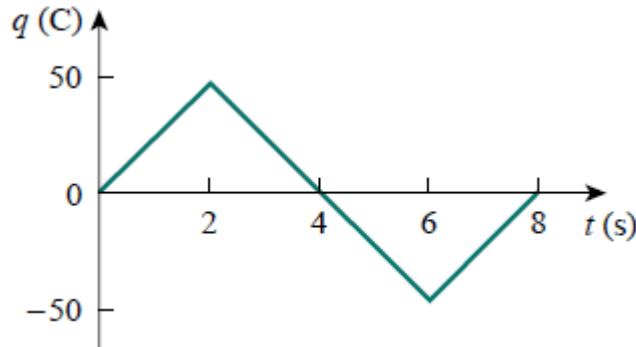
- (a)  $t = 1 \text{ ms}$  (b)  $t = 6 \text{ ms}$  (c)  $t = 10 \text{ ms}$



الشكل 16.1 : الشحنة المارة بناقل للمسألة 5.1

- Ans. (a)  $i = 40 \text{ A}$ , (b)  $i = 0 \text{ A}$ , (c)  $i = -20 \text{ A}$

6. يبين الشكل 17.1 شحنة كهربائية تعبر ناقلاً. ارسم علاقة التيار المار في الناقل المتناسب مع الشحنة الكهربائية المتدفقة عبره كتابع إلى الزمن.



الشكل 17.1 : الشحنة المارة بناقل للمسألة 6.1

7. شاحن مدخرة مصباح جيب قادر على تزويد المصباح بتيار شدته (85 mA) لمدة زمنية مقدارها (2H). ماهي قيمة الشحنة الكهربائية التي يطلقها بهذا المعدل؟ إذا كان جهد المدخرة (1.2 V), ماهي قيمة الطاقة التي تستطيع تزويدها المدخرة؟

Ans. (a)  $q = 3672 \text{ C}$  , (b)  $W = 4406.4 \text{ J}$

8. تعطى الشحنة الكهربائية الداخلة من القطبية الموجبة لعنصر دائرة بالعلائة التالية:

$$q = 10 \sin 4\pi t \text{ mC}$$

كما يعطى الجهد على طرفي الناقل بالعلائة التالية:

$$v = 2 \cos 4\pi t \text{ V}$$

(a) احسب الاستطاعة التي يستلمها العنصر عند ( $t = 0.3 \text{ s}$ ).

(b) احسب الطاقة التي يستلمها العنصر بين ( $0 \text{ s}$ ) و ( $0.6 \text{ s}$ ).

Ans. (a)  $P = 164.5 \text{ mW}$  , (b)  $W = 78.34 \text{ mJ}$

9. يعطى الجهد الكهربائي المطبق على عنصر كهربائي بالعلائة التالية:

$$v(t) = 5 \cos 2t \text{ V}$$

ويعطى التيار الكهربائي المار في العنصر بالعلائة التالية:

$$i(t) = 10(1 - e^{-0.5t}) \text{ A}$$

والمطلوب حساب:

(a) الشحنة الكلية في العنصر عند ( $t = 1 \text{ s}$ ).

(b) الاستطاعة المستهلكة في العنصر عند ( $t = 1 \text{ s}$ ).

Ans. (a)  $q = 2.131 \text{ C}$  , (b)  $P = -8.187 \text{ W}$

10. يعطى التيار الكهربائي الداخل من طرف القطب الموجب لعنصر كهربائي بالعلاقة التالية:

$$i(t) = 3e^{-2t} \text{ A}$$

ويعطى الجهد الكهربائي المطبق على طرفي العنصر الكهربائي بالعلاقة التالية:

$$v(t) = 5 \frac{di}{dt} \text{ V}$$

(a) احسب قيمة الشحنة الكهربائية المقدّمة إلى العنصر بين  $(t = 0 \text{ s})$  وبين  $(t = 2 \text{ s})$ .

(b) احسب قيمة الاستطاعة المستهلكة.

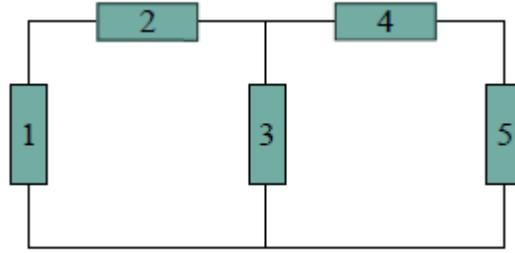
(c) احسب قيمة الطاقة المستهلكة عند  $(t = 3 \text{ s})$ .

Ans. (a)  $q = 1.4725 \text{ C}$ , (b)  $P = -90 e^{-4t} \text{ W}$ , (c)  $W = -22.5 \text{ J}$

11. يبين الشكل 18.1 دائرة كهربائية مكونة من خمسة عناصر:

$$P_1 = -205 \text{ W}, P_2 = 60 \text{ W}, P_4 = 45 \text{ W}, P_5 = 30 \text{ W}$$

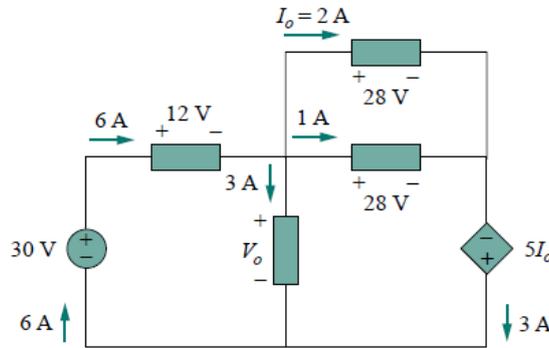
احسب الاستطاعة ( $p_3$ ) المستقبلية أو المستهلكة في العنصر (3).



الشكل 18.1 : دائرة كهربائية مكونة من خمسة عناصر للمسألة 11.1

Ans.  $P = 70 \text{ W}$

12. احسب الجهد الكهربائي ( $V_o$ ) في الشكل 20.1.



الشكل 19.1 : دائرة كهربائية للمسألة 12.1

Ans.  $V_o = 18 \text{ V}$

**13.** مدخرة مصباح كهربائي جيبي، سعتها (0.8 A-h)، ومدة تزويدها للتيار (2 h).

(a) ما هي شدة التيار التي تعطيها المدخرة؟

(b) ما هي قيمة الاستطاعة التي تعطيها إذا كان جهدها (6 V)؟

(c) ما هي قيمة الطاقة المخزنة فيها مطابقة ب (kWh)؟

Ans. (a)  $i = 80 \text{ mA}$  , (b)  $P = 0.48 \text{ W}$  , (c)  $W = 0.0048 \text{ kWh}$

**14.** مصباح كهربائي وهاج استطاعته (0.8 A-h)، ويطبق عليه جهد كهربائي قيمته (2 h)، ويترك في حالة

عمل دائم تحت درج مظلم. يطلب حساب كل مما يلي:

(a) التيار المار في المصباح.

(b) كلفة تشغيل المصباح سنة كبيسة واحدة، علماً أن سعر كيلو الواط الساعي (12 cents).

Ans. (a)  $i = 0.25 \text{ A}$ , (b)  $\text{Cost} = \$31.54$

**15.** تحتاج مدخرة (12-V) ساعة شحن كلية مقدارها (40 A-h) لإعادة شحنها. ما هي قيمة الطاقة الكهربائية

المفروض تقديمها للمدخرة؟

Ans.  $W = 1.728 \text{ MJ}$

# الفصل الثاني: القوانين الرئيسية في الدارات الكهربائية

## المخرجات:

فهم القوانين والقواعد الرئيسية في الدارات الكهربائية والمقدرة على استعمالها

## الكلمات المفتاحية:

قانون أوم Ohm's Laws، قوانين كيرشوف Kirchhoff's Laws، ربط المقاومات على التسلسل وعلى التفرع Series and Parallel Resistors، تجزيء الجهد وتجزئيء التيار Voltage and Current Division.

## المخلص:

في الفصل الأول عرضنا لمفاهيم رئيسة في الدارات الكهربائية كالتيار والجهد والاستطاعة. وسنعرض في هذا الفصل لقوانين رئيسة تسمح لنا بتحديد قيم تلك المتحولات في دارة كهربائية معطاة. تعرف هذه القوانين بقوانين أوم وقوانين كيرشوف والتي تشكل أساساً لتحليل الدارات الكهربائية. ندرس في هذا الفصل بالإضافة إلى تلك القوانين بعض التقنيات المستعملة في تحليل وتصميم الدارات الكهربائية. تتضمن التقنيات هذه ربط المقاومات على التسلسل وعلى التفرع وقاعدتي تجزيء الجهد وتجزئيء التيار. في هذا الفصل، ينحصر استعمال القوانين والتقنيات المذكورة على الدارات الكهربائية التي تحتوي على مقاومات فقط.

## الأهداف التعليمية:

يهدف هذا الفصل إلى تعريف الطالب بالقوانين الرئيسية في الدارات الكهربائية كقانون أوم وكيرشوف وتوصيل المقاومات على التفرع وعلى التسلسل، وفهم قواعد تجزيء الجهد والتيار

## المخطط:

الفصل الثاني: القوانين الرئيسية في الدارات الكهربائية [ILO2] Basic Laws (أسبوعان)

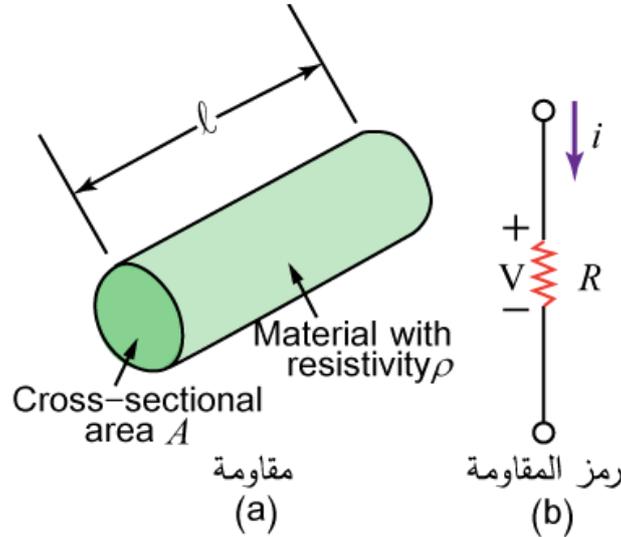
- قانون أوم Ohm's Laws
- العقد والفروع والحلقات الكهربائية Branches and Loops, Nodes
- قوانين كيرشوف Kirchhoff's Laws
- ربط المقاومات على التسلسل وقاعدة تجزيء الجهد الكهربائي Series Resistors and Voltage Division
- ربط المقاومات على التفرع وقاعدة تجزيء التيار الكهربائي Parallel Resistors and Current Division

## مقدمة

في الفصل الأول عرضنا لمفاهيم رئيسة في الدارات الكهربائية كالتيار والجهد والاستطاعة. وسنعرض في هذا الفصل لقوانين رئيسة تسمح لنا بتحديد قيم تلك المتحولات في دارة كهربائية معطاة. تعرف هذه القوانين بقوانين أوم وقوانين كيرشوف والتي تشكل أساساً لتحليل الدارات الكهربائية. ندرس في هذا الفصل بالإضافة إلى تلك القوانين بعض التقنيات المستعملة في تحليل وتصميم الدارات الكهربائية. تتضمن التقنيات هذه ربط المقاومات على التسلسل وعلى التفرع وقاعدتي تجزيء الجهد وتجزئيء التيار. في هذا الفصل، ينحصر استعمال القوانين والتقنيات المذكورة على الدارات الكهربائية التي تحتوي على مقاومات فقط.

## 1. قانون أوم OHM'S LAW

تقاوم المواد بطبيعتها مرور الشحنات الكهربائية فيها. تعرف هذه الخاصية الفيزيائية للمواد بمقاومة التيار، وتسمى مقاومة (Resistance)، ويرمز لها ب  $(R)$ . تتناسب مقاومة أية مادة منتظمة لها مقطع  $(A)$ ، عكساً مع مقطعها  $(A)$  وطرداً مع طولها  $(l)$ ، ومعامل التناسب هو معامل المقاومة النوعية  $(p)$ . يبين الشكل 1.2 مقاومة  $(R)$  ورمزها.



الشكل 1-2

- (material with resistivity  $\rho$ ): مادة مقاومتها النوعية  $p$
- (cross-sectional area  $A$ ): مساحة المقطع  $A$

تعطى المقاومة (  $R$  ) رياضياً بالعلاقة التالية:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (1.2)$$

يأخذ معامل المقاومة النوعية للمعادن عالية الناقلية كالنحاس والألمنيوم قيمة منخفضة، بينما تكون قيمته عالية في حالة العوازل كالميكا والورق. تعطى واحدة معامل المقاومة النوعية ب (  $\Omega.m$  ). يبين الجدول 2.1 قيم (  $p$  ) لبعض المواد شائعة الاستعمال، ويوضح نوعها (ناقلة أو عازلة أو نصف ناقلة).

Material	Resistivity ( $\Omega.m$ )	Usage
Silver	$1.64 \times 10^{-5}$	Conductor
Copper	$1.72 \times 10^{-5}$	Conductor
Aluminum	$2.8 \times 10^{-5}$	Conductor
Gold	$2.45 \times 10^{-5}$	Conductor
Carbon	$4 \times 10^{-5}$	Semiconductor
Germanium	$47 \times 10^{-2}$	Semiconductor
Silicon	$6.4 \times 10^2$	Semiconductor
Paper	$10^{10}$	Insulator
Mica	$5 \times 10^{11}$	Insulator
Glass	$10^{12}$	Insulator
Teflon	$3 \times 10^{12}$	Insulator

الجدول 1.2 : قيم (  $p$  ) لبعض المواد شائعة الاستعمال

(usage) : الاستعمال، (resistivity) : المقاومة النوعية، (material) : المادة.  
(conductor) : ناقل، (silver) : فضة.  
(conductor) : ناقل، (copper) : نحاس.  
(conductor) : ناقل، (aluminum) : الألمنيوم.  
(conductor) : ناقل، (gold) : ذهب.  
(semiconductor) : نصف ناقل، (carbon) : كربون.  
(semiconductor) : نصف ناقل، (germanium) : جرمانيوم.  
(semiconductor) : نصف ناقل، (silicon) : سيليكون.  
(insulator) : عازل، (paper) : ورق.  
(insulator) : عازل، (mica) : ميكا.  
(insulator) : عازل، (glass) : زجاج.  
(insulator) : عازل، (teflon) : تفلون.

تصنع المقاومات من سبائك معدنية ومركبات كربونية، ويرمز لها بالرمز  $(R)$ .  
ينص قانون أوم على أن الجهد على طرفي مقاومة  $(R)$  يتناسب طردياً مع التيار المار فيها.

$$v = i R \quad (2.2)$$

$v$ : الجهد على طرفي المقاومة، وحدته  $(V)$ .

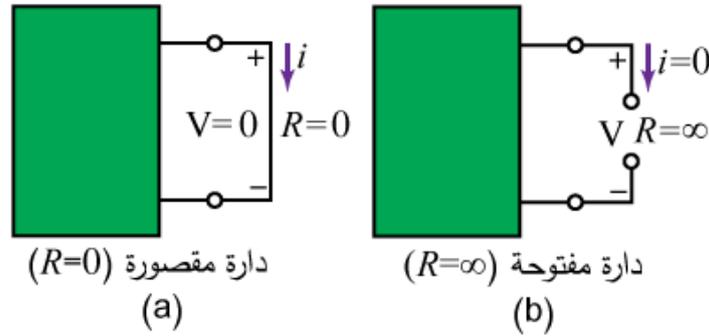
$i$ : التيار المار في المقاومة، وحدته  $(A)$ .

$R$ : المقاومة، وحدتها  $(\Omega)$ .

تعني المقاومة  $(R)$  مقاومة مرور التيار الكهربائي.

$$R = \frac{v}{i} \Rightarrow 1 \Omega = \frac{1V}{1A} \quad (3.2)$$

عندما يكون اتجاه التيار واتجاه الجهد كما هو موضح في الشكل 1.2(b)، يكون الجهد موجباً  $(v = iR)$ .  
وعندما يكون اتجاه التيار معاكساً لجهته في الشكل 1.2(b)، يكون الجهد سالباً  $(v = -iR)$ . تتراوح قيمة المقاومة  $(R)$  بين الصفر  $(R = 0)$  واللانهاية  $(R = \infty)$ . تسمى المقاومة في الحالة الأولى دائرة مقصورة (Short circuit)، يكون الجهد على طرفيها معدوماً وتكون للتيار المار فيها قيمة ما. تسمى المقاومة في الحالة الثانية دائرة مفتوحة، يكون التيار المار فيها معدوماً ويأخذ الجهد على طرفيها قيمة ما (الشكل 2.2).

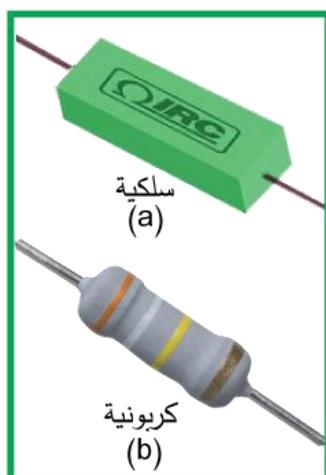


الشكل 2.2 :

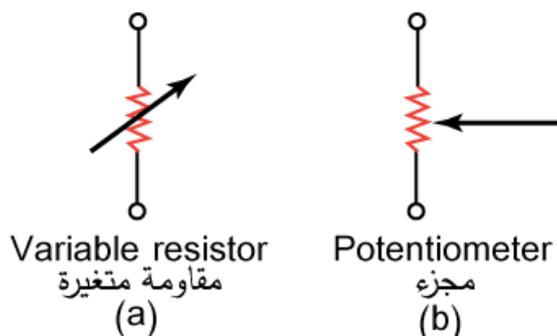
(a) دائرة مقصورة  $(R = 0)$

(b) دائرة مفتوحة  $(R = \infty)$

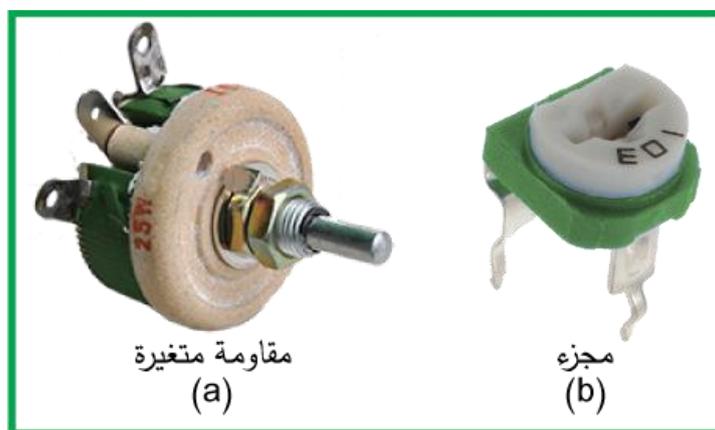
يوجد نوعان من المقاومات: مقاومات ثابتة القيمة وأخرى متغيرة. المقاومات الثابتة هي الأكثر استعمالاً ويوجد منها نوعان: خلاط معدنية ومواد كربونية مركبة - تصنع منها المقاومات ذات القيم العالية-. والمقاومات المتغيرة هي الأقل استعمالاً ويوجد منها نوعان أيضاً: المتغيرة ويجري تغيير قيمتها بتدوير محورها، والقابلة للضبط حيث يجري ضبطها باستعمال مفك للبراغي مناسب. يبين الشكل 3.2 المقاومات ثابتة القيمة بنوعيها، ويبين الشكل 4.2 رموز المقاومات المتغيرة، كما يبين الشكل 5.2 المقاومات المتغيرة القيمة بنوعيها.



الشكل 3-2 مقاومات ثابتة القيمة



الشكل 4-2 مقاومات متغيرة القيمة



الشكل 5-2 مقاومات متغيرة القيمة

تسمى مقلوب المقاومة ناقلية (Conductance)، ويرمز لها بالرمز  $(G)$ ، واحدها (mho) أو  $(\mathcal{S})$  أو  $(S)$ . حيث أن:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{i}{v} \Rightarrow 1(S) = \frac{1A}{1V} \quad (4.2)$$

تعطى الاستطاعة المستهلكة في مقاومة بدلالة  $(R)$  بالعلاقة التالية:

$$p = v i = i^2 R = \frac{v^2}{R} \quad (5.2)$$

$p$ : الاستطاعة المستهلكة في المقاومة، واحدها  $(W)$ .

$v$ : الجهد على طرفي المقاومة، واحدهه  $(V)$ .

$i$ : التيار المار في المقاومة، واحدهه  $(A)$ .

$R$ : المقاومة، واحدهها  $(\Omega)$ .

تعطى الاستطاعة المستهلكة في مقاومة بدلالة الناقلية  $(G)$  بالعلاقة التالية:

$$p = v i = v^2 G = \frac{i^2}{G} \quad (6.2)$$

نلاحظ من المعادلتين السابقتين:

1. أن علاقة الاستطاعة المستهلكة في مقاومة هي علاقة لاخطية بالنسبة للجهد أو التيار.
2. أن الاستطاعة المستهلكة في مقاومة هي استطاعة موجبة لأن قيم  $(R)$  أو  $(G)$  موجبة. أي أن المقاومة هي عنصر مستهلك للاستطاعة، بالتالي هي عنصر غير فعال أي لاتولد طاقة أبداً.

أمثلة

مثال 1:

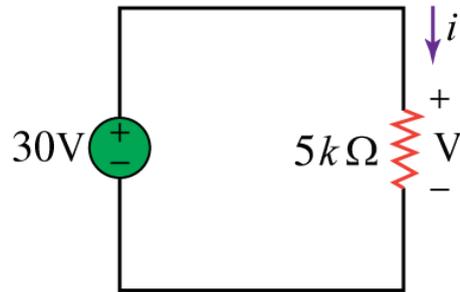
مكواة كهربائية تستجر تياراً مقداره  $(2A)$  وجهدها الكهربائي مقداره  $(120 V)$ . احسب قيمة مقاومتها.

الحل 1:

$$R = \frac{v}{i} = \frac{120}{2} = 60 \Omega$$

مثال 2:

يبين الشكل 6.2 دائرة كهربائية بسيطة. احسب قيمة التيار ( $i$ )، والناقلية ( $G$ )، والاستطاعة المستهلكة في المقاومة ( $p$ ).



الشكل 6-2 دائرة المثال 2

الحل 2:

التيار ( $i$ ):

$$i = \frac{v}{R} = \frac{30}{5 \times 10^3} = 6 \text{ mA}$$

الناقلية ( $G$ ):

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{5 \times 10^3} = 0.2 \text{ mS}$$

الاستطاعة ( $p$ ):

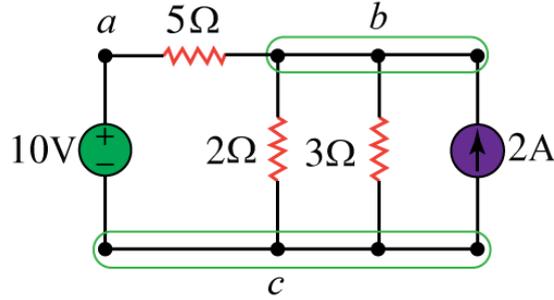
$$p = vi = 30(6 \times 10^{-3}) = 180 \text{ mW}$$

$$p = i^2 R = (6 \times 10^{-3})^2 (5) = 180 \text{ mW}$$

$$p = v^2 G = (30)^2 (0.2 \times 10^{-3}) = 180 \text{ mW}$$

## 2. العقد والفروع والحلقات AND LOOPS ، BRANCHES،NODES

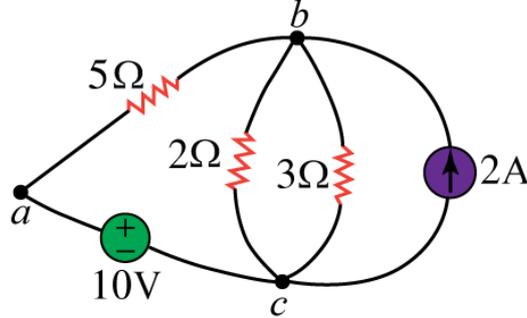
نعني بالشبكة (Network) العناصر الموصولة بعضها مع بعض، ونعني بالدائرة (Circuit) الشبكة التي تحتوي على ممر مغلق أو أكثر. تتضمن عناصر الشبكة الفروع والعقد والحلقات. الفرع (Branch) هو عنصر وحيد، مثل منبع الجهد أو المقاومة أو منبع التيار. وبكلمة أخرى، الفرع هو عنصر له نهايتان. تحتوي دارة الشكل 7.2 على خمسة فروع: منبع الجهد (10-V)، ومنبع التيار (2-A)، وثلاث مقاومات.



الشكل 7-2 دائرة كهربائية

العقدة (Node) هي نقطة الاتصال بين عنصرين أو أكثر.

يشار إلى العقدة بنقطة كبيرة. يمثل السلك الواصل بين عقدتين عقدة وحيدة. يوجد في دارة الشكل 7.2 ثلاث عقد ( $a, b, c$ ). تشكل النقاط الثلاث الموصولة بسلك ناقل العقدة ( $b$ ) وهي نقطة وحيدة. وكذلك الأمر بالنسبة للعقدة ( $c$ ). تبين لنا من دارة الشكل 7.2 أنها تحتوي على ثلاث عقد وهذا ما يوضحه الشكل 8.2.



الشكل 8-2 دائرة الشكل السابق

### الحلقة (Loop) هي الممر المغلق في دارة.

الحلقة هي ممر مغلق يتشكل بالمرور من عقدة البداية، ثم المرور عبر مجموعة من العقد، والعودة إلى نقطة البداية دون المرور أكثر من مرة عبر أية عقدة. نسمي الحلقة حلقة مستقلة (Independent) عندما تحتوي على فرع غير مشترك مع حلقة أخرى. الحلقات المستقلة تؤدي إلى مجموعة معادلات مستقلة. فمثلاً الممر المغلق  $(abca)$  الذي يحتوي على المقاومة  $(2-\Omega)$  هو حلقة. الممر المغلق  $(bcb)$  الذي يحتوي على المقاومة  $(3-\Omega)$  ومنبع تيار هو حلقة أيضاً. يمكن ملاحظة وجود ست حلقات في الشكل 8.2، ثلاث منها فقط مستقلة. تلبي الشبكة التي تحتوي على  $(b)$  فرع، و  $(n)$  عقدة، و  $(l)$  حلقة مستقلة، النظرية الأساس لمخطط الشبكة.

$$b = l + n - 1 \quad (7.2)$$

ييدي التعريفان المقبلان، ومخطط الدارة أهمية كبيرة في دراسة الجهود والتيارات في الدارات الكهربائية. نقول أن عنصرين أو أكثر على التسلسل، عندما يجري توصيلهم جنباً إلى جنب وعلى التتابع، عندها يمر بهم نفس التيار.

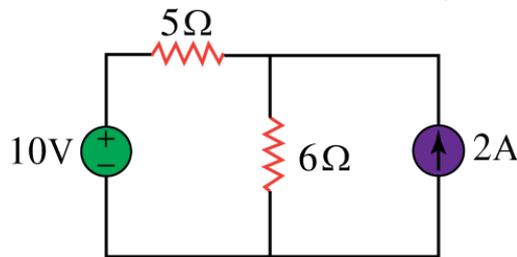
ونقول أن عنصران أو أكثر على التفرع، عندما يجري توصيلهم طرفاً إلى طرف، عندها يهبط على طرفي كل عنصر نفس الجهد.

نقول عن عنصرين أنهما موصلان على التسلسل عندما يتشاركان في عقدة واحدة عند أحد طرفيهما ولا يشاركهما أي عنصر آخر فيها. وأما العنصران الموصلان طرفاً لطرف فنقول عنهما أنهما موصلان على التفرع. بالعودة إلى الشكل 2.7، نجد أن منبع الجهد  $(10-V)$  والمقاومة  $(5\Omega)$  موصلان على التسلسل، بينما المقاومة  $(2\Omega)$  والمقاومة  $(3\Omega)$  ومنبع التيار  $(2-A)$  موصلون على التفرع.

أمثلة

### مثال 3:

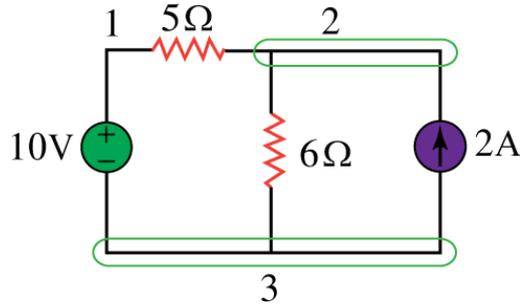
حدد عدد الفروع  $(b)$ ، وعدد العقد  $(n)$  في الدارة المبينة في الشكل 9.2. وحدد العناصر الموصولة على التسلسل والعناصر الموصولة على التفرع.



الشكل 9-2 دارة المثال 3

### الحل 3:

تحتوي الدارة على أربعة عناصر، بالتالي تحتوي على أربعة فروع:  $(10-V)$ ،  $(5\ \Omega)$ ،  $(6\ \Omega)$ ، و  $(2-A)$ . وفيها ثلاث عقد وهذا ما يوضحه الشكل 10.2.

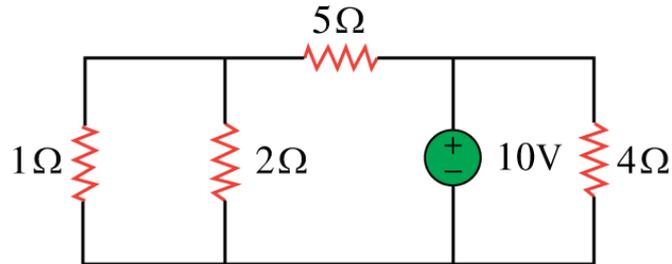


الشكل 10-2 دائرة حل المثال 3

المقاومة  $(5\ \Omega)$  موصلة على التسلسل مع منبع الجهد  $(10-V)$  لأن التيار نفسه يمر بهما. والمقاومة  $(6\ \Omega)$  موصولة على التفرع مع منبع التيار  $(2-A)$  لأن كليهما موصولان إلى العقدتين (2) و(3).

### مثال 4:

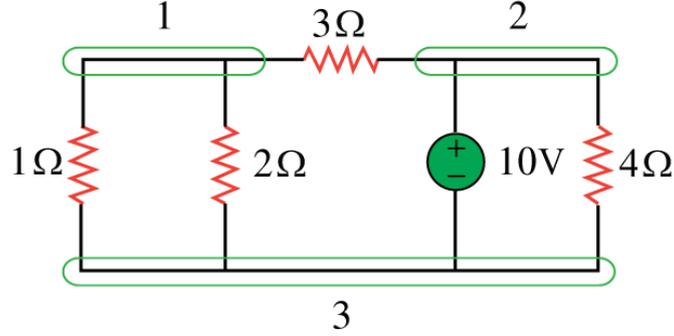
حدد عدد الفروع  $(b)$ ، وعدد العقد  $(n)$  في الدارة المبينة في الشكل 11.2. وبين العناصر الموصولة على التسلسل والعناصر الموصولة على التفرع.



الشكل 11-2 دائرة المثال 4

الحل 4:

بما أن الدارة تحتوي على خمسة عناصر، فهذا يقتضي وجود خمسة فروع:  $(1\ \Omega)$ ،  $(2\ \Omega)$ ،  $(5\ \Omega)$ ، و  $(10-V)$ ،  $(4\ \Omega)$ . وللدارة ثلاث عقد يوضحها الشكل 12.2.



الشكل 12-2 دارة حل المثال 4

المقاومة  $(1\ \Omega)$  موصولة على التفرع مع المقاومة  $(2\ \Omega)$ . المقاومة  $(4\ \Omega)$  موصولة أيضاً على التفرع مع منبع الجهد  $(10-V)$ .

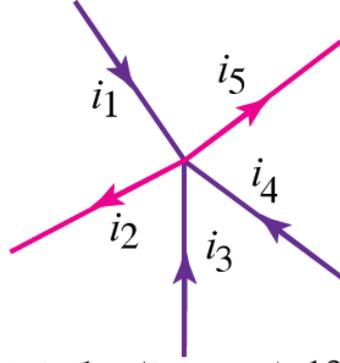
### 3. قوانين كيرشوف KIRCHHOFF'S LAWS

لا يكفي قانون أوم لوحده لتحليل الدارات الكهربائية. لذلك أضيف إليه قانونا كيرشوف ليصبح لدينا ثلاث أدوات قوية وكافية لتحليل الدارات الكهربائية. يوجد قانون كيرشوف للتيار  $(KCL)$ ، وقانون كيرشوف للجهد  $(KVL)$ . ينص قانون كيرشوف للتيار  $(KCL)$  على أن المجموع الجبري للتيارات الداخلة إلى عقدة والخارجة منها معدوم.

$$\sum_{n=1}^N i_n = 0 \quad (8.2)$$

حيث  $(N)$  عدد الفروع الموصولة بعقدة و  $(i_n)$  هو التيار رقم  $(n)$  الداخل إلى العقدة أو الخارج منها. يمكن أن نفترض أن التيارات الداخلة إلى عقدة هي تيارات موجبة، وأن التيارات الخارجة من عقدة هي تيارات سالبة، أو بالعكس.

لنطبق قانون كيرشوف للتيار على الدارة المبينة في الشكل 13.2، فنجد أن:



الشكل 13-2 دائرة توضح قانون كيرشوف للتيار

$$i_1 - i_2 + i_3 + i_4 - i_5 = 0 \quad (9.2)$$

$$i_1 + i_3 + i_4 = i_2 + i_5 \quad (10.2)$$

وكما هو واضح في الشكل السابق فإن التيارات  $(i_1)$ ،  $(i_3)$ ، و  $(i_4)$  تدخل إلى العقدة، بينما التيارات  $(i_2)$ ، و  $(i_5)$  تخرج منها. ونلاحظ أن:

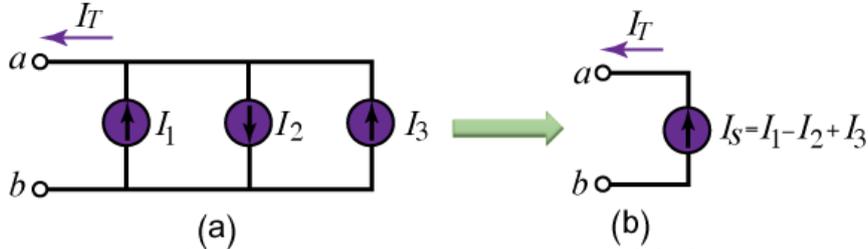
مجموع التيارات الداخلة إلى عقدة يساوي إلى مجموع التيارات الخارجة منها.

إن أبسط تطبيق لقانون كيرشوف للتيارات هو جمع منابع التيار الموصولة على التفرع. التيار الناتج هو المجموع الجبري لتيارات المصادر. فمثلاً تعطي منابع التيارات المبينة في الشكل 14.2(a) تياراً مكافئاً موضحاً في الشكل 14.2(b) يمكن إيجاد التيار المكافئ بتطبيق قانون كيرشوف للتيار عند العقدة (a).

$$i_T + i_2 = i_1 + i_3 \quad (11.2)$$

$$i_T = i_1 - i_2 + i_3 \quad (12.2)$$

حتى لا ننتهك قانون كيرشوف الثاني، ينبغي ألا نوصل منبعي تيار على التسلسل إلا إذا كانا متساويين.



الشكل 14-2 دائرة توضح جمع منابع تيار موصولة على التفرع

يستند قانون كيرشوف الثاني على مبدأ مصونية الطاقة.

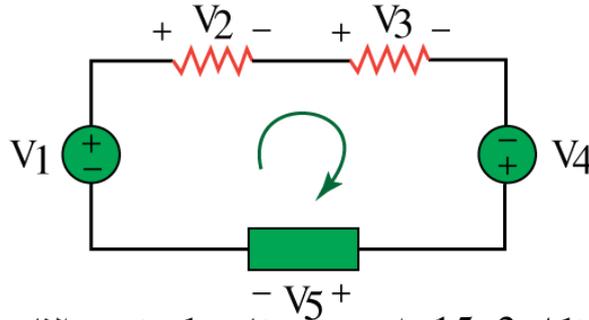
ينص قانون كيرشوف للجهود (KVL) على أن المجموع الجبري للجهود في ممر مغلق (حلقة) معدوم.

$$\sum_{m=1}^M v_m = 0 \quad (13.2)$$

حيث أن (M) هي عدد الجهود في حلقة (أو عدد الفروع)، وأن (v<sub>m</sub>) هو الجهد رقم (m).  
 ليكن لدينا الشكل 15.2. تمثل الإشارات المبينة على الشكل قطبية الجهد عند كل طرف من أطراف العناصر الموجودة في الحلقة. يمكن أن نبدأ المسح من أي عنصر باتجاه عقارب الساعة أو بعكسها. لنفترض أن عنصر البداية هو منبع الجهد، نمسح الحلقة باتجاه عقارب الساعة. فتكون الجهود التي نمر عليها هي: (-v<sub>1</sub>), (+v<sub>2</sub>), (+v<sub>3</sub>), (-v<sub>4</sub>), و(+v<sub>5</sub>) على التوالي. (مثال). عندما نصل إلى الفرع الثالث، نمر أولاً على طرفه الموجب (+)، بالتالي يكون جهد هذا الفرع (+v<sub>3</sub>). وبالنسبة للفرع الرابع نمر أولاً على الطرف السالب (-)، فيكون الجهد (-v<sub>4</sub>). نطبق قانون كيرشوف للجهد (KVL) فنجد أن:

$$-v_1 + v_2 + v_3 - v_4 + v_5 = 0 \quad (14.2)$$

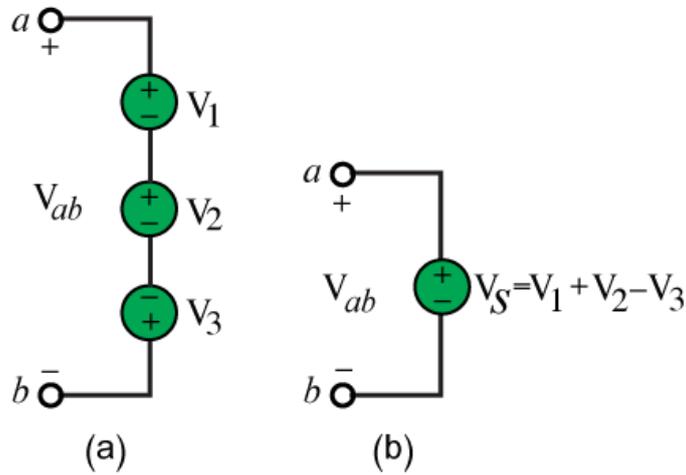
$$v_2 + v_3 + v_5 = v_1 + v_4 \quad (15.2)$$



الشكل 15-2 دائرة توضح قانون كيرشوف الثاني

أي أن مجموع الجهود الموجبة يساوي إلى مجموع الجهود السالبة.  
 لنفترض أن عنصر البداية هو منبع الجهد، ولنمسح الحلقة باتجاه عكس عقارب الساعة. تكون الجهود التي نمر عليها هي: (+v<sub>1</sub>), (-v<sub>2</sub>), (-v<sub>3</sub>), (+v<sub>4</sub>), و(-v<sub>5</sub>) على التوالي وهي نفس النتيجة السابقة مع عكس إشارات الجهود.

يمكن تطبيق قانون كيرشوف الثاني لإيجاد الجهد المكافئ على مجموعة منابع جهود موصولة على التسلسل (الشكل 16.2).



الشكل 16-2 دائرة توضح إيجاد الجهد المكافئ لجهود موصولة على التسلسل

$$-v_{ab} + v_1 + v_2 - v_3 = 0 \quad (16.2)$$

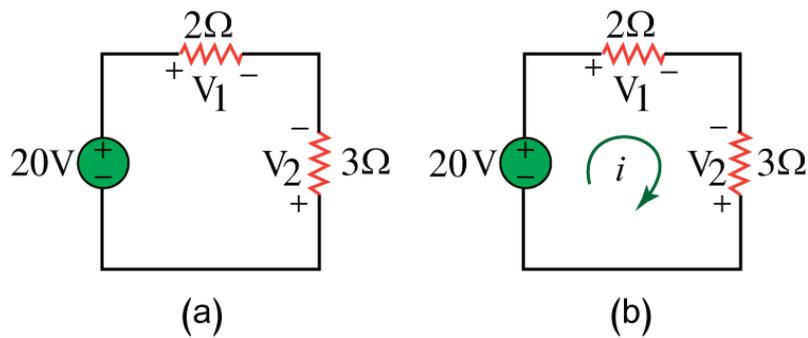
$$v_{ab} = v_1 + v_2 - v_3 \quad (16.2)$$

حتى لا ننتهك قانون كيرشوف الثاني، ينبغي ألا نوصل منبعي جهد مختلفين في القيمة على التفرع.

أمثلة

مثال 5:

أوجد الجهود  $(v_1)$  و  $(v_2)$  في الدارة المبينة في الشكل 17.2(a).



الشكل 17-2 دائرة المثال 5

### الحل 5:

نطبق قوانين أوم وكيرشوف. ونفرض أن جهة تيار الحلقة كما هو مبين في الشكل 17.2(b).  
من قانون أوم نجد:

$$v_1 = 2i, \quad v_2 = -3i$$

ويتطبيق قانون كيرشوف حول الحلقة نجد:

$$-20 + v_1 - v_2 = 0$$

من العلاقتين السابقتين نجد:

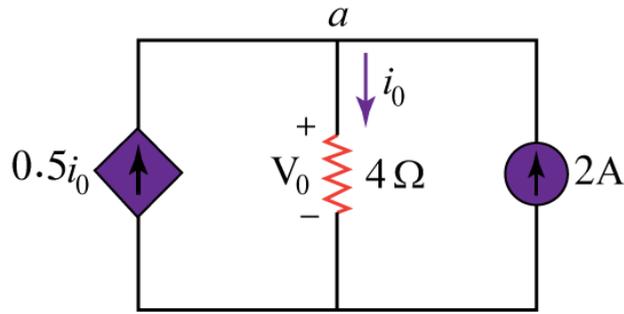
$$-20 + 2i + 3i = 0$$

$$5i = 20 \Rightarrow i = 4 \text{ A}$$

$$v_1 = 8 \text{ V}, \quad v_2 = -12 \text{ V}$$

### مثال 6:

أوجد قيمة التيار ( $i_o$ )، وقيمة الجهد ( $v_o$ ) في الدارة المبينة في الشكل 18.2.



الشكل 18-2 دائرة المثال 6

الحل 6:

نطبق قانون كيرشوف للتيار (KCL) عند العقدة (a) فنحصل على:

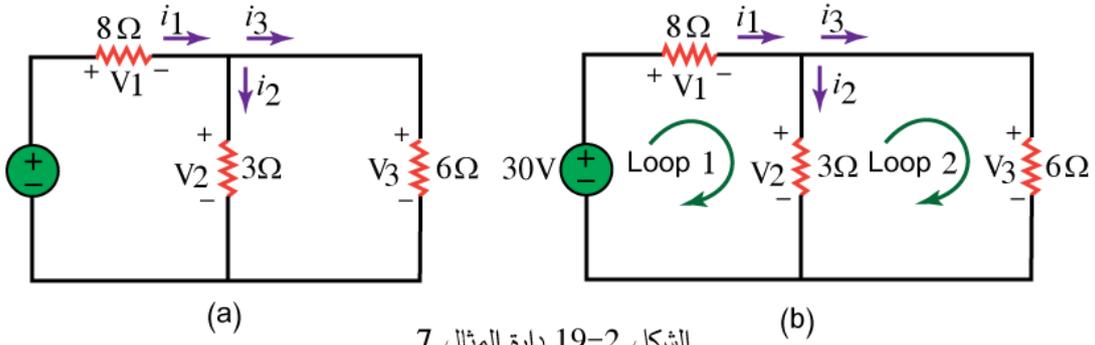
$$3 + 0.5i_o = i_o \Rightarrow i_o = 6A$$

نطبق قانون أوم على المقاومة ( $4\ \Omega$ ) فنحصل على:

$$v_o = 4i_o = 24V$$

مثال 7:

أوجد قيم التيارات، وقيم الجهود في الدارة المبينة في الشكل 19.2.



الحل 7:

نطبق قوانين أوم وكيرشوف. بتطبيق قانون أوم، نحصل على:

$$v_1 = 8i_1, \quad v_2 = 3i_2, \quad v_3 = 6i_3$$

نبحث عن إيجاد ( $v_1, v_2, v_3$ ) و ( $i_1, i_2, i_3$ ). بتطبيق قانون كيرشوف للتيار عند العقدة (a) نجد:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

بتطبيق قانون كيرشوف للجهود في الحلقة (1) نجد:

$$\begin{aligned} -30 + v_1 + v_2 &= 0 \\ -30 + 8i_1 + 3i_2 &= 0 \\ i_1 &= \frac{(30 - 3i_2)}{8} \end{aligned}$$

بتطبيق قانون كيرشوف للجهود في الحلقة (2) نجد:

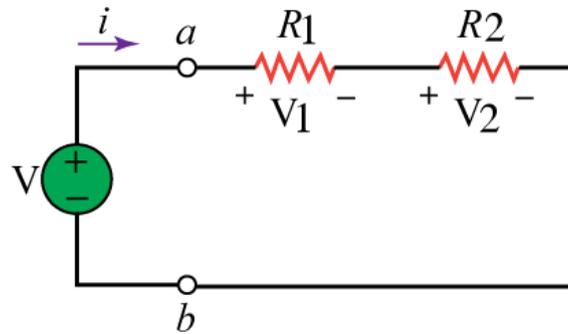
$$\begin{aligned} -v_2 + v_3 &= 0 \Rightarrow v_3 = v_2 \\ 6i_3 = 3i_2 &\Rightarrow i_3 = \frac{i_2}{2} \\ \frac{30 - 3i_2}{8} - i_2 - \frac{i_2}{2} &= 0 \\ i_1 = 3A, \quad i_3 = 1A, \quad v_1 = 24V, \quad v_2 = 6V, \quad v_3 = 6V, \quad i_2 = 2A. \end{aligned}$$

#### 4. ربط المقاومات على التسلسل وقاعدة تجزيء الجهد

### SERIS RESISTORS AND VOLTAGE DIVISION

توجد حاجة كبيرة إلى تجميع المقاومات على التسلسل أو على التفرع. يؤدي تجميع المقاومات إلى تلبية حاجة المصمم للحصول على قيمة محددة للمقاومة المكافئة. في دارة الشكل 20.2 ذات الحلقة الوحيدة، المقاومتان ( $R_1$ ) و ( $R_2$ ) موصولتان على التسلسل، ويمرعهما نفس التيار ( $i$ ). بتطبيق قانون أوم على كلتا المقاومتين، نحصل على:

$$v_1 = i R_1, \quad v_2 = i R_2 \quad (17.2)$$



الشكل 20-2 دارة بحلقة وحيدة

ويتطبيق قانون كيرشوف (KVL) على الحلقة وباتجاه دوران عقارب الساعة، نحصل على:

$$-v + v_1 + v_2 = 0 \quad (18.2)$$

ومن العلاقتين السابقتين نجد أن:

$$v = v_1 + v_2 \Rightarrow v = i (R_1 + R_2) \quad (19.2)$$

أو

$$i = \frac{v}{R_1 + R_2} \quad (20.2)$$

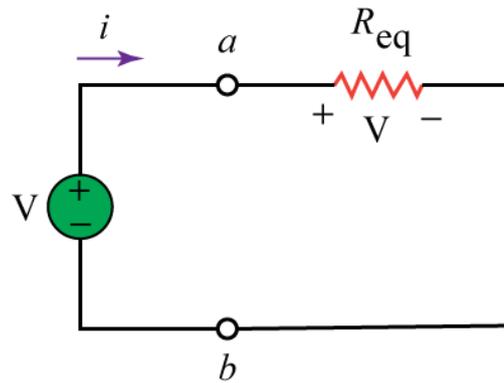
يمكن أن نكتب العلاقة (19.2) بالشكل التالي:

$$v = i R_{eq} \quad (21.2)$$

تساوي المقاومة المكافئة ( $R_{eq}$ ) مجموع المقاومتين:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (22.2)$$

يمكن استبدال الدارة الميينة في الشكل 20.2 بالدارة المكافئة في الشكل 21.2. الدارتان متكافئتان لأن علاقة الجهد-التيار عند ( $a-b$ ) هي نفسها.



الشكل 21-2 الدارة المكافئة لدارة الشكل 20-2

المقاومة المكافئة لأي عدد من المقاومات الموصولة على التسلسل تساوي إلى مجموع المقاومات.

في حالة (  $N$  ) مقاومة على التسلسل:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N = \sum_{n=1}^N R_n \quad (23.2)$$

لتحديد جهد كل مقاومة في الشكل 20.2 نعوض العلاقة (20.2) في العلاقة (17.2) فنحصل على:

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v, \quad v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v \quad (24.2)$$

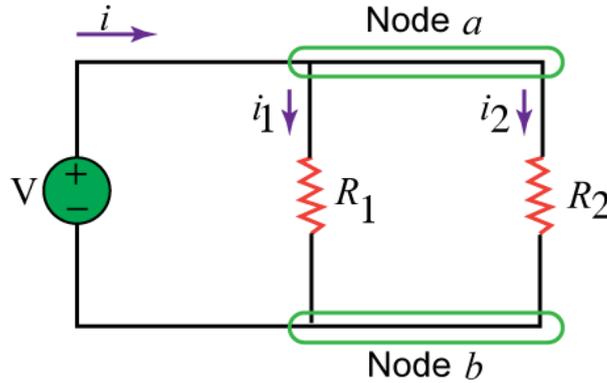
ينقسم منبع الجهد (  $v$  ) على المقاومتين بحيث يتناسب هبوط الجهد عليهما مع قيمة كل منهما؛ فالمقاومة الأكبر يهبط عليها جهد أكبر. وهذا يعرف بمبدأ تجزئة الجهد (Principle of voltage division). تسمى دائرة الشكل 20.2 دائرة مجزئة جهد (voltage divider). عموماً، يكون هبوط الجهد على المقاومة رقم (  $N$  )، في حالة مجزئة جهد على (  $N$  ) مقاومة (  $R_1, R_2, \dots, R_N$  ) موصولة على التسلسل مع منبع جهد (  $v$  )، كما هو مبين في العلاقة التالية:

$$v_n = \frac{R_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_N} v \quad (25.2)$$

## 5. ربط المقاومات على التفرع وقاعدة تجزيء التيار

### PARALLEL RESISTORS AND CURRENT DIVISION

تبين دائرة الشكل 22.2 مقاومتين ( $R_1$ ) و ( $R_2$ ) موصولتين على التفرع، بالتالي لهما نفس هبوط الجهد ( $v$ ).  
بتطبيق قانون أوم نحصل على:



الشكل 22-2 دائرة تبين وصل مقاومتين على التفرع

$$v = i_1 R_1 = i_2 R_2 \Rightarrow i_1 = \frac{v}{R_1}, i_2 = \frac{v}{R_2} \quad (26.2)$$

بتطبيق قانون كيرشوف ( $KVL$ ) عند العقدة ( $a$ ) نجد:

$$\left\{ \begin{array}{l} i = i_1 + i_2 \Rightarrow i = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = v \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = v \left( \frac{1}{R_{eq}} \right) \Rightarrow \\ \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{array} \right\} \quad (27.2)$$

حيث أن ( $R_{eq}$ ) هي المقاومة المكافئة للمقاومتين الموصولتين على التفرع.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (28.2)$$

المقاومة المكافئة لمقاومتين موصولتين على التفرع تساوي إلى جداء المقاومتين مقسوماً على مجموعهما.

في حالة ( $R_1 = R_2 = R$ ) تكون المقاومة المكافئة ( $R_{eq} = R / 2$ ).

ويتعميم وصل المقاومات على التفرع، أي عندما يكون لدينا (  $N$  ) مقاومة موصولة على التفرع، تعطى المقاومة المكافئة بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \quad (29.2)$$

تكون قيمة المقاومة المكافئة (  $R_{eq}$  ) أصغر من أصغر مقاومة من المقاومات الموصولة على التفرع. في حالة (  $R_1 = R_2 = \dots = R_N = R$  ) تكون المقاومة المكافئة (  $R_{eq} = R / N$  ). فمثلاً، المقاومة المكافئة لأربع مقاومات (  $100 - \Omega$  ) موصولة على التفرع هي (  $25 - \Omega$  ). في حالة وصل المقاومات على التفرع، يكون من المناسب استعمال الناقلية عوضاً عن المقاومة. نستنتج من العلاقة (29.2) أن الناقلية المكافئة ل (  $N$  ) مقاومة موصولة على التفرع تعطى بالعلاقة التالية:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_N \quad (30.2)$$

$$G_{eq} = \frac{1}{R_{eq}}; G_1 = \frac{1}{R_1}; G_2 = \frac{1}{R_2}; \dots; G_N = \frac{1}{R_N};$$

الناقلية المكافئة لمقاومات موصولة على التفرع تساوي إلى مجموع الناقلات المقابلة لكل مقاومة من تلك المقاومات.

جمع الناقلات على التفرع يجري بنفس طريقة جمع المقاومات على التسلسل، وجمع الناقلات على التسلسل يجري بنفس طريقة جمع المقاومات على التفرع. بالتالي الناقلية المكافئة ل (  $N$  ) مقاومة موصولة على التسلسل هي:

$$\frac{1}{G_{eq}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_N} \quad (31.2)$$

بالعودة إلى الشكل 22.2، وبمعرفة أن التيار الكلي ( $i$ ) يدخل إلى العقدة ( $a$ )، يمكن حساب التيارين ( $i_1$ ) و ( $i_2$ ) كما يلي:

$$v = i R_{eq} = i \left( \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) \quad (32.2)$$

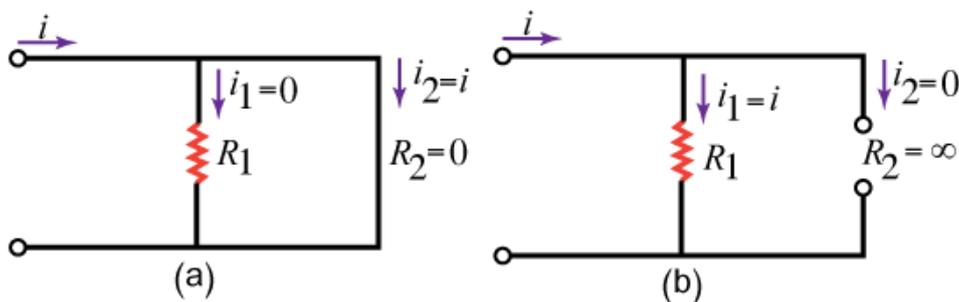
$$i_1 = \frac{v}{R_1} = i \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right); \quad i_2 = \frac{v}{R_2} = i \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad (33.2)$$

يتبين لنا أن التيار ( $i$ ) يتوزع في المقاومتين بنسبة تتناسب عكساً مع قيمة كل منهما. وهو ما يعرف بمبدأ تقسيم التيار (Principle of current division)، وتعرف دائرة الشكل 22.2 بدائرة مقسم التيار (Current divider). نلاحظ أن التيار الأكبر يمر في المقاومة الأصغر.

لنفترض الحالة الحدية الأولى، وهي أن إحدى المقاومات في دائرة الشكل 22.2 قيمتها صفر ( $R_2 = 0$ ) هذا يعني حالة الدارة المقصورة (الشكل 23.2 (a)). ( $R_2 = 0$ ) تقتضي ( $i_1 = 0$ ) و ( $i_2 = i$ ). هذا يعني أن التيار ( $i$ ) يمر كله في الدارة المقصورة ( $R_2 = 0$ )، وهي المقاومة الأصغر، ولا يمر أي تيار في المقاومة ( $R_1$ ). عندما يكون قصر الدارة كما هو الحال في دائرة الشكل 23.2 (a)، هناك أمران يجب تذكرهما:

- المقاومة المكافئة ( $R_{eq}$ ) تساوي صفرًا.
- يمر كامل التيار بالدارة المقصورة.

لنفترض الحالة الحدية الأخرى، وهي أن إحدى المقاومات في دائرة الشكل 22.2 قيمتها لانهاية ( $R_2 = \infty$ ) هذا يعني حالة الدارة المفتوحة (الشكل 23.2 (b)). يمر التيار ( $i$ ) في المقاومة الأصغر ( $R_1$ ). وتكون المقاومة المكافئة ( $R_{eq}$ ) في هذه الحالة مساوية إلى ( $R_1$ ).



الشكل 23-2 دائرة مقصورة ودائرة مفتوحة

إذا قسمنا بسط ومقام العلاقة (33.2) على  $(R_1 R_2)$  نحصل على:

$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i; \quad i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i \quad (34.2)$$

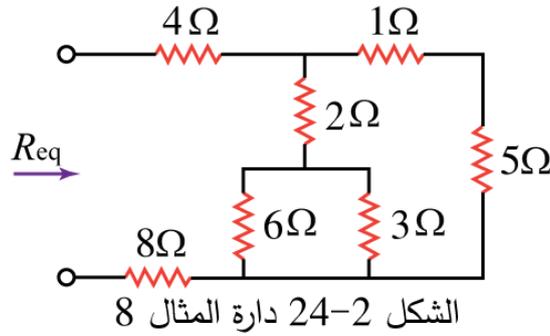
عموماً، إذا كان لمقسم تيار  $(N)$  ناقلية  $(G_1 = G_2 = \dots = G_N)$  موصولة على التفرع مع منبع تيار  $(i)$ ، يعطى تيار الناقلية  $(n)$  بالعلاقة التالية:

$$i_n = \frac{G_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_N} i \quad (35.2)$$

يختصر جمع المقاومات على التسلسل وعلى التفرع في دائرة شبكة المقاومات بمقاومة مكافئة واحدة  $(R_{eq})$ . مثل هذه المقاومة هي المقاومة بين طرفين محددين من الشبكة، وينبغي أن تبدي نفس خواص الجهد-التيار لطرفي الشبكة الأصلية.

#### مثال 8:

أوجد المقاومة المكافئة  $(R_{eq})$  المشار إليها في الدارة المبينة في الشكل 24.2.



#### الحل 8:

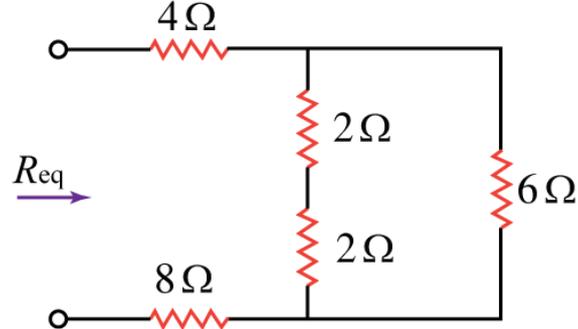
المقاومتان  $(6 - \Omega)$  و  $(3 - \Omega)$  موصولتان على التفرع:

$$6 \Omega \parallel 3 \Omega = \frac{6 \Omega \times 3 \Omega}{6 \Omega + 3 \Omega} = 2 \Omega$$

المقاومتان  $(1 - \Omega)$  و  $(5 - \Omega)$  موصولتان على التسلسل:

$$1 \Omega + 5 \Omega = 6 \Omega$$

تصبح الدارة المكافئة كما هو مبين في الشكل 25.2



الشكل 25-2 الدارة المكافئة لدارة المثال 8

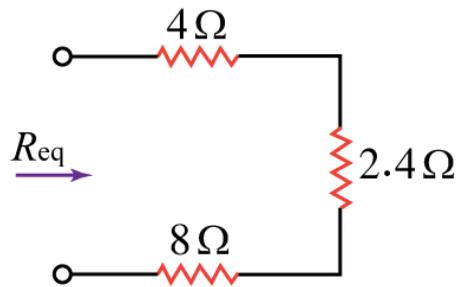
المقاومتان  $(2-\Omega)$  و  $(2-\Omega)$  موصولتان على التسلسل:

$$2\Omega + 2\Omega = 4\Omega$$

المقاومتان  $(6-\Omega)$  و  $(4-\Omega)$  موصولتان على التفرع:

$$4\Omega \parallel 6\Omega = \frac{4\Omega \times 6\Omega}{4\Omega + 6\Omega} = 2.4\Omega$$

تصبح الدارة المكافئة كما هو مبين في الشكل 26.2



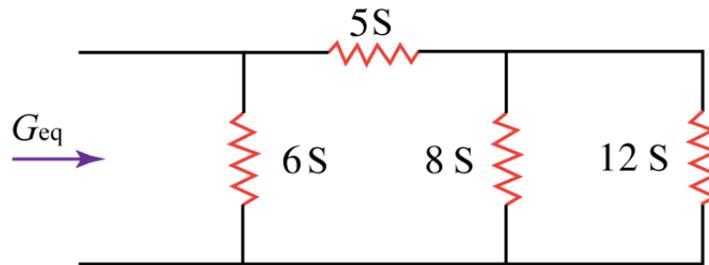
الشكل 26-2 الدارة المكافئة لدارة الشكل 25-2

المقاومات  $(4-\Omega)$ ، و  $(2.4-\Omega)$ ، و  $(8-\Omega)$  موصولة على التسلسل، بالتالي تكون المقاومة المكافئة:

$$4\Omega + 2.4\Omega + 8\Omega = 14.4\Omega$$

مثال 9:

أوجد الناقلية المكافئة ( $G_{eq}$ ) المشار إليها في الدارة المبينة في الشكل 27.2.



الشكل 27-2 دائرة المثال 9

الحل 9:

المقاومتان ( $12-S$ ) و ( $8-S$ ) موصولتان على التفرع بالتالي الناقلية المكافئة لهما:

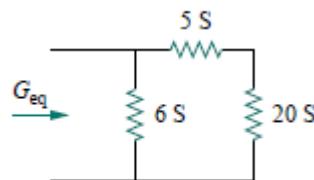
$$12 S + 8 S = 20 S$$

المقاومتان ( $20-S$ ) و ( $5-S$ ) موصولتان على التسلسل بالتالي الناقلية المكافئة لهما كما هو مبين في الشكل

:28.2

$$5 S \parallel 20 S = \frac{5 S \times 20 S}{5 S + 20 S} = 4 S$$

CEE101 fig 28.2 par 3



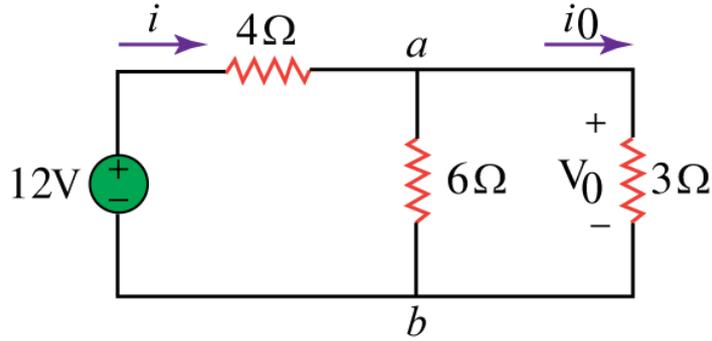
الشكل 28.2: الدارة المكافئة لدائرة المثال 9

المقاومتان ( $6-S$ ) و ( $4-S$ ) موصولتان على التفرع بالتالي الناقلية المكافئة الكلية:

$$4 S + 6 S = 10 S$$

مثال 10:

أوجد  $(i_o)$  و  $(v_o)$  في الدارة المبينة في الشكل 29.2. واحسب الاستطاعة المستهلكة في المقاومة  $(3-\Omega)$ .



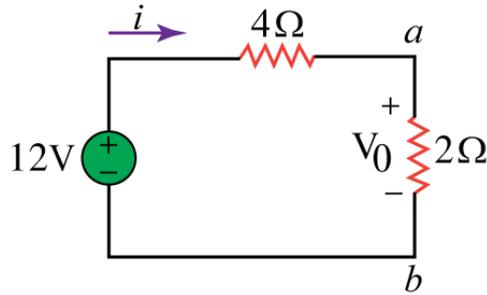
الشكل 29-2 دائرة المثال 10

الحل 10:

المقاومتان  $(6-\Omega)$  و  $(3-\Omega)$  موصولتان على التفرع بالتالي المقاومة المكافئة لهما:

$$6\Omega \parallel 3\Omega = \frac{6\Omega \times 3\Omega}{6\Omega + 3\Omega} = 2\Omega$$

بالتالي تختصر دائرة الشكل 29.2 إلى الدارة المبينة في الشكل 30.2:



الشكل 30-2 الدارة المكافئة لدائرة المثال 10

لنلاحظ أن الجهد  $(v_o)$  لم يتأثر بجمع المقاومتين  $(6-\Omega)$  و  $(3-\Omega)$  بمقاومة وحيدة  $(2-\Omega)$  لأن المقاومتين موصولتان على التفرع فلهما نفس الجهد  $(v_o)$ .

يمكن حساب الجهد  $(v_o)$  بطريقتين. الطريقة الأولى حساب الجهد  $(v_o)$  بتطبيق قانون أوم.

$$i = \frac{12V}{4\Omega + 2\Omega} = 2A; \quad v_o = 2i = 2\Omega \times 2A = 4V$$

الطريقة الأخرى حساب الجهد ( $v_o$ ) بتطبيق قاعدة تقسيم الجهد.

$$v_o = \frac{2\Omega}{2\Omega + 4\Omega}(12V) = 4V$$

ويمكن حساب التيار ( $i_o$ ) بطريقتين. الطريقة الأولى حساب التيار ( $i_o$ ) بتطبيق قانون أوم على المقاومة  $(3-\Omega)$ .

$$v_o = 3i_o = 4V \Rightarrow i_o = \frac{4}{3} = 1.33A$$

الطريقة الأخرى حساب التيار ( $i_o$ ) بتطبيق قاعدة تقسيم التيار.

$$i_o = \frac{6}{6+3}i = \frac{2}{3}(2A) = \frac{4}{3}A$$

الاستطاعة المستهلكة في المقاومة  $(3-\Omega)$ :

$$p_o = v_o i_o = 4\left(\frac{4}{3}\right) = 5.33W$$

## 6. ملخص SUMMARY

1. المقاومة هي عنصر غير فعال، يتناسب هبوط الجهد ( $v$ ) عليها طردياً مع التيار ( $i$ ) المار بها. معامل التناسب هو المقاومة ( $R$ ). بالتالي تخضع المقاومة إلى قانون أوم.

$$v = i R$$

2. الدارة المقصورة هي مقاومة (سلك مثالي الناقلية) قيمتها صفر ( $R = 0$ ). الدارة المفتوحة هي مقاومة قيمتها لانهاية ( $R = \infty$ ).

3. تتناسب الناقلية ( $G$ ) لمقاومة عكساً مع قيمتها.

$$G = \frac{1}{R}$$

4. الفرع هو عنصر ذو طرفين في دارة كهربائية. والعقدة هي نقطة وصل فرعين أو أكثر. والحلقة هي ممر مغلق في دارة. يرتبط عدد الفروع ( $b$ )، وعدد العقد ( $n$ )، وعدد الحلقات المستقلة ( $l$ ) في دارة كهربائية بالعلاقة التالية:

$$b = l + n - 1$$

5. ينص قانون كيرشوف للتيار ( $KCL$ ) على أن المجموع الجبري للتيارات في أية عقدة من دارة كهربائية معدوم. وبعبارة أخرى مجموع التيارات الداخلة إلى عقدة يساوي إلى مجموع التيارات الخارجة منها.

6. ينص قانون كيرشوف للجهد ( $KVL$ ) على أن المجموع الجبري للجهود في حلقة مغلقة من دارة كهربائية معدوم. وبعبارة أخرى مجموع الجهود الموجبة يساوي إلى مجموع الجهود السالبة.

7. نقول عن عنصرين أنهما على التسلسل عندما يكونان موصلان طرفاً لطرف على التتابع. يمر نفس التيار في العناصر الموصلة على التسلسل. ونقول عن عنصرين أنهما على التفرع عندما يكونان موصلان طرفاً لطرف على التفرع. يهبط الجهد نفسه على العناصر الموصولة على التفرع.

8. المقاومة المكافئة والناقلية المكافئة لمقاومتين ( $R_1 = 1/G_1$ ) و ( $R_2 = 1/G_2$ ) موصلتين على التسلسل تعطيان بالعلاقتين التاليتين:

$$R_{eq} = R_1 + R_2; \quad G_{eq} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}$$

**9.** المقاومة المكافئة والناقلية المكافئة لمقاومتين ( $R_1 = 1/G_1$ ) و ( $R_2 = 1/G_2$ ) موصولتين على التفرع تعطيان بالعلاقتين التاليتين:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \quad G_{eq} = G_1 + G_2$$

**10.** مبدأ تقسيم الجهد لمقاومتين موصولتين على التسلسل:

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v; \quad v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

**11.** مبدأ تقسيم التيار لمقاومتين موصولتين على التفرع:

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i; \quad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

## 7. أسئلة ومسابئلة الفصل الثاني QUESTIONS AND PROBLEMES

### أسئلة الفصل الثاني

1. معكوس المقاومة هو:

- (a) الجهد (voltage)
- (b) التيار (current)
- (c) الناقلية (conductivity)
- (d) الكولون (coulomb)

2. يستجر مسخن كهربائي تياراً مقداره (10 A) موصل على خط شبكة جهدها (120 V). فتكون مقاومة

المسخن:

- (a) 1200  $\Omega$
- (b) 120  $\Omega$
- (c) 12  $\Omega$
- (d)  $\Omega$

3. يستجر فرن كهربائي تياراً مقداره (12 A) واستطاعته (1.5 kW). فيكون جهده الكهربائي:

- (a) 18 kV
- (b) 125 V
- (c) 120 V
- (d) 10.42 V

4. مقاومة قيمتها (80 k $\Omega$ )، واستطاعتها العظمى (2 W). تستجر تياراً مقداره:

- (a) 160 kA
- (b) 40 kA
- (c) 5 mA
- (d) 25  $\mu$ A

5. شبكة لها (12) فرعاً و (8) حلقات مستقلة. كم عقدة تحتوي هذه الشبكة؟

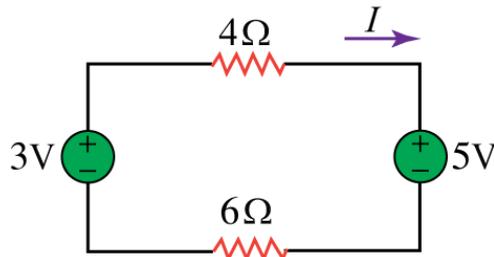
19 (a)

17 (b)

5 (c)

4 (d)

6. قيمة التيار ( $I$ ) في دارة الشكل 31.2 هي:



الشكل 31-2

- 0.8 A (a)

-0.2 A (b)

0.2 A (c)

0.8 A (d)

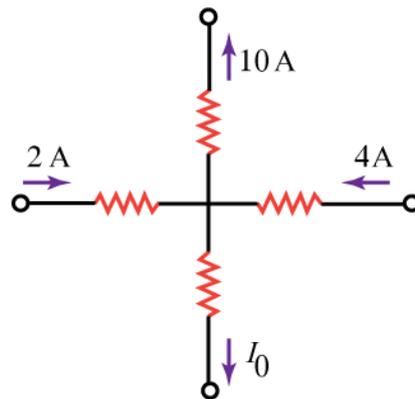
7. قيمة التيار ( $I_o$ ) في دارة الشكل 32.2 هي:

- 4 A (a)

- 2 A (b)

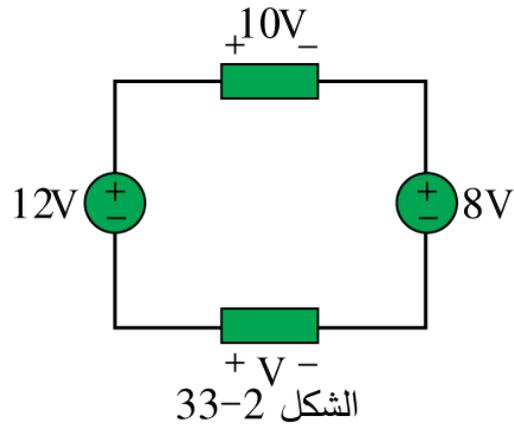
4 A (c)

16 A (d)



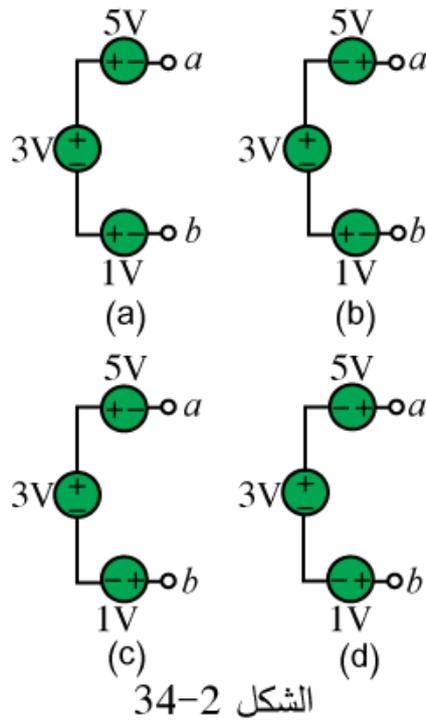
الشكل 32-2

8. قيمة الجهد (  $v$  ) في دارة الشكل 33.2 هي:



- (a) 30 V
- (b) 14 V
- (c) 10 V
- (d) 6 V

9. أي واحدة من الدارات المبينة في الشكل 34.2 تعطي جهداً مقداره (  $v_{ab} = 7 V$  )؟



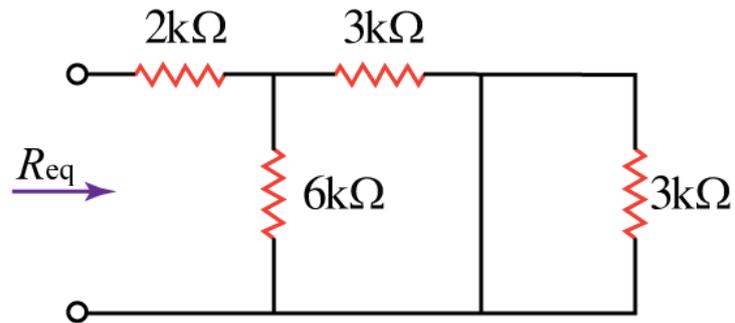
10. المقاومة المكافئة في دارة الشكل 35.2 هي:

4 kΩ (a)

5 kΩ (b)

8 kΩ (c)

14 kΩ (d)



الشكل 35-2

Answers : 2.1(c), 2.2(c), 2.3(b), 2.4(c), 2.5(c), 2.6(b), 2.7(a), 2.8(d), 2.9(d), 2.10(a).

## مسائل الفصل الثاني

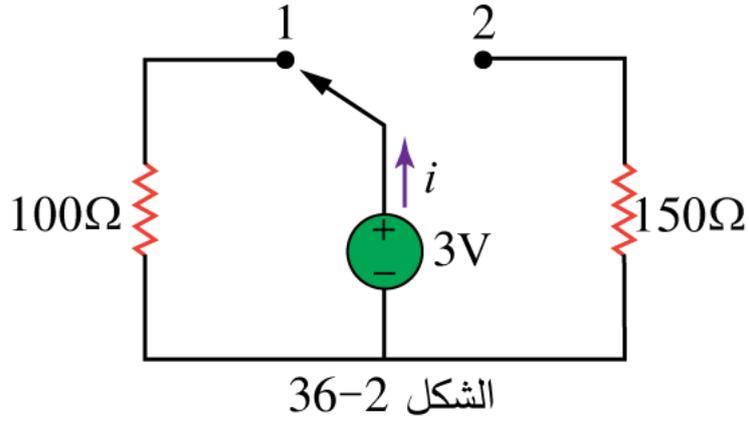
1. يطبق جهد مقداره (16 V) على مقاومة قيمتها (5 k $\Omega$ ). احسب شدة التيار المار في هذه المقاومة.

Ans.  $i = 3.2 \text{ mA}$

2. أوجد قيمة مقاومة مصباح كهربائي استطاعته (60 W) وجهده (120 V).

Ans.  $R = 240 \ \Omega$

3. أوجد قيمة التيار الكهربائي ( $i$ ) في دارة الشكل 36.2. (a) عندما يكون المفتاح على الوضعية 1 ثم (b) عندما يكون المفتاح على الوضعية 2.



Ans. (a)  $i = 30 \text{ mA}$       (b)  $i = 20 \text{ mA}$  .

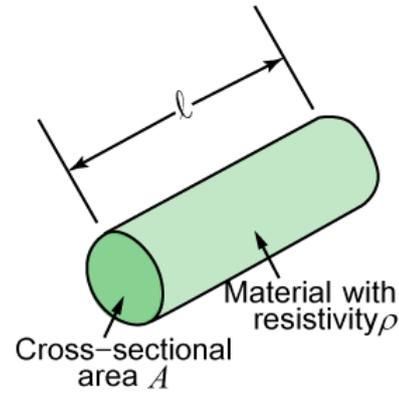
4. قضيب من السيليكون طوله ( $l$ ) ومقطعه دائري. إذا كانت مقاومته ( $240\Omega$ ) عند درجة حرارة الغرفة (درجة الحرارة الاعتيادية)، احسب نصف قطر مقطع القضيب السيليكوني ( $r$ ).

ملاحظة:

يبين الشكل 37.2 القضيب السيليكوني وجدولاً بالمقاومة النوعية لبعض المواد شائعة الاستعمال.

Table 21 Resistivities of common materials.

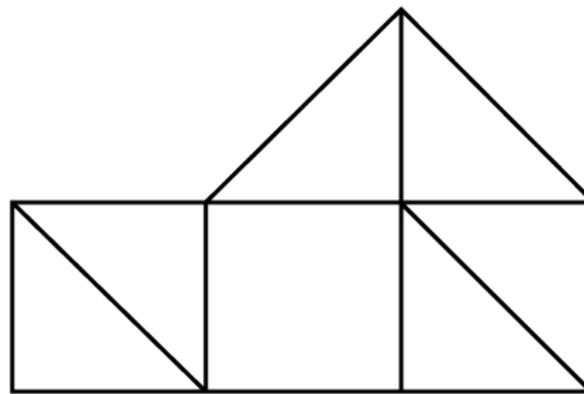
Material	Resistivity ( $\Omega.m$ )	Usage
Silver	$1.64 \times 10^{-8}$	Conductor
Copper	$1.72 \times 10^{-8}$	Conductor
Aluminum	$2.8 \times 10^{-8}$	Conductor
Gold	$2.45 \times 10^{-8}$	Conductor
Carbon	$4 \times 10^{-5}$	Semiconductor
Germanium	$47 \times 10^{-2}$	Semiconductor
Silicon	$6.4 \times 10^2$	Semiconductor
Paper	$10^{10}$	Insulator
Mica	$5 \times 10^{11}$	Insulator
Glass	$10^{12}$	Insulator
Teflon	$3 \times 10^{12}$	Insulator



الشكل 37-2

Ans.  $r = 18.4 \text{ cm}$ .

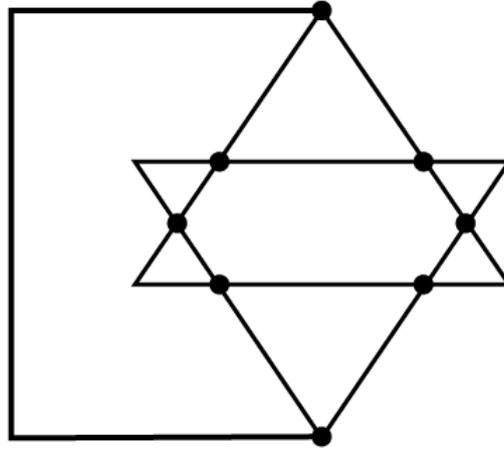
5. أوجد من الشكل 38.2 عدد العقد ( $n$ )، وعدد الفروع ( $b$ )، وعدد الحلقات المستقلة ( $l$ ).



الشكل 38-2

Ans.  $n = 7, l = 9, b = 15$ .

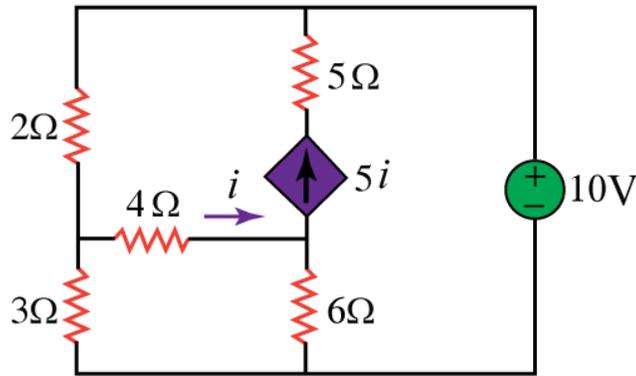
6. أوجد من الشكل 39.2 عدد العقد ( $n$ )، وعدد الفروع ( $b$ )، وعدد الحلقات المستقلة ( $l$ ).



الشكل 39-2

Ans.  $n = 14$ ,  $l = 8$ ,  $b = 21$ .

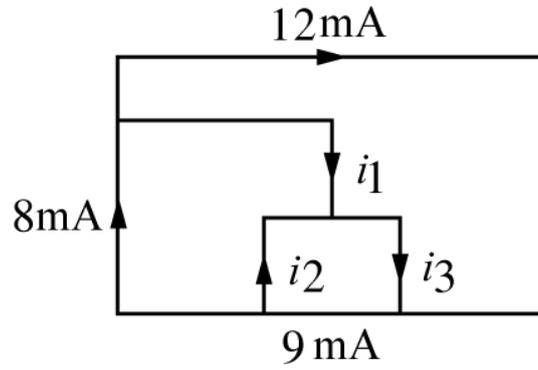
7. أوجد من الشكل 40.2 عدد العقد ( $n$ )، وعدد الفروع ( $b$ )، وعدد الحلقات المستقلة ( $l$ ).



الشكل 40-2

Ans.  $n = 4$ ,  $l = 3$ ,  $b = 6$ .

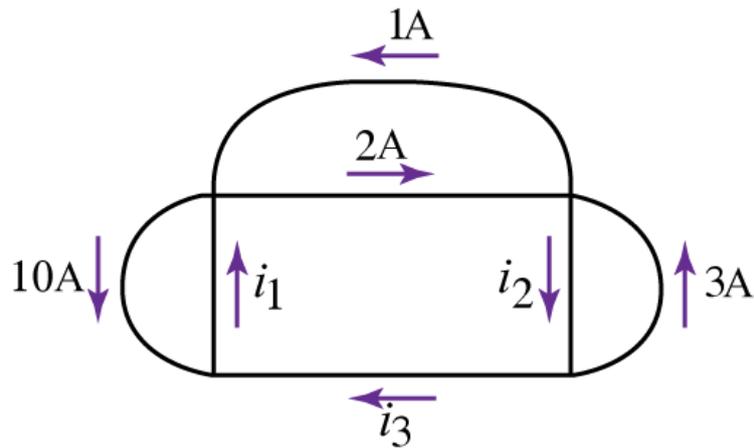
8. استعمال قانون كيرشوف للتيار (KCL) لحساب التيارات ( $i_1$ )، و( $i_2$ )، و( $i_3$ ) في دارة الشكل 41.2.



الشكل 41-2

Ans.  $i_1 = -4 \text{ mA}$  ،  $i_2 = 1 \text{ mA}$  ،  $i_3 = -3 \text{ mA}$  .

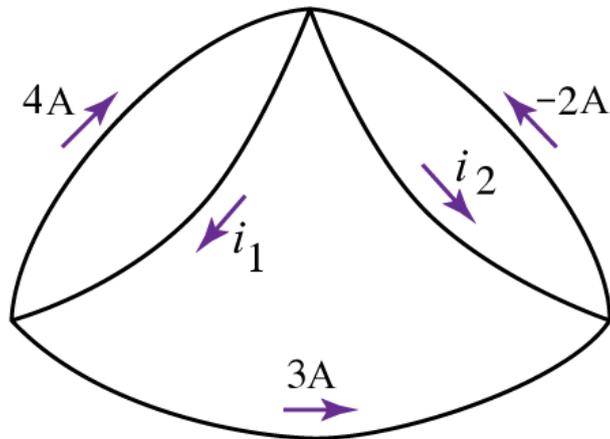
9. استعمال قانون كيرشوف للتيار (KCL) لحساب التيارات ( $i_1$ )، و( $i_2$ )، و( $i_3$ ) في دارة الشكل 42.2.



الشكل 42-2

Ans.  $i_1 = 11 \text{ A}$  ،  $i_2 = 4 \text{ A}$  ،  $i_3 = 1 \text{ A}$  .

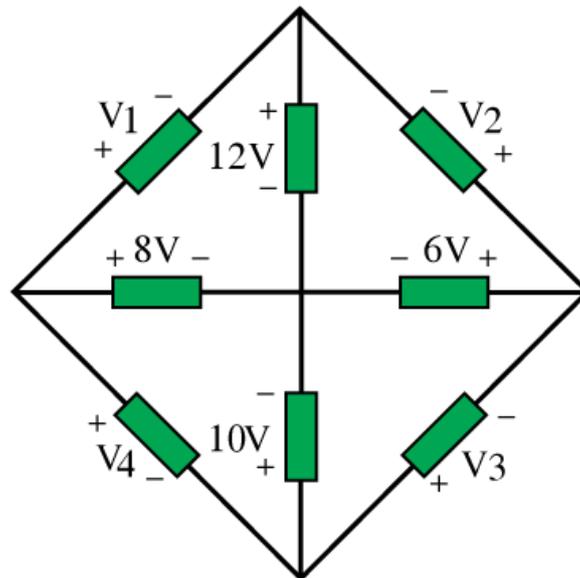
10. استعمل قانون كيرشوف للتيار (KCL) لحساب التيارات ( $i_1$ )، و ( $i_2$ ) في دائرة الشكل 43.2.



الشكل 43-2

Ans.  $i_1 = 7 A$  ،  $i_2 = -5 A$  .

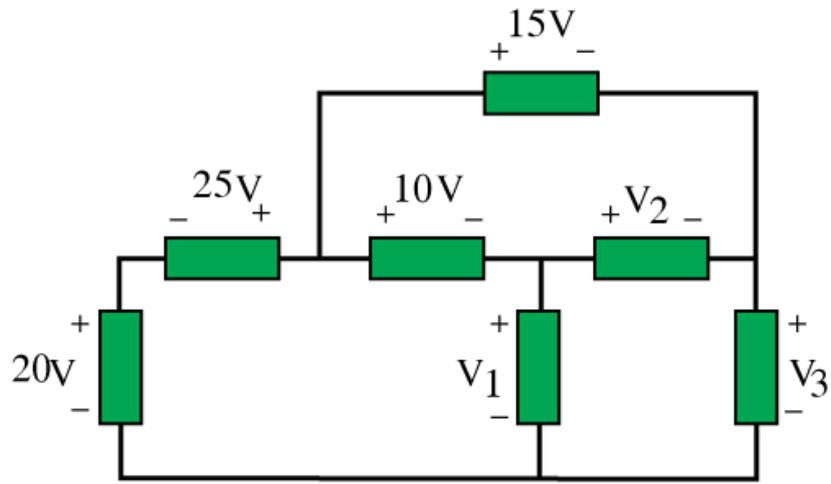
11. أوجد قيم الجهود ( $v_1$ ) إلى ( $v_4$ ) في دائرة الشكل 44.2.



الشكل 44-2

Ans.  $v_1 = -4 V$  ،  $v_2 = -6 V$  ،  $v_3 = 4 V$  ،  $v_4 = -2 V$  .

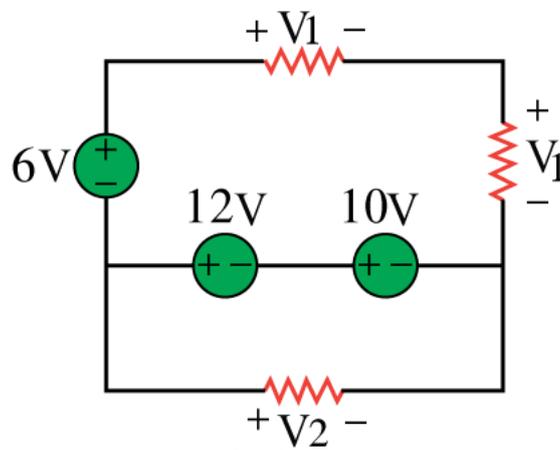
12. أوجد قيم الجهود ( $v_1$ ) إلى ( $v_3$ ) في دارة الشكل 45.2.



الشكل 45-2

Ans.  $v_1 = 35 V$  ،  $v_2 = 5 V$  ،  $v_3 = 30 V$  .

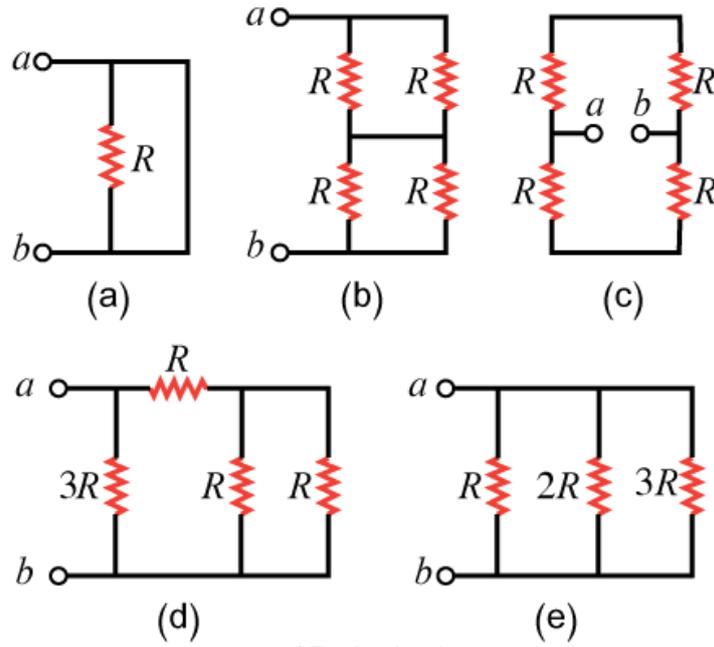
13. أوجد قيم الجهود ( $v_1$ ) و ( $v_2$ ) في دارة الشكل 46.2.



الشكل 46-2

Ans.  $v_1 = 14 V$  ،  $v_2 = 22 V$  .

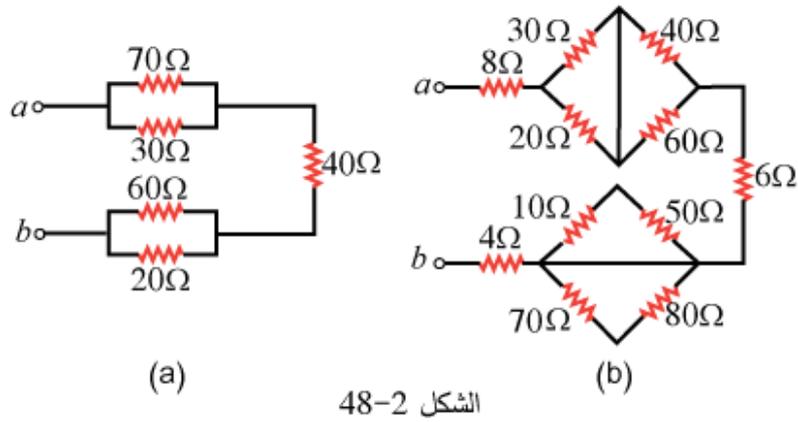
14. أوجد قيمة المقاومة المكافئة عند  $(a-b)$  في كل دائرة من دوائر الشكل 47.2.



الشكل 47-2

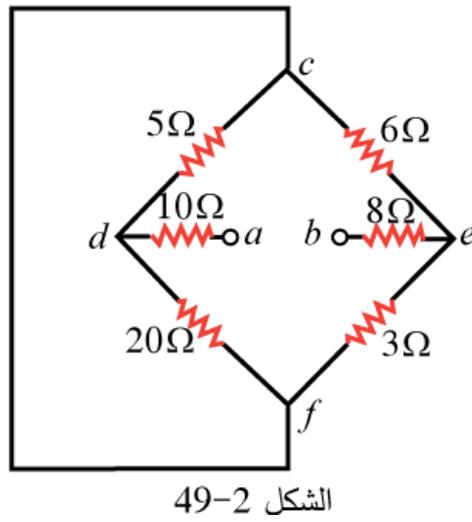
Ans. (a)  $R_{ab} = 0$ , (b)  $R_{ab} = R$ , (c)  $R_{ab} = R$ , (d)  $R_{ab} = R$ , (e)  $R_{ab} = (6/11) R$ .

15. أوجد قيمة المقاومة المكافئة عند  $(a-b)$  في كل دائرة من دوائر الشكل 48.2.



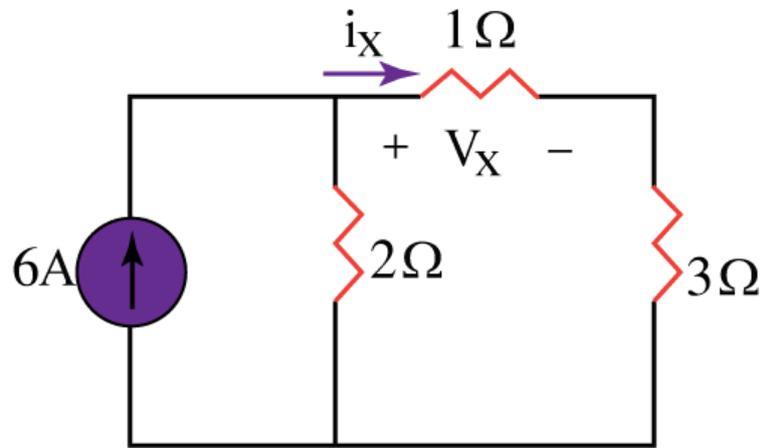
Ans. (a)  $R_{ab} = 76 \Omega$ ، (b)  $R_{ab} = 54 \Omega$ .

16. أوجد قيمة المقاومة المكافئة عند  $(a-b)$  في دائرة الشكل 49.2.



Ans. (a)  $R_{ab} = 24 \Omega$ .

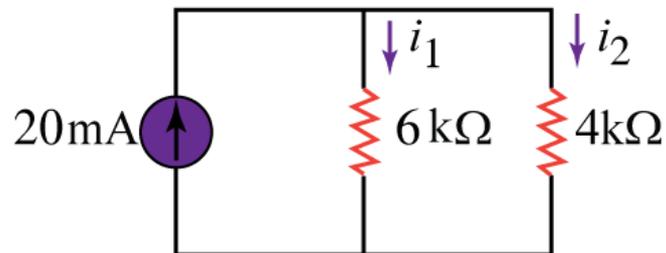
17. أوجد قيمة التيار ( $i_x$ ) والجهد ( $v_x$ ) في دارة الشكل 50.2.



الشكل 50-2

Ans.  $i_x = 2 A$  ،  $v_x = 2 V$  .

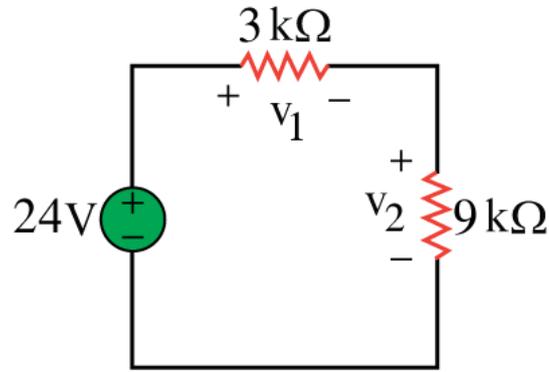
18. أوجد قيمة التيار ( $i_1$ ) و ( $i_2$ ) في دارة الشكل 51.2.



الشكل 51-2

Ans.  $i_1 = 8 A$  ،  $i_2 = 12 A$  .

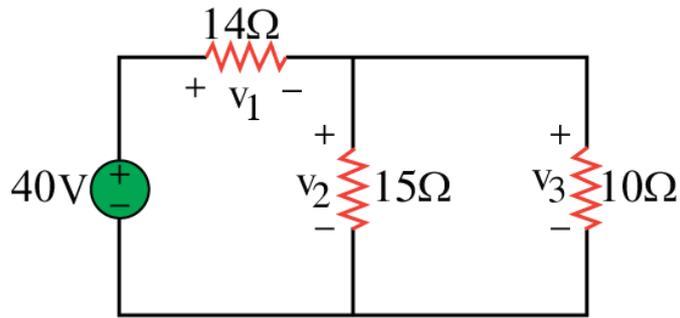
19. أوجد قيمة الجهد ( $v_1$ ) و ( $v_2$ ) في دارة الشكل 52.2.



الشكل 52-2

Ans.  $v_1 = 28 V$  ،  $v_2 = v_3 = 12 V$  .

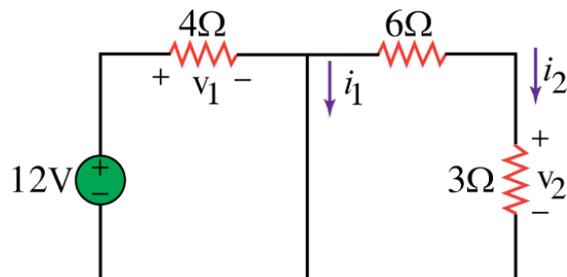
20. أوجد قيمة الجهد ( $v_1$ ) و ( $v_2$ ) و ( $v_3$ ) في دارة الشكل 53.2.



الشكل 53-2

Ans.  $v_1 = 28 V$  ،  $v_2 = v_3 = 12 V$  .

21. أوجد قيمة الجهد ( $v_1$ ) والتيار ( $i_1$ ) والجهد ( $v_2$ ) والتيار ( $i_2$ ) في دارة الشكل 54.2.



الشكل 54-2

Ans.  $v_1 = 12V$  ،  $v_2 = 0V$  ،  $i_1 = 3 A$  ،  $i_2 = 0 A$  .

# الفصل الثالث: طرائق تحليل الدارات الكهربائية

## المخرجات:

فهم طرق التحليل بالعقد والحلقات واستعمالهما في تحليل الدارات الكهربائية.

## الكلمات المفتاحية:

تحليل العقد، تحليل الحلقات، قانون كيرشوف للتيارات ( $KCL$ )، قانون كيرشوف للجهود ( $KVL$ ).

## المخلص:

بعد فهم القوانين الرئيسية لنظرية الدارات الكهربائية (قانون أوم وقانونا كيرشوف)، يمكننا الآن تطبيقها لتطوير تقنيتين مهمتين وفعاليتين لتحليل الدارات الكهربائية، هما: تحليل العقد (nodal analysis) المبني على التطبيق المنهجي لقانون كيرشوف للتيارات ( $KCL$ )، وتحليل الحلقات (mesh analysis) المبني على التطبيق المنهجي لقانون كيرشوف للجهود ( $KVL$ ). التقنيتان في غاية الأهمية لذلك سيكون هذا الفصل هو الأكثر أهمية في هذا المقرر. ويمكننا تقريبا "بهاتين التقنيتين تحليل أية دارة من خلال كتابة مجموعة من المعادلات الخطية، ثم بعد ذلك حلها للحصول على القيم المطلوبة للتيارات أو الجهود. وإحدى أهم الطرائق لحل مجموعة معادلات خطية هي قاعدة كرامر (Cramer's rule)، وبحل المعادلات نحصل على قيم متغيرات الدارة. توضح الأمثلة المقدمة في هذا الفصل هذه الطريقة. ويلخص الملحق (A) أيضا وبإيجاز ما يحتاجه القارئ من معرفة لتطبيق قاعدة كرامر.

## الأهداف التعليمية:

يهدف هذا الفصل إلى تمكين الطالب من تحليل لدارت لكهربائية اعتماداً على العقد والحلقات باستعمال قوانين كيرشوف للتيارات والجهود.

## المخطط:

الفصل الثالث: طرق تحليل الدارات الكهربائية [ILO3] (أسبوع) [

- التحليل بالعقد Nodal Analysis
- التحليل بالحلقات Mesh Analysis
- المقارنة بين التحليل بالعقد والتحليل بالحلقات Nodal Versus Mesh Analysis

## مقدمة

بعد فهم القوانين الرئيسية لنظرية الدارات الكهربائية (قانون أوم وقانونا كيرشوف)، يمكننا الآن تطبيقها لتطوير تقنيتين مهمتين وفعاليتين لتحليل الدارات الكهربائية، هما: تحليل العقد (nodal analysis) المبني على التطبيق المنهجي لقانون كيرشوف للتيارات ( $KCL$ )، وتحليل الحلقات (mesh analysis) المبني على التطبيق المنهجي لقانون كيرشوف للجهود ( $KVL$ ). التقنيتان في غاية الأهمية لذلك سيكون هذا الفصل هو الأكثر أهمية في هذا المقرر. يمكننا تقريبا بهاتين التقنيتين تحليل أية دارة من خلال كتابة مجموعة من المعادلات الخطية، ثم بعد ذلك حلها للحصول على القيم المطلوبة للتيارات أو الجهود. إحدى أهم الطرائق لحل مجموعة معادلات خطية هي قاعدة كرامر (Cramer's rule)، وبحل المعادلات نحصل على قيم متغيرات الدارة. توضح الأمثلة المقدمة في هذا الفصل هذه الطريقة. ويلخص الملحق (A) أيضا وبايجاز ما يحتاجه القارئ من معرفة لتطبيق قاعدة كرامر.

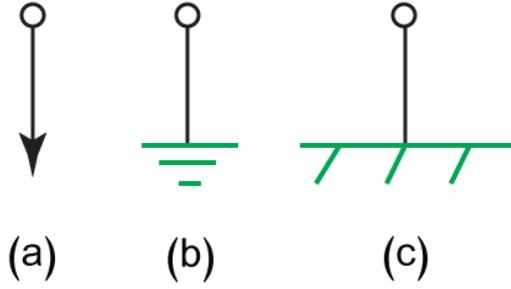
## 1. تحليل العقد NODAL ANALYSIS

تحليل العقد هو إجرائية عامة لتحليل الدارات باستعمال جهود العقد كمتحولات. إن اختيار جهود العقد بدلاً من جهود العناصر يقلل عدد المعادلات المطلوب حلها. نفترض عدم وجود منابع جهود، ونلخص إجرائية تحليل العقد بالخطوات الثلاث التالية:

1. نختار عقدة مرجعية، ونحدد الجهود ( $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}$ ) للعقد ( $n-1$ ) الباقية.
2. نطبق قانون كيرشوف للتيار ( $KCL$ ) على كل عقدة من العقد ( $n-1$ ). نستعمل قانون أوم لإيجاد تيارات الفروع بدلالة جهود العقد.
3. نحل المعادلات الناتجة لإيجاد قيم متحولات جهود العقد.

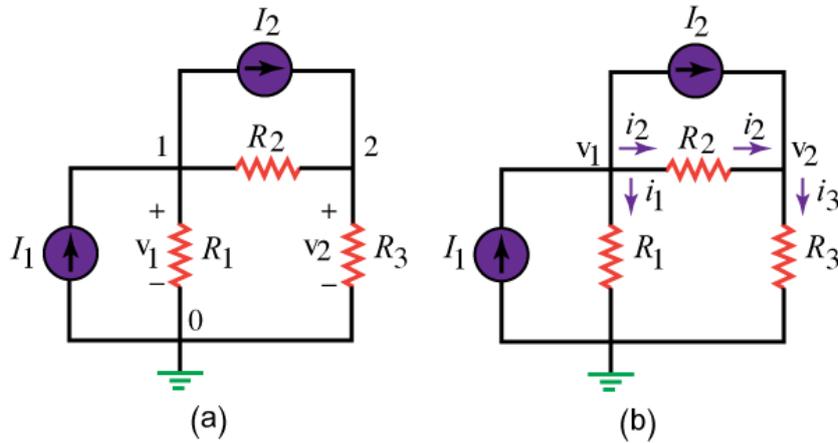
سنشرح الآن هذه الإجرائية ونطبق الخطوات الثلاث.

**الخطوة الأولى** هي اختيار النقطة المرجعية (Reference node) أو (Datum node) تعرف عادة بالأرضي (Ground) لأنه يفترض أن جهدها (0 V). ويرمز للأرضي بواحد من الرموز الثلاثة المبينة في الشكل 1.3. يستعمل الأرضي (1.3(b)) في التجهيزات التي يوصل هيكلها إلى الجهد المرجعي ويسمى الشاسيه (Chassis ground). عندما يستعمل جهد الأرض (Earth ground) كجهد مرجعي، يستعمل الرمز المبين في الشكل 1.3(a) أو الرمز المبين في الشكل 1.3(c).



الشكل 1-3 رموز الأرضي شائعة الاستعمال

بعد اختيار العقدة المرجعية، نسمي جهود العقد المتبقية غير المرجعية. لتوضيح ذلك نعتد الدارة المبينة في الشكل 2.3(a). لتكن العقدة (0) هي العقدة المرجعية ( $v = 0$ )، وليكن جهد العقدة (1) هو ( $v_1$ ) وجهد العقدة (2) هو ( $v_2$ ).



الشكل 2-3 دائرة أنموذجية لتحليل العقد

**في الخطوة الثانية**، نطبق قانون كيرشوف للتيار (KCL) على كل عقدة غير مرجعية في الدارة المعنية. كي نتجنب وضع عدد كبير من المعلومات على نفس الشكل، نعيد رسم الدارة كما هو مبين في الشكل 2.3(b)، ونضيف إليها التيارات ( $i_1$ )، ( $i_2$ ) و ( $i_3$ ) التي تمر في المقاومات ( $R_1$ )، ( $R_2$ )، و ( $R_3$ ) على التوالي.

بتطبيق قانون كيرشوف على العقدة (1) نجد:

$$I_1 = I_2 + i_1 + i_2 \quad (1.3)$$

وبتطبيق قانون كيرشوف على العقدة (2) نجد:

$$I_2 + i_2 = i_3 \quad (2.3)$$

نطبق الآن قانون أوم لنكتب التيارات  $(i_1)$ ،  $(i_2)$  و  $(i_3)$  بدلالة جهود العقد.  
يمر التيار في مقاومة من الكمون المرتفع نحو الكمون المنخفض.  
نعبر عن هذا المبدأ كما يلي:

$$i = \frac{v_{higher} - v_{lower}}{R} \quad (3.3)$$

نجد من دائرة الشكل 2.3(b)،

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{v_1 - 0}{R_1} \quad or \quad i_1 = G_1 v_1 \\ i_2 &= \frac{v_1 - v_2}{R_2} \quad or \quad i_2 = G_2 (v_1 - v_2) \\ i_3 &= \frac{v_2 - 0}{R_3} \quad or \quad i_3 = G_3 v_2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

بتعويض العلاقات (4.3) بالعلاقاتين (1.3) و (2.3) نجد:

$$I_1 = I_2 + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} \quad (5.3)$$

$$I_2 + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = \frac{v_2}{R_3} \quad (6.3)$$

وبدلالة الناقلات، تصبح المعادلتان (5.3) و(6.3)،

$$I_1 = I_2 + G_1 v_1 + G_2 (v_1 - v_2) \quad (7.3)$$

$$I_2 + G_2 (v_1 - v_2) = G_3 v_2 \quad (8.3)$$

في الخطوة الثالثة، نحل المعادلات بدلالة جهود العقد.

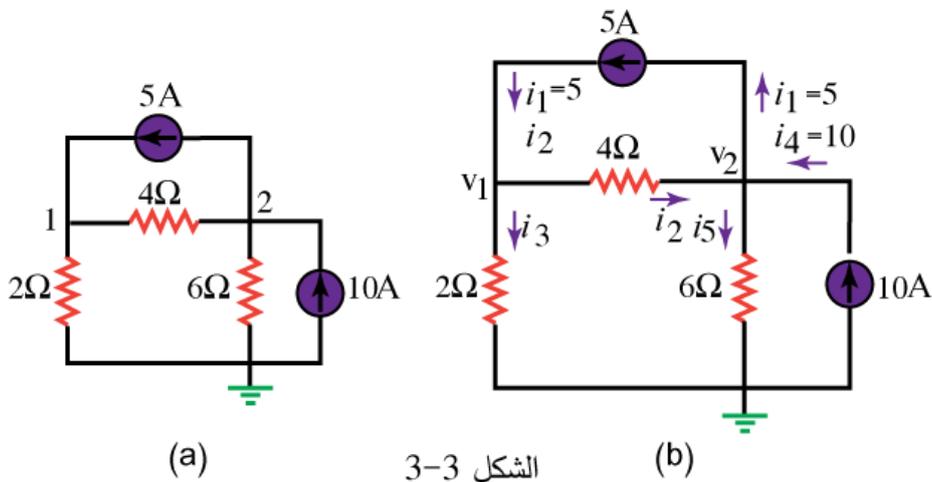
بنطبق قانون كيرشوف على  $(n-1)$  عقدة ينتج لدينا  $(n-1)$  معادلة مثل المعادلتين (5.3) و(6.3) أو المعادلتين (7.3) و(8.3). بالنسبة لدارة الشكل 2.3، نحل المعادلتين (5.3) و(6.3) أو المعادلتين (7.3) و(8.3) لنحصل على الجهدين  $(v_1)$  و  $(v_2)$  باستعمال إحدى طرائق حل مجموعة معادلات خطية، مثل طريقة التعويض (Substitution method) أو طريقة الحذف (Elimination method) أو قاعدة كرامر (Cramer's rule) أو قلب مصفوفة (Matrix inversion). عندما نستعمل أياً من الطريقتين الأخيرتين، ينبغي أن نكتب المعادلتين (7.3) و(8.3) على شكل مصفوفة، وذلك كما يلي:

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 - I_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

ويحل المصفوفة نحصل على قيم  $(v_1)$  و  $(v_2)$ . كما يمكن حل المعادلات باستعمال الحاسبات مثل (HP48) أو باستعمال برمجيات خاصة مثل (Matlab).

مثال 1 :

احسب جهود العقد  $(v_1)$  و  $(v_2)$  في الدارة المبينة في الشكل 3.3(a).



الشكل 3-3

### الحل 1:

نعيد رسم دائرة الشكل 3.3 (a) كما هو مبين في الشكل 3.3 (b) بهدف تحليلها. ونتمعن في تحديد اتجاهات التيارات بغية تطبيق قانون كيرشوف للتيار (KCL). تعطى اتجاهات وتسميات الفروع التي تحتوي على منابع للتيارات، وأما الفروع الأخرى فتحدد اتجاهات وتسميات التيارات بشكل عشوائي ولكن متنسق. (نعني بكلمة متنسق خروج التيار  $(i_2)$  مثلاً من الجانب الأيمن للمقاومة  $(4\Omega)$  عندما نفترض دخوله إليها من الجانب الأيسر). وتحدد عقد الجهود  $(v_1)$  و  $(v_2)$  بعد تحديد العقدة المرجعية. بتطبيق قانون كيرشوف للتيار في العقدة (1)، وبتطبيق قانون أوم نحصل على:

$$i_1 = i_2 + i_3 \Rightarrow 5 = \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{v_1 - 0}{4}$$

بضرب طرفي المعادلة بالعدد 4 نحصل على:

$$20 = v_1 - v_2 + 2v_1$$

أو

$$3v_1 - v_2 = 20$$

بتطبيق قانون كيرشوف للتيار في العقدة (2)، وبتطبيق قانون أوم نحصل على:

$$i_1 + i_4 = i_1 + i_5 \Rightarrow \frac{v_1 - v_2}{4} + 10 = 5 + \frac{v_2 - 0}{6}$$

بضرب طرفي المعادلة بالعدد 12 نحصل على:

$$3v_1 - 3v_2 + 120 = 60 + 2v_2$$

أو

$$-3v_1 + 5v_2 = 60$$

الآن لدينا معادلتان. يمكننا حلها باعتماد أية طريقة من الطرائق التي ذكرناها آنفاً، والحصول على قيم  $(v_1)$ ، و  $(v_2)$ .

الطريقة الأولى: استعمال طريقة الحذف

نجمع المعادلتين طرفاً لطرف فنحصل على:

$$4v_2 = 80 \Rightarrow v_2 = 20V$$

نعوض قيمة  $(v_2 = 20)$  في المعادلة الأولى، فنحصل على:

$$3v_1 - 20 \Rightarrow v_1 = \frac{40}{3} = 13.33V$$

الطريقة الثانية: استعمال قاعدة كرامر

نكتب المعادلتين على شكل مصفوفة،

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 60 \end{bmatrix}$$

نحسب محدد المصفوفة  $(\Delta)$  والمحددين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$ ،

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 15 - 3 = 12$$

نحسب قيمتي  $(v_1)$  و  $(v_2)$  كما يلي:

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -1 \\ 60 & 5 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{100 + 60}{12} = 13.33V$$

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 20 \\ -3 & 60 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{180 + 60}{12} = 20V$$

إذا طلب منا تحديد قيم التيارات، نحددها بسهولة من جهود العقد:

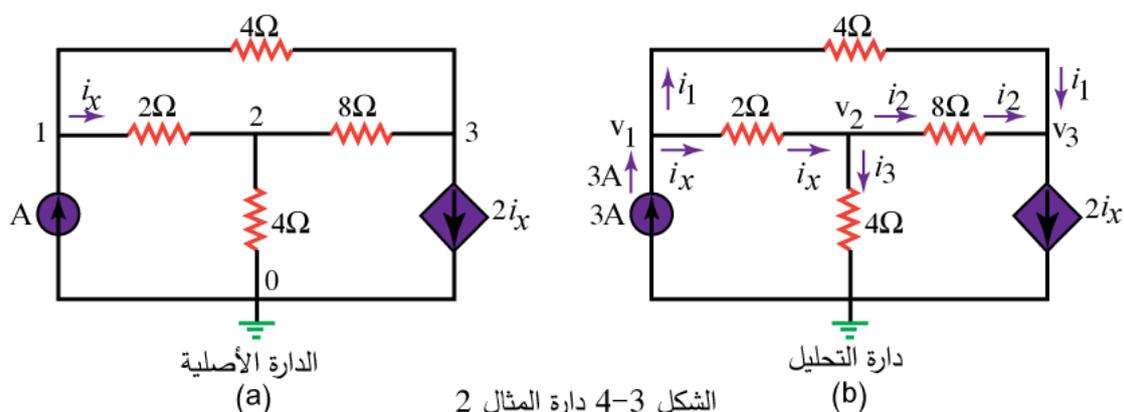
$$i_1 = 5A, \quad i_2 = \frac{v_1 - v_2}{4} = -1.6667A, \quad i_3 = \frac{v_1}{2} = 6.666$$

$$i_4 = 10A, \quad i_2 = \frac{v_2}{6} = 3.333A$$

تعني إشارة  $(-)$  للتيار  $(i_2)$ ، أن الاتجاه الحقيقي له هو بعكس الاتجاه المفروض.

مثال 2:

احسب جهود العقد  $(v_1)$ ،  $(v_2)$ ، و  $(v_3)$  في الدارة المبينة في الشكل 4.3(a).



الحل 2:

نعيد رسم دائرة الشكل 4.3(a) كما هو مبين في الشكل 4.3(b) لتحليل الدارة. نلاحظ وجود ثلاثة جهود للعقد الثلاث  $(v_1)$ ،  $(v_2)$ ، و  $(v_3)$ . نحدد أيضاً التيارات واتجاهاتها. عند العقدة (1) نجد:

$$3 = i_1 + i_x \Rightarrow 3 = \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_1 - v_2}{2}$$

بضرب طرفي المعادلة بالعدد 4 نحصل على:

$$3v_1 - 2v_2 - v_3 = 12$$

عند العقدة (2) نجد:

$$i_x = i_2 + i_3 \Rightarrow \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_2 - v_3}{8} + \frac{v_2 - 0}{4}$$

بضرب طرفي المعادلة بالعدد 8، وإعادة ترتيب الحدود نحصل على:

$$-4v_1 + 7v_2 - v_3 = 0$$

عند العقدة (3) نجد:

$$i_1 + i_2 = 2i_x \Rightarrow \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_2 - v_3}{8} = \frac{2(v_1 - v_2)}{2}$$

بضرب طرفي المعادلة بالعدد 8، وإعادة ترتيب الحدود، وبالتقسيم على 3، نحصل على:

$$2v_1 - 3v_2 + v_3 = 0$$

الآن لدينا ثلاث معادلات سنقوم بحلها لإيجاد جهود العقد  $(v_1)$ ،  $(v_2)$ ، و  $(v_3)$  بطريقتين.

**الطريقة الأولى:** استعمال طريقة الحذف

نجمع المعادلتين الأولى والثالثة طرفاً لطرف فنحصل على:

$$5v_1 - 5v_2 = 12$$

$$v_1 - v_2 = \frac{12}{5} = 2.4$$

نجمع المعادلتين الثانية والثالثة طرفاً لطرف فنحصل على:

$$-2v_1 + 4v_2 = 0 \Rightarrow v_1 = 2v_2$$

بتعويض هذه العلاقة بالعلاقة السابقة ينتج:

$$2v_2 - v_2 = 2.4 \Rightarrow v_2 = 2.4, \quad v_1 = 2v_2 = 4.8V$$

من المعادلة الثالثة نحصل على:

$$v_3 = 3v_2 - 2v_1 = 3v_2 - 4v_2 = -v_2 = -2.4V$$

بالتالي:

$$v_1 = 4.8V, \quad v_2 = 2.4V, \quad v_3 = -2.4V$$

الطريقة الثانية: استعمال قاعدة كرامر

نكتب المعادلات بشكل مصفوفة فنحصل على:

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 7 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

من المصفوفة نحصل على:

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

حيث أن  $(\Delta)$ ،  $(\Delta_1)$ ،  $(\Delta_2)$  و  $(\Delta_3)$  هي محددات ينبغي تحديد قيمها. لحساب محدد مصفوفة  $3 \times 3$  نكرر السطرين الأوليين ونجري عملية الضرب كما يلي:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 7 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 7 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -4 & 7 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (3)(7)(1) + (-4)(-3)(-1) + (2)(-2)(-1) - (-1)(7)(2) - (-1)(-3)(3) - (1)(-2)(-4)$$

$$\Delta = 21 - 12 + 4 + 14 - 9 - 8 = 10$$

وبشكل مماثل نحصل على:

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 12 & -2 & -1 \\ 0 & 7 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 12 & -2 & -1 \\ 0 & 7 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (12)(7)(1) + (0)(-3)(-1) + (0)(-2)(-1) - (-1)(7)(0) - (-1)(-3)(12) - (1)(-2)(0)$$

$$\Delta = 84 + 0 + 0 + 0 - 36 + 0 = 48$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 3 & 12 & -1 \\ -4 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 12 & -1 \\ -4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (3)(0)(1) + (-4)(0)(-1) + (2)(12)(-1) - (-1)(0)(2) - (-1)(0)(3) - (1)(12)(-4)$$

$$\Delta = 0 + 0 - 24 + 0 + 0 + 48 = 24$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 12 \\ -4 & 7 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 12 \\ -4 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (3)(7)(0) + (-4)(-3)(12) + (2)(-2)(0) - (12)(7)(2) - (0)(-3)(3) - (0)(-2)(-4)$$

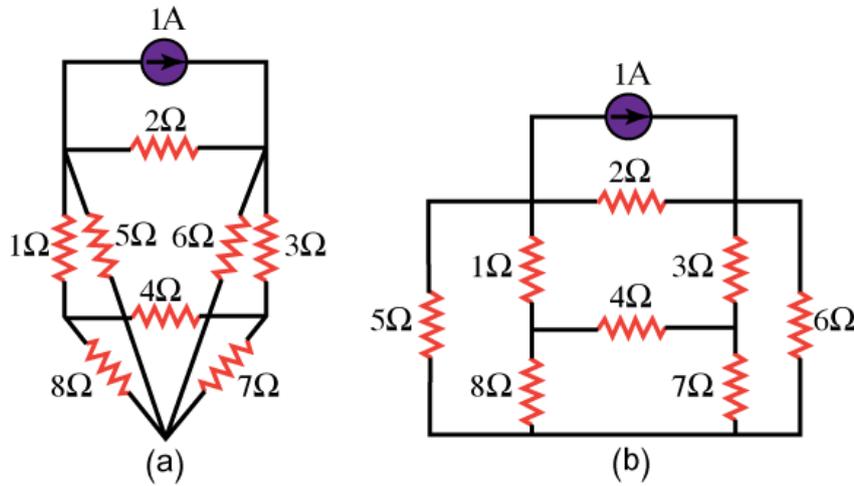
$$\Delta = 0 + 144 - 0 - 168 + 0 - 0 = -24$$

بالتالي نجد:

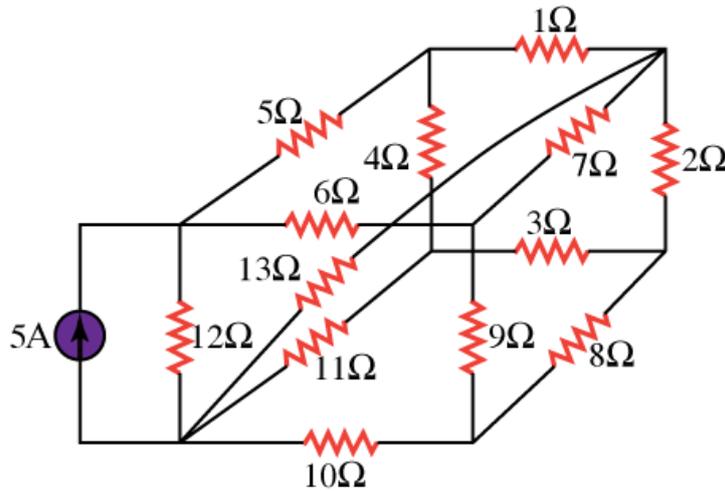
$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{48}{10} = 4.8V, \quad v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{24}{10} = 2.4V, \quad v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-24}{10} = -2.4V$$

## 2. تحليل الحلقات MESH ANALYSIS

يقدم تحليل الحلقة إجرائية عامة أخرى لتحليل الدارات، باعتماد تيارات الحلقات كمتغيرات للدارة. يخفض استعمال تيارات الحلقات عوضاً عن تيارات العناصر عدد المعادلات التي ينبغي حلها. لنذكر بتعريف الحلقة التي هي ممر مغلق لا يمر في أية عقدة أكثر من مرة واحدة. كما لا ينبغي لحلقة ما أن تحتوي على حلقة داخلها. يستعمل تحليل العقد قانون كيرشوف للتيار ( $KCL$ ) لإيجاد جهود العقد المجهولة في دارة ما. بينما يستعمل تحليل الحلقات قانون كيرشوف للجهود ( $KVL$ ) لإيجاد التيارات المجهولة. تحليل الحلقات ليس عاماً تماماً كتحليل العقد، لأنه لا يمكن تطبيقه إلا على الدارات المستوية (Planar). والدارة المستوية هي الدارة التي يمكن رسمها في مستوي دون أن تتقاطع فروعها. يبين الشكل 5.3 دارة مستوية، ويبين الشكل 6.3 دارة غير مستوية (Nonplanar).



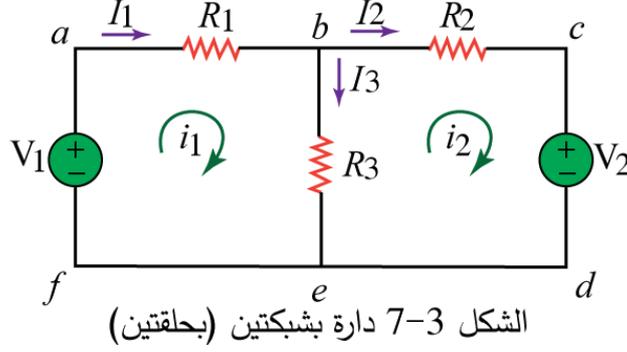
الشكل 5-3 دارة مستوية لعدم تقاطع حقيقي للفروع



الشكل 6-3 دارة غير مستوية لوجود تقاطع حقيقي للفروع

الشبكة (Mesh) هي حلقة (Loop) لا تحتوي بداخلها على حلقة أخرى.

فمثلاً في الشكل 7.3، الممران (abefa) و (bcdeb) هما شبكتان (Meshes)، أما الممر (abcdefa) فهو ليس شبكة. يسمى التيار عبر الشبكة بتيار الشبكة أو تيار الحلقة (Mesh current). في حالة تحليل الحلقات، نطبق قانون كيرشوف للجهود (KVL) بغية إيجاد تيارات الحلقات في دائرة معطاة.



في تحليل الحلقات لدائرة معطاة فيها (n) حلقة، ولحساب تيار الحلقات نعمل الخطوات الثلاث التالية:

1. تحديد تيارات الحلقات ( $i_1, i_2, \dots, i_n$ ) للدائرة التي تحتوي (n) حلقة.
2. تطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على كل حلقة من الحلقات (n)، ونستعمل قانون أوم لإيجاد الجهود بدلالة تيارات الحلقات.
3. حل المعادلات التي عددها (n) للحصول على تيارات الحلقات.

لتوضيح الخطوات نعمل الدائرة المبينة في الشكل 7.3

وتتطلب الخطوة الأولى تحديد تيار الحلقات ( $i_1$ ) و ( $i_2$ ) للحلقتين (1) و (2). رغم أن تيار الحلقات يمكن تحديده بشكل اعتباطي، إلا أننا نفضل اتجاهه بشكل اصطلاحي مع اتجاه عقارب الساعة. وفي الخطوة الثانية نطبق قانون كيرشوف للجهود. بتطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الحلقة الأولى، نحصل على:

$$-V_1 + R_1 i_1 + R_3 (i_1 - i_2) = 0 \Rightarrow (R_1 + R_3) i_1 - R_3 i_2 = V_1 \quad (10.3)$$

وبتطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الحلقة الثانية، نحصل على:

$$R_2 i_2 + V_2 + R_3 (i_2 - i_1) = 0 \Rightarrow -R_3 i_1 + (R_2 + R_3) i_2 = -V_2 \quad (11.3)$$

لنلاحظ في المعادلة الأولى (10.3) أن أمثال التيار ( $i_1$ ) هو مجموع المقاومتين في الحلقة الأولى، وأن أمثال ( $i_2$ ) هي القيمة السالبة للمقاومة المشتركة بين الحلقتين. ولنلاحظ الشيء نفسه فيما يتعلق بالمعادلة الثانية (11.3).

وفي الخطوة الثالثة نحل المعادلات الحاصلة للحصول على تيارات الحلقات. نضع المعادلتين (10.3) و(11.3) على شكل مصفوفة كما يلي:

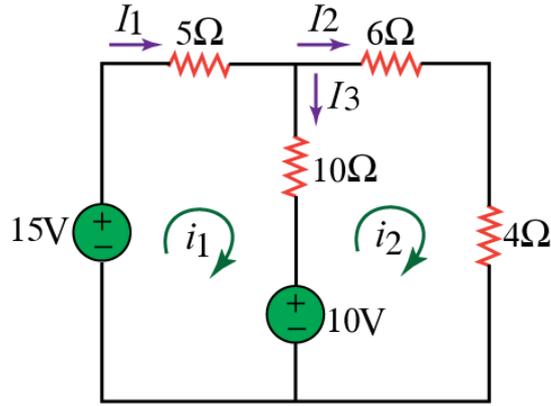
$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{bmatrix} \quad (12.3)$$

ويحل هاتين المعادلتين، نحصل على تيارتي الحلقات  $(i_1)$  و  $(i_2)$  وذلك باستعمال أي من الطرائق المعروفة لحل مجموعة من المعادلات. إذا كان لدارة ما  $(n)$  عقدة، و  $(b)$  فرعاً، و  $(l)$  حلقة مستقلة فإن  $(l = b - n + 1)$ . بالتالي فإن  $(l)$  هي أيضاً عدد المعادلات المطلوبة لحل الدارة باستعمال تحليل الحلقات. لنلاحظ أن تيارات الفروع تختلف عن تيارات الحلقات إلا إذا كانت الحلقة معزولة. لنميز بين النوعين من التيارات، نستعمل الرمز  $(i)$  لتيار الحلقة، والرمز  $(I)$  لتيار الفرع. تيارات العناصر  $(I_1)$ ،  $(I_2)$ ، و  $(I_3)$  هي المجموع الجبري لتيارات الحلقات. أي:

$$I_1 = i_1, \quad I_2 = i_2, \quad I_3 = i_1 - i_2 \quad (13.3)$$

### مثال 3:

احسب تيارات الفروع  $(I_1)$ ،  $(I_2)$ ، و  $(I_3)$  في الدارة المبينة في الشكل 8.3، مستعملاً تحليل الحلقات.



الشكل 8-3 دارة المثال 3

### الحل 3:

نحصل في البداية على تيارات الحلقات باستعمال قانون كيرشوف للجهود (KVL).  
نجد من الحلقة الأولى:

$$\begin{aligned} -15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 &= 0 \\ 3i_1 - 2i_2 &= 1 \end{aligned}$$

ونجد من الحلقة الثانية:

$$\begin{aligned} 6i_2 + 4i_2 + 10(i_2 - i_1) - 10 &= 0 \\ i_1 &= 2i_2 - 1 \end{aligned}$$

الطريقة الأولى: استعمال طريقة التعويض

بتعويض معادلة الحلقة الثانية في معادلة الحلقة الأولى نحصل على:

$$6i_2 - 3 - 2i_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad i_2 = 1A$$

ومن معادلة الحلقة الثانية نجد:

$$i_1 = 2i_2 - 1 = 2 - 1 = 1A$$

بالتالي:

$$I_1 = i_1 = 1A, \quad I_2 = i_2 = 1A, \quad I_3 = i_1 - i_2 = 0A$$

الطريقة الثانية: استعمال قاعدة كرامر.

نكتب المعادلتين بشكل مصفوفة فنحصل على:

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

نحسب المحددات كما يلي:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 2 = 4$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 2 = 4,$$

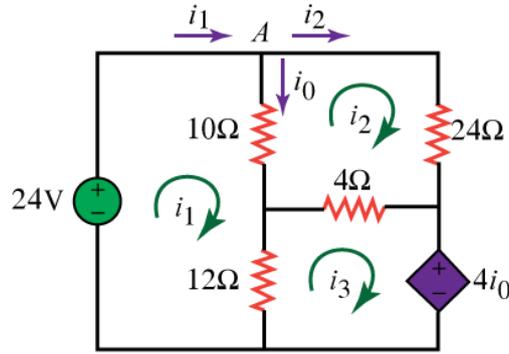
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 1 = 4$$

بالتالي:

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4}{4} = 1A, \quad i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{4}{4} = 1A$$

مثال 4:

احسب التيار ( $i_o$ ) في الدارة المبينة في الشكل 9.3، مستعملاً تحليل الحلقات.



الشكل 9-3 دائرة المثال 4

الحل 4:

نطبق قانون كيرشوف للجهود ( $KVL$ ) على الحلقات الثلاث.

من الحلقة الأولى نحصل على:

$$-24 + 10(i_1 - i_2) + 12(i_1 - i_3) = 0$$

$$11i_1 - 5i_2 - 6i_3 = 12$$

من الحلقة الثانية نحصل على:

$$24i_2 + 4(i_2 - i_3) + 10(i_2 - i_1) = 0$$

$$-5i_1 + 19i_2 - 2i_3 = 0$$

من الحلقة الثالثة نحصل على:

$$4i_0 + 12(i_3 - i_1) + 4(i_3 - i_2) - 0$$

من العقدة (A) نجد:

$$i_0 = i_1 - i_2$$

بالتالي:

$$\begin{aligned} 4(i_1 - i_2) + 12(i_3 - i_1) + 4(i_3 - i_2) &= 0 \\ -i_1 - i_2 + 2i_3 &= 0 \end{aligned}$$

بكتابة معادلات الحلقات الثلاث على شكل مصفوفة، نحصل على:

$$\begin{bmatrix} 11 & -5 & -6 \\ -5 & 19 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

نحسب المحددات كما يلي:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 11 & -5 & -6 \\ -5 & 19 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (11)(19)(2) + (-5)(-1)(-6) + (-1)(-5)(-2) - (-6)(19)(-1) - (-2)(-1)(11) - (2)(-5)(-5)$$

$$\Delta = 418 - 30 - 10 - 114 - 22 - 50 = 192$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 12 & -5 & -6 \\ 0 & 19 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 12 & -5 & -6 \\ 0 & 19 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (12)(19)(2) + (0)(-1)(-6) + (0)(-5)(-2) - (-6)(19)(0) - (-2)(-1)(12) - (2)(-5)(0)$$

$$\Delta = 456 + 0 + 0 + 0 - 24 + 0 = 432$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 11 & 12 & -6 \\ -5 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 11 & 12 & -6 \\ -5 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (11)(0)(2) + (-5)(0)(-6) + (-1)(12)(-2) - (-6)(0)(-1) - (-2)(0)(11) - (2)(12)(-5)$$

$$\Delta = 0 + 0 + 24 - 0 + 0 + 120 = 144$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 11 & -5 & 12 \\ -5 & 19 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 11 & -5 & 12 \\ -5 & 19 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (11)(19)(0) + (-5)(-1)(12) + (-1)(-5)(0) - (12)(19)(-1) - (0)(-1)(11) - (0)(-5)(-5)$$

$$\Delta = 0 + 60 + 0 + 228 + 0 - 0 = 288$$

نحسب التيارات باستعمال قاعدة كرامر:

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{432}{192} = 2.25 \text{ A}, \quad i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{144}{192} = 0.75 \text{ A}, \quad i_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{288}{192} = 1.5 \text{ A}$$

بالتالي:

$$i_o = i_1 - i_2 = 1.5 \text{ A}$$

### 3. المقارنة بين التحليل بالعقد والتحليل بالحلقات

## COMPARISON BETWEEN NNODAL AND MESH ANALYSIS

يقدم التحليل بالعقد أو التحليل بالحلقات طريقة منهجية لتحليل الدارات المعقدة. والسؤال الذي يطرح نفسه علينا الآن هو كيف لنا أن نعرف أية طريقة من الطريقتين الممكنتين أفضل أو أكثر كفاءة لتحليل دارة ما؟ يحدد الطريقة الأفضل عاملان. العامل الأول هو طبيعة الدارة المعنية. الدارات التي تحتوي على العديد من العناصر الموصولة على التسلسل، وعلى منابع الجهود، هي الأكثر ملاءمة للتحليل بالحلقات. في حين أن الدارات التي تحتوي على العديد من العناصر الموصولة على التفرع، وعلى منابع التيارات، هي الأكثر مناسبة للتحليل بالعقد. أيضاً، الدارات التي تحتوي على عقد أقل من الحلقات، يناسبها التحليل بالحلقات. والمفتاح هو اختيار الطريقة التي تؤدي إلى أقل عدد من المعادلات.

**العامل الثاني هو المعلومات المطلوب إيجادها.** إذا كان المطلوب حساب جهود العقد فمن المناسب استعمال التحليل بالعقد. وإذا كان المطلوب حساب تيارات العناصر أو تيارات الحلقات، فمن المناسب استعمال التحليل بالحلقات.

بالتالي من المفيد الإلمام بكلا طريقتي التحليل لسببين على الأقل. **السبب الأول** هو استعمال طريقة منهما للتحقق من نتائج الطريقة الأخرى. **والسبب الثاني** هو أن لكل طريقة من الطرائق محدودية في استعمالها، فقد يكون من الأنسب استعمال طريقة منهما لتطبيق معين، ومن غير المناسب استعمال الطريقة الأخرى. فعلى سبيل المثال طريقة التحليل بالحلقات هي الطريقة الوحيدة المستعملة في تحليل الدارات الترانزستورية غير أنه لا يمكن استعمالها بسهولة لتحليل دارات مضخمات العمليات. والتحليل بالعقد هو الخيار الوحيد لتحليل الدارات غير المستوية. والتحليل بالعقد هو الأنسب لبرامج التحليل الحاسوبية كبرامج (SPICE) مثلاً.

## 4. ملخص SUMMARY

1. التحليل بالعقد هو تطبيق لقانون كيرشوف للتيار على كافة العقد غير المرجعية. وتظهر النتائج على شكل جهود عقد، والتي نحصل عليها بحل مجموعة من المعادلات الخطية.
2. التحليل بالحلقات هو تطبيق لقانون كيرشوف للجهد على كافة الحلقات المستقلة في دارة مستوية. وتظهر النتائج على شكل تيارات حلقات، والتي نحصل عليها بحل مجموعة من المعادلات الخطية.
3. يستعمل التحليل بالعقد عندما يكون عدد معادلات العقد في دارة ما أقل من عدد معادلات الحلقات فيها. بينما يستعمل التحليل بالحلقات عندما يكون عدد معادلات الحلقات في دارة ما أقل من عدد معادلات العقد فيها.

## 5. أسئلة ومسابئ الفصل الثالث QUESTIONS AND PROBLEMES

### أسئلة الفصل الثالث

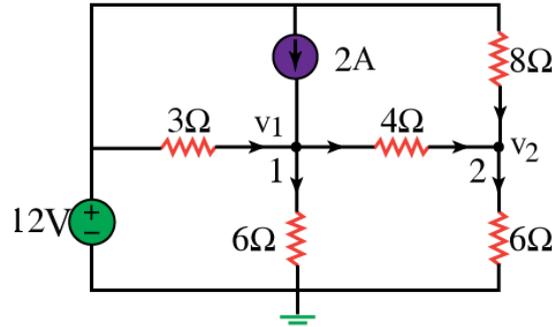
1. يعطي تطبيق قانون كيرشوف للتيار (KCL) على العقدة (1) في دائرة الشكل 10.3:

$$(a) 2 + \frac{12 - v_1}{3} = \frac{v_1}{6} + \frac{v_1 - v_2}{4},$$

$$(b) 2 + \frac{v_1 - 12}{3} = \frac{v_1}{6} + \frac{v_2 - v_1}{4},$$

$$(c) 2 + \frac{12 - v_1}{3} = \frac{0 - v_1}{6} + \frac{v_1 - v_2}{4},$$

$$(d) 2 + \frac{v_1 - 12}{3} = \frac{0 - v_1}{6} + \frac{v_2 - v_1}{4}.$$



الشكل 10-3

2. يعطي تطبيق قانون كيرشوف للتيار (KCL) على العقدة (2) في دائرة الشكل 10.3:

$$(a) \frac{v_2 - v_1}{4} + \frac{v_2}{8} = \frac{v_2}{6},$$

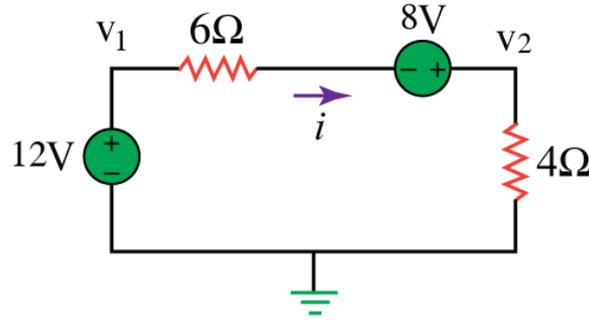
$$(b) \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{v_2}{8} = \frac{v_2}{6},$$

$$(c) \frac{v_1 - v_2}{4} + \frac{12 - v_2}{8} = \frac{v_2}{6},$$

$$(d) \frac{v_2 - v_1}{4} + \frac{v_2 - 12}{8} = \frac{v_2}{6}.$$

3. ترتبط  $(v_1)$  و  $(v_2)$  في دائرة الشكل 11.3 ببعضهما كما يلي:

- (a)  $v_1 = 6i_1 + 8 + v_2$ ,      (b)  $v_1 = 6i_1 - 8 + v_2$ ,  
 (c)  $v_1 = -6i_1 + 8 + v_2$ ,      (d)  $v_1 = -6i_1 - 8 + v_2$ .



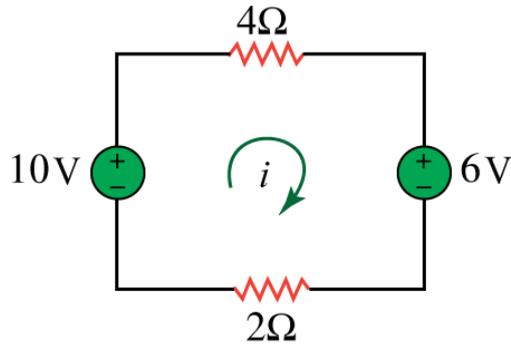
الشكل 11-3

4. الجهد  $(v_2)$  في دائرة الشكل 11.3 هو:

- (a)  $-8V$ ,      (b)  $-1.6V$ ,      (c)  $1.6V$ ,      (d)  $8V$ .

5. التيار  $(i)$  في دائرة الشكل 12.3 هو:

- (a)  $-2.667 A$ ,      (b)  $-0.667 A$ ,      (c)  $0.667 A$ ,      (d)  $2.667 A$ .



الشكل 12-3

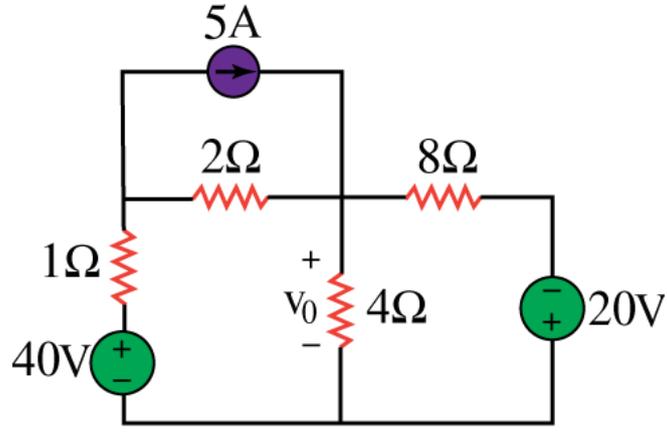
6. معادلة الحلقة في دائرة الشكل 12.3 هي:

- (a)  $-10 + 4i + 6 + 2i = 0$ ,      (b)  $10 + 4i + 6 + 2i = 0$ ,  
 (c)  $10 + 4i - 6 + 2i = 0$ ,      (d)  $-10 + 4i - 6 + 2i = 0$ .

Answers : 3.1(a), 3.2(c), 3.3(b), 3.4(d), 3.5(c), 3.6(a).

مسائل الفصل الثالث

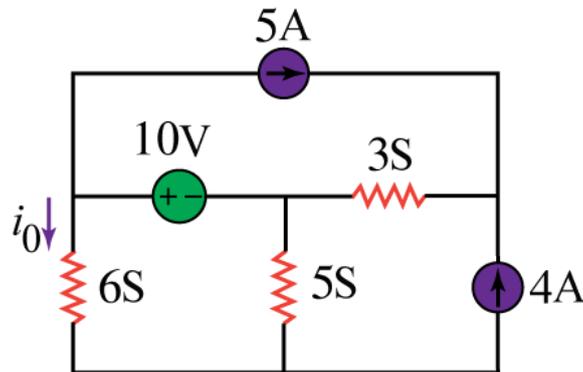
1. احسب قيمة الجهد ( $v_o$ ) في دارة الشكل باستخدام طريقة التحليل بالعقد.



الشكل 3-13

Ans.  $v_o = 27.27 \text{ V}$ .

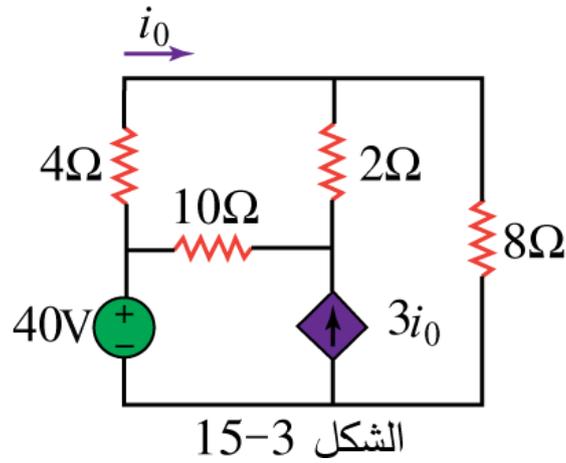
2. احسب قيمة التيار ( $i_o$ ) والامتصاصية المستهلكة في كل مقاومة من مقاومات دارة الشكل 14.3 باستخدام طريقة التحليل بالعقد.



الشكل 3-14

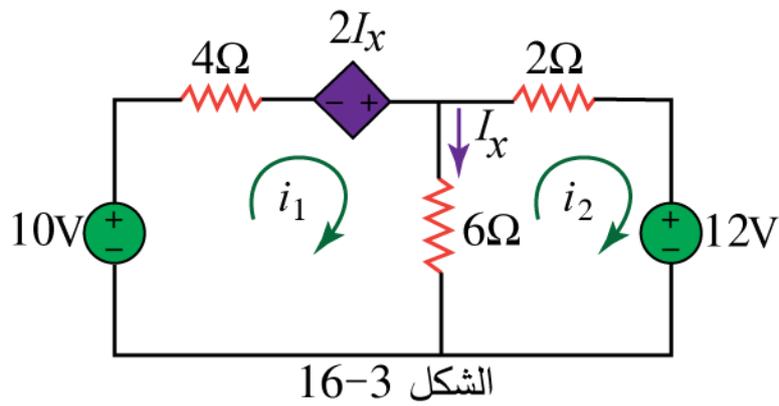
Ans.  $i_o = 49.45 \text{ A}$ ,  $P_{6S} = 144.6 \text{ W}$ ,  $P_{5S} = 129.6 \text{ W}$ ,  $P_{3S} = 12 \text{ W}$ .

3. احسب قيمة التيار ( $i_o$ ) في دارة الشكل 15.3 باستعمال طريقة التحليل بالعقد.



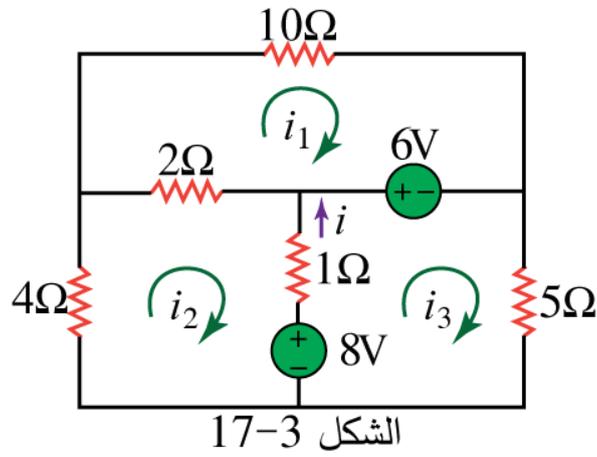
Ans.  $i_o = 1.73$  A.

4. احسب قيم تيارات الحلقات ( $i_1$ ) و ( $i_2$ ) في دارة الشكل 16.3 باستعمال طريقة التحليل بالحلقات.



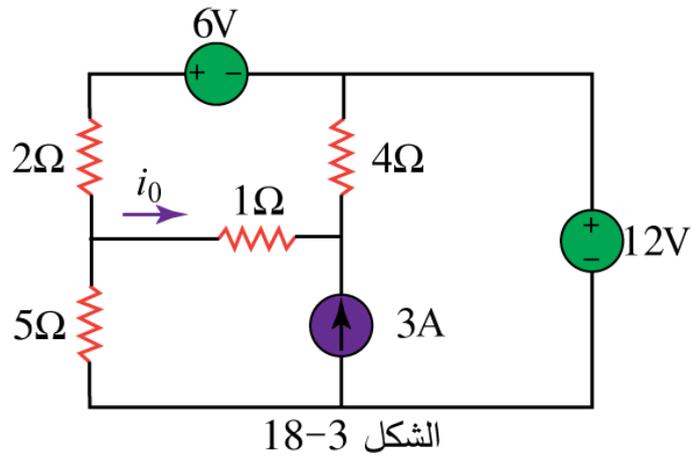
Ans.  $i_1 = 0.8$  A,  $i_2 = 0.9$  A.

5. احسب قيمة التيار ( $i$ ) في دارة الشكل 17.3 باستعمال طريقة التحليل بالحلقات.



Ans.  $i = 1.188 \text{ A}$ .

6. احسب قيمة التيار ( $i_o$ ) في دارة الشكل 18.3 باستعمال طريقة التحليل بالحلقات.



Ans.  $I_o = -1.73 \text{ A}$ .

# الفصل الرابع: نظريات الدارات الكهربائية

## المخرجات:

فهم بعض النظريات الرئيسية في الدارات الكهربائية كنظرية التراكب وثيرفينين ونورتون، ونقل الاستطاعة العظمى.

## الكلمات المفتاحية:

نظرية التراكب Superposition، نظرية ثيفينين Thevenin's Theorem، نظرية نورتون Norton's Theorem، النقل الأعظمي للاستطاعة Maximum Power Transfer.

## المُلخَص:

الميزة الرئيسية لتحليل الدارات باستعمال قوانين كيرشوف - كما ورد في الفصل الثالث - هو أنه يمكن تحليل الدارة دون تغيير بنيتها الأصلية. والسيئة الرئيسية لهذه الطريقة هو حاجتها لعمليات حسابية طويلة ومملة في حالة الدارات الكبيرة والمعقدة. وقد أدت زيادة مجالات تطبيق الدارات الكهربائية إلى التطور من أبسط الدارات إلى أعقدها. للتعامل مع الدارات المعقدة، طور المهندسون على مر السنين بعض النظريات لتبسيط الدارات وتحليلها. وتشمل هذه النظريات نظريات ثيفينين (Thevenin) ونورتون (Norton)، حيث تُطبق هذه النظريات على الدارات الخطية. بالإضافة إلى نظريات الدارات، ندرس في هذا الفصل مفاهيم التراكب، والنقل الأعظمي للاستطاعة.

## الأهداف التعليمية:

يهدف هذا الفصل إلى تمكين الطالب من استعمال نظرية التراكب وثيرفينين ونورتون التي تساعد في تبسيط تحليل الدارات الكهربائية، وتعريفه بنقل الاستطاعة الأعظمية.

## المخطط:

الفصل الرابع: نظريات الدارات الكهربائية [ILO4] (أسبوعان)

- نظرية التراكب Superposition
- نظرية ثيفينين Thevenin's Theorem
- نظرية نورتون Norton's Theorem
- مفهوم نقل الاستطاعة الأعظمية Maximum Power Transfer

## مقدمة

الميزة الرئيسية لتحليل الدارات باستعمال قوانين كيرشوف - كما ورد في الفصل الثالث - هو أنه يمكن تحليل الدارة دون تغيير بنيتها الأصلية. والسيئة الرئيسية لهذه الطريقة هو حاجتها لعمليات حسابية طويلة ومملة في حالة الدارات الكبيرة والمعقدة. وقد أدت زيادة مجالات تطبيق الدارات الكهربائية إلى التطور من أبسط الدارات إلى أعقدها. للتعامل مع الدارات المعقدة، طور المهندسون على مر السنين بعض النظريات لتبسيط الدارات وتحليلها. وتشمل هذه النظريات نظريات ثيفينين (Thevenin) ونورتون (Norton)، حيث تُطبق هذه النظريات على الدارات الخطية. بالإضافة إلى نظريات الدارات، ندرس في هذا الفصل مفاهيم التراكب، والنقل الأعظمي للاستطاعة.

## 1. نظرية التراكب SUPERPOSITION

إذا كان لدارة منبعان مستقلان أو أكثر، فإن إحدى الطرائق لتحديد قيمة متغير معين (جهد أو تيار) هو استعمال التحليل بالعقد أو بالحلقات، كما هو الحال في الفصل الثالث. توجد طريقة أخرى لتحديد قيم المتغيرات وهي تحديد مساهمة كل منبع مستقل في قيمة المتغير ثم جمع كل المساهمات للحصول على القيمة النهائية. تعرف هذه الطريقة بطريقة التراكب.

وينص مبدأ التراكب على أن جهد عنصر (أو التيار المار به) في دارة خطية هو المجموع الجبري لجهود العنصر (أو تياراته) الناتجة عن كل منبع مستقل بمفرده.

يساعدنا مبدأ التراكب على تحليل الدارات الخطية - التي تحتوي على أكثر من منبع مستقل - عن طريق حساب مساهمة كل منبع مستقل على حدة. ومع ذلك، لتطبيق مبدأ التراكب، يجب ان نتذكر شيئين:

1. أن نتعامل مع منبع مستقل واحد في وقت واحد مع تعطيل عمل جميع المصادر المستقلة الأخرى. وهذا يقتضي أن نستبدل كل منبع جهد بمنبع قيمته (0 V) (أو بدارة مقصورة)، وكل منبع تيار بمنبع قيمته (0 V) (أو بدارة مفتوحة). بهذه الطريقة نحصل على دارة أبسط من الدارة الأصلية، ويسهل التعامل معها.
2. أن نترك المصادر المرتبطة (الغير المستقلة) على حالها، لأن متغيرات الدارة تتحكم بها. بأخذ ما سبق في الاعتبار، نطبق مبدأ التراكب وفقاً لخطوات ثلاث:

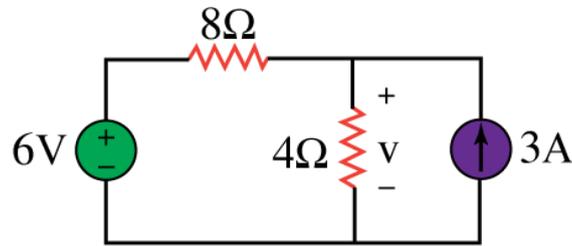
- تعطيل كافة المصادر المستقلة وتفعيل منبع واحد. ثم إيجاد قيمة جهد أو تيار الخرج الناتج عن المنبع المفعّل باستعمال التحليل العقدي أو تحليل الحلقات
- تكرار الخطوة 1 لكل منبع من المصادر المستقلة الأخرى
- إيجاد المساهمة الإجمالية وذلك بالجمع الجبري لمساهمات جميع المصادر المستقلة

إن تحليل دارة ما باستعمال مبدأ التراكب له سيئة رئيسة واحدة، وهي أنه من المحتمل جداً القيام بمزيد من الإجراءات. إذا احتوت دارة ما على ثلاثة منابع مستقلة، اقتضى ذلك تحليل ثلاث دارات أبسط من الدارة الأصلية، تعطي كل دارة منها مساهمتها المستحقة عن منبعها الوحيد. ومع ذلك، فإن مبدأ التراكب يساعد على تحويل الدارة المعقدة الأصلية إلى دارة أقل تعقيداً، وذلك بقصر منابع الجهود وفتح منابع التيارات للمنابع الغير المعنية في الدارة.

نشير هنا إلى أن مبدأ التراكب يقوم على أساس الخطية. لهذا السبب، لا يمكن تطبيقه على الاستطاعة المقدمة من المصادر إلى الدارة، لأن الاستطاعة المستهلكة في مقاومة تتناسب مع مربع الجهد أو مربع التيار. إذا كان هناك حاجة لحساب الاستطاعة، يجري أولاً حساب التيار (أو الجهد) باستعمال مبدأ التراكب.

### مثال 1:

احسب الجهد ( $v$ ) في الدارة المبينة في الشكل 1.4 باستعمال مبدأ التراكب.



الشكل 1-4 دارة المثال 1

### الحل 1:

بما أن الدارة تحتوي على منبعين فإن:

$$v = v_1 + v_2$$

حيث أن ( $v_1$ ) و ( $v_2$ ) هي المساهمات الناتجة عن منبع الجهد ( $6V$ )، وعن منبع التيار ( $3A$ ) على التوالي.

لحساب ( $v_1$ )، نفتح منبع التيار كما هو موضح في الشكل 2.4(a). وبتطبيق قانون كيرشوف للجهد (KVL) نحصل على:

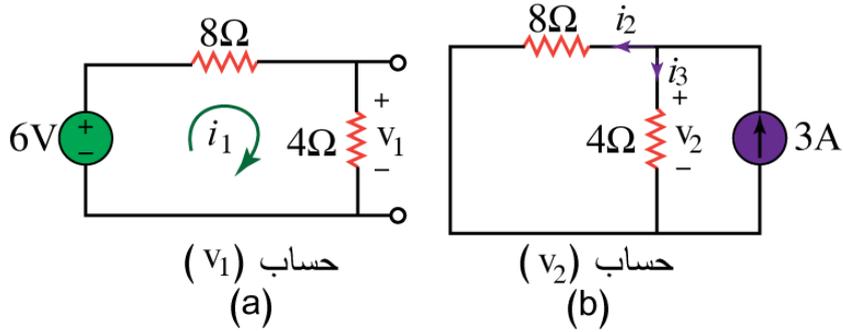
$$12i_1 - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 = 0.5A$$

وبالتالي،

$$v_1 = 4i_1 = 2V$$

ويمكن أيضا استعمال قاعدة تقسيم الجهد للحصول على  $(v_1)$  بكتابة:

$$v_1 = \frac{4}{4+8}(6) = 2V$$



حساب  $(v_1)$   
(a)

حساب  $(v_2)$   
(b)

الشكل 2-4 دائرة المثال 1

ولحساب  $(v_2)$ ، نقصر منبع الجهد كما هو موضح في الشكل 2.4(b). وبتطبيق قاعدة تقسيم التيار نحصل على:

$$i_3 = \frac{8}{4+8}(3) = 2A$$

وبالتالي،

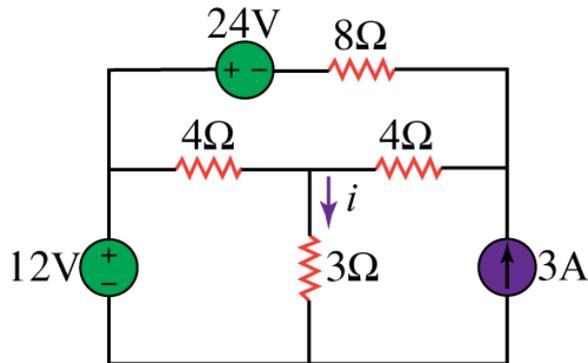
$$v_2 = 4i_3 = 8V$$

ونجد أن:

$$v = v_1 + v_2 = 2 + 8 = 10V$$

مثال 2:

احسب التيار  $(i)$  في الدارة المبينة في الشكل 3.4 باستعمال مبدأ التراكب .



الشكل 3-4 دائرة المثال 2

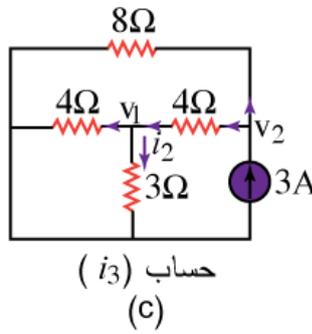
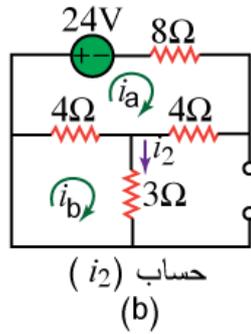
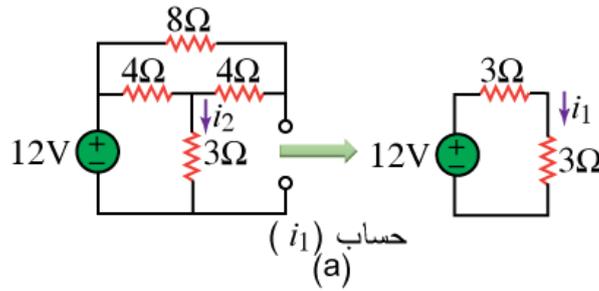
الحل 2:

بما أن الدارة تحتوي على ثلاثة منابع فإن:

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

حيث أن  $(i_1)$ ،  $(i_2)$ ، و  $(i_3)$  تتجم عن المصادر  $(12-V)$ ،  $(24-V)$ ، و  $(3-A)$ ، على التوالي. لحساب  $(i_1)$ ، نعتمد الدارة المبينة في الشكل 4.4(a). بجمع المقاومتين  $(4\ \Omega)$  و  $(8\ \Omega)$  على التسلسل نحصل على المقاومة المكافئة لهما  $(12\ \Omega)$ . وبجمع المقاومتين  $(12\ \Omega)$  و  $(4\ \Omega)$  على التفرع نحصل على المقاومة المكافئة لهما  $(12 \times 4/16 = 3\ \Omega)$  وبالتالي،

$$i_1 = \frac{12}{6} = 2\ A$$



الشكل 4-4 دائرة المثال 2

لحساب  $(i_2)$ ، نعتمد الدارة المبينة في الشكل 4.4(b). وبتطبيق تحليل الحلقات نجد:

$$16i_a - 4i_b + 24 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4i_a - i_b = -6$$

$$7i_b - 4i_a = 0 \quad \Rightarrow \quad i_a = \frac{7}{4}i_b$$

وبالتالي،

$$i_2 = i_b = -1$$

لحساب ( $i_3$ )، نعتمد الدارة المبينة في الشكل 4.4(c). وتطبيق تحليل العقد نجد:

$$3 = \frac{v_2}{8} + \frac{v_2 - v_1}{4} \Rightarrow 24 = 3v_2 - 2v_1$$

$$\frac{v_2 - v_1}{4} = \frac{v_1}{4} + \frac{v_1}{3} \Rightarrow v_2 = \frac{10}{3}v_1$$

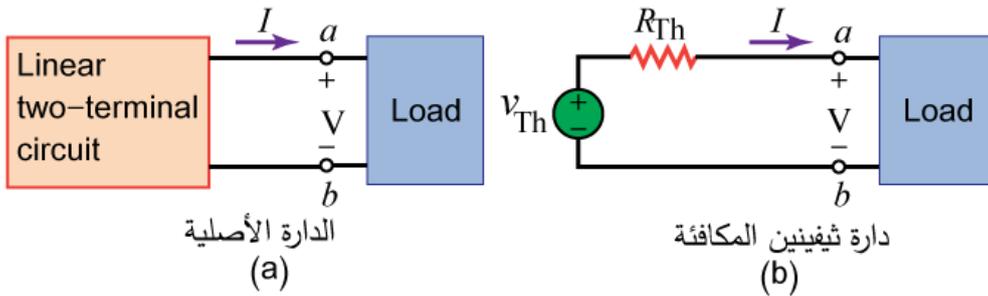
$$v_1 = 3, \Rightarrow i_3 = \frac{v_1}{3} = 1A$$

وبالتالي،

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = 2 - 1 + 1 = 2A$$

## 2. نظرية ثيفينين TEVENIN'S THEOREM

نصادف كثيراً في الدارات العملية عنصراً خاصاً متغير القيمة يسمى حمل ( $Load$ )، بينما تكون بقية العناصر ثابتة القيمة. فمثلاً، تشكل التجهيزات الكهربائية المنزلية التي توصل بالماخذ الكهربائية للشبكة العامة حملاً متغيراً. فلما تغير الحمل اقتضى إعادة تحليل كامل الدارة. من هنا أتت نظرية ثيفينين لتستبدل الدارة المكافئة بالجزء الثابت من الدارة. بناء على نظرية ثيفينين يمكن استبدال الدارة المبينة في الشكل 5.4(a) بالدارة الخطية المبينة في الشكل 5.4(b). يمكن أن يكون الحمل مقاومة وحيدة، كما يمكن أن يكون دارة أخرى. تعرف الدارة على يسار المقطع (a-b) في دارة الشكل 5.4(b) بدارة ثيفينين المكافئة ( $Thevenin equivalent circuit$ )، نسبة إلى مهندس التلغراف الفرنسي (M. Leon Thevenin (1857–1926)).



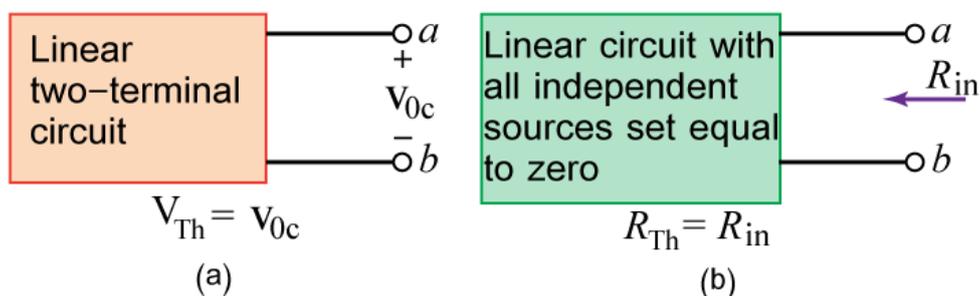
الشكل 4-5 استبدال دارة ثيفينين المكافئة بدارة خطية 2

- (load) : الحمل
- (linear two-terminal circuit): دارة خطية بنهايتين (بطرفين)

تنص نظرية ثيفينين على استبدال الدارة المكافئة التي تسمى مكافئ ثيفينين بدارة خطية ثنائية الأقطاب. تتكون دارة ثيفينين من منبع الجهد ( $V_{TH}$ ) (جهد الدارة المفتوحة عند القطبين) ومن المقاومة ( $R_{TH}$ ) (المقاومة المكافئة للدارة عند القطبين عند قصر منابع الجهود المستقلة وفتح منابع التيارات المستقلة) الموصولة على التسلسل معه. نهتم الآن بحساب كل من جهد ثيفينين المكافئ ( $V_{TH}$ ) ومقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ ) اعتماداً على الدارة المبينة في الشكل 5.4، ويفرض أن الدارتين متكافئتان. وتكون الدارتان متكافئتين عندما يكون لهما نفس علاقة الجهد - التيار على طرفيهما.

لإيجاد مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ )، نأخذ بالحسبان الحالتين التاليتين:

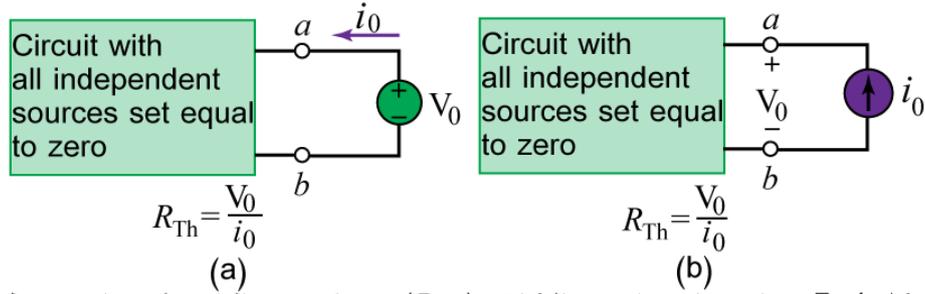
**الحالة الأولى:** ليس للدارة منابع مرتبطة، نقصر منابع الجهود ونفتح منابع التيارات، فتكون مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ ) هي مقاومة الدخل بين القطبين (a) و (b) كما هو مبين في الشكل 6.4(b).



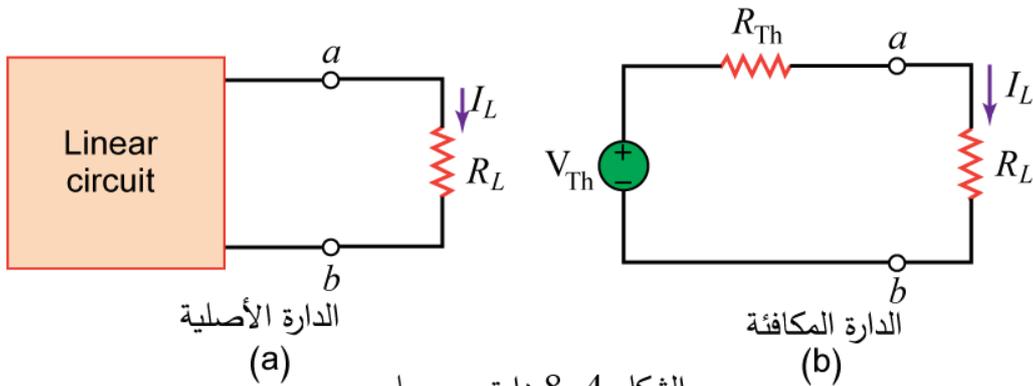
الشكل 6-4 حساب كل من جهد ثيفينين المكافئ ( $V_{TH}$ ) ومقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ )

- (linear circuit with all independent sources set equal to zero): دارة خطية مع وضع مجموعة المصادر المستقلة فيها مساوية إلى الصفر
- (linear two-terminal circuit): دارة خطية بنهايتين (بطرفين)

**الحالة الثانية:** إذا كان في الدارة منابع مرتبطة، نقصر منابع الجهود المستقلة ونفتح منابع التيارات المستقلة، ونترك المنابع المرتبطة على حالها لأن متحولات الدارة تتحكم بها. نطبق منبع جهد خارجي ( $v_o$ ) على القطبين (a) و (b)، كما هو مبين في الشكل 7.4(a)، ونحسب تيار الدخل ( $i_o$ ). فتكون مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH} = v_o / i_o$ ). وبالعكس، يمكن أن نطبق منبع تيار خارجي ( $i_o$ ) على القطبين (a) و (b)، كما هو مبين في الشكل 7.4(a). ونحسب جهد الدخل ( $v_o$ ) بين القطبين (a) و (b)، فتكون مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH} = v_o / i_o$ ). كلا الطريقتين توصلنا لنفس النتيجة. في أي من الحالتين يمكن أن نفترض ( $v_o = 1 V$ ) أو ( $i_o = 1 A$ )، أو أية قيم أخرى.



- (circuit with all independent sources set equal to zero): الدارة مع وضع مجموعة المنابع المستقلة فيها مساوية إلى الصفر
- نجد في الكثير من الأحيان أن قيمة مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ ) تكون سالبة. في حالة المقاومة السالبة هذه ( $v = -iR$ )، نقول أن الدارة المكافئة تقدم استطاعة للحمل، ويحصل ذلك عندما تحتوي الدارة على منابع مرتبطة. ولنظرية ثيفينين أهمية كبيرة في تحليل الدارات فهي تساعد على تبسيطها. إذ يمكن أن نستبدل منبع جهد مكافئ موصول على التسلسل مع مقاومة مكافئة بدارة كبيرة. تقنية الاستبدال هذه هي أداة قوية تستعمل في تصميم الدارات. وكما ذكرنا آنفاً، يمكن أن نستبدل منبع جهد مكافئ موصول على التسلسل مع مقاومة مكافئة بدارة خطية لها حمل متغير. تسلك الدارة المكافئة السلوك نفسه للدارة الأصلية. لتكن الدارة الخطية الموصولة مع حمل متغير والمبينة في الشكل 8.4(a).



- (linear circuit): دارة خطية.

يمكن أن تحدد بسهولة قيمة تيار الحمل ( $I_L$ ) والجهد على طرفيه ( $V_L$ )، وذلك بعد الحصول على دائرة ثيفينين المكافئة، كما هو موضح في الشكل 8.4 (b). استناداً إلى الشكل المذكور يمكن أن نكتب:

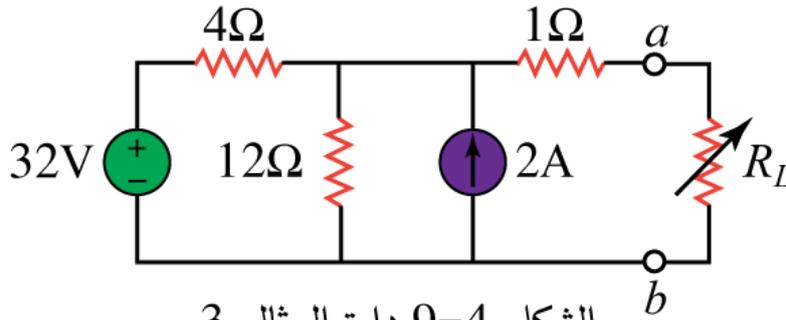
$$I_L = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_L} \quad (1.4)$$

$$V_L = R_L I_L = \frac{R_L}{R_{TH} + R_L} V_{TH} \quad (2.4)$$

أي أن مكافئ ثيفينين هو ببساطة دائرة مقسم جهد، تسمح لنا بسهولة أن نحدد جهد الحمل ( $V_L$ ).

### مثال 3:

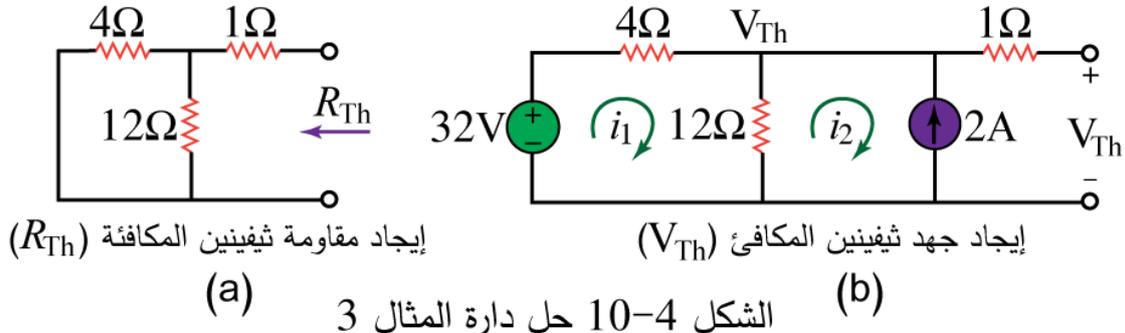
أوجد دائرة ثيفينين المكافئة للمقطع (a-b) على يسار الدارة المبينة في الشكل 9.4. ثم احسب التيار المار في مقاومة الحمل ( $R_L = 6, 16, 36 \Omega$ ).



الشكل 9-4 دائرة المثال 3

### الحل 3:

لإيجاد مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ )، نقصر منبع الجهد ( $23 V$ )، ونفتح منبع التيار ( $2 A$ )، فنحصل على الدارة المكافئة المبينة في الشكل 10.4 (a).



إيجاد مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{Th}$ )

(a)

إيجاد جهد ثيفينين المكافئ ( $V_{Th}$ )

(b)

الشكل 10-4 حل دائرة المثال 3

بالتالي،

$$R_{TH} = (4 \parallel 12) + 1 = \frac{4 \times 12}{4 + 12} + 1 = 4 \Omega$$

لإيجاد جهد ثيفينين المكافئ  $(V_{TH})$ ، نعتمد الدارة المكافئة المبينة في الشكل 10.4(b). وبتطبيق تحليل الحلقات على الحلقتين (1) و(2)، نحصل على،

$$-32 + 4i_1 + 12(i_1 - i_2) = 0, \quad i_2 = -2A$$

ويحل المعادلة نجد،

$$i_1 = 0.5A$$

بالتالي،

$$V_{Th} = 12(i_1 - i_2) = 12(0.5 + 2.0) = 30V$$

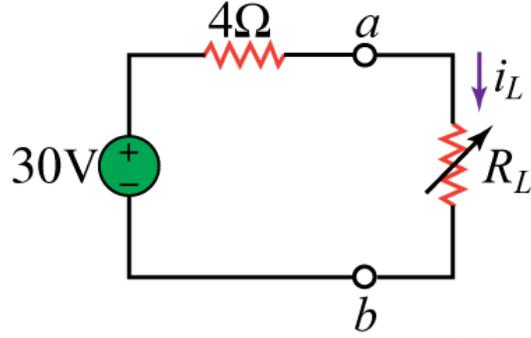
يمكن حل المسألة بطريقة أخرى وبشكل أسهل، وذلك باستعمال تحليل العقد، وبإهمال المقاومة  $(1 - \Omega)$  لأن التيار المار فيها معدوم. بتطبيق قانون كيرشوف للتيار ( $KCL$ ) على العقدة العليا نجد،

$$\frac{32 - V_{Th}}{4} + 2 = \frac{V_{Th}}{12}$$

أو

$$96 - 3V_{Th} + 24 = V_{Th} \Rightarrow V_{Th} = 30V$$

وبين الشكل 11.4 دائرة ثيفينين المكافئة. يعطى تيار الحمل في العلاقة التالية،



الشكل 11-4 دائرة ثيفينين المكافئة لدائرة المثال 3

$$I_L = \frac{V_{Th}}{V_{Th} + R_L} = \frac{30}{4 + R_L}$$

في حالة  $(R_L = 6)$ ،

$$I_L = \frac{30}{10} = 3 \text{ A}$$

في حالة  $(R_L = 16)$ ،

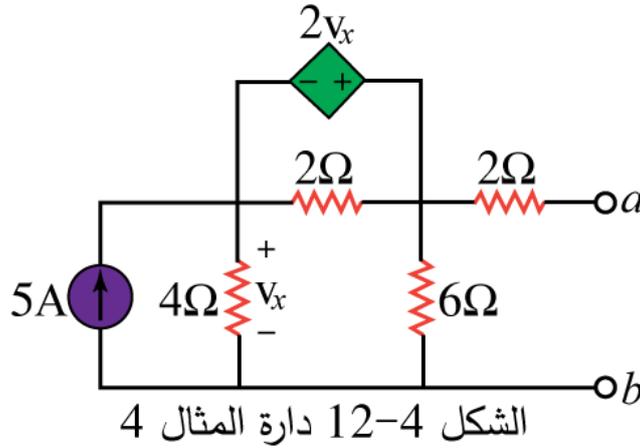
$$I_L = \frac{30}{20} = 1.5 \text{ A}$$

في حالة  $(R_L = 36)$ ،

$$I_L = \frac{30}{40} = 0.75 \text{ A}$$

مثال 4:

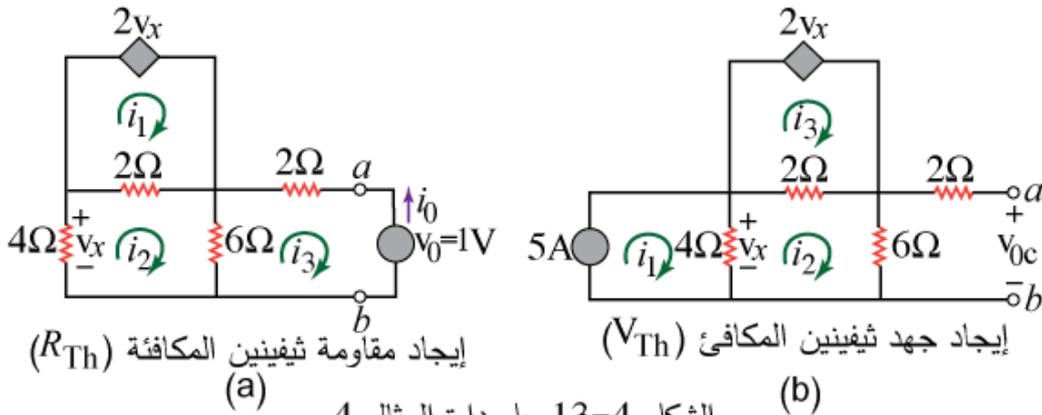
أوجد دارة ثيفينين المكافئة للدارة المبينة في الشكل 12.4.



الشكل 12-4 دارة المثال 4

الحل 4:

تحتوي هذه الدارة، بعكس دارة المثال السابق، على منبع جهد مرتبط ( $2v_x$ ). لإيجاد مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ )، نفتح منبع التيار ( $2A$ )، ونترك المنبع المرتبط ( $2v_x$ ) على حاله. بسبب وجود المنبع المرتبط ( $2v_x$ )، نحرض الدارة بمنبع الجهد ( $v_o$ ) كما هو مبين في الشكل 13.4(a). أي نطبق الجهد ( $v_o = 1$ ) على النهايتين (a-b) مما يؤدي إلى مرور التيار ( $i_o$ )، نحسب قيمته، ومن ثم نوجد قيمة مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH} = 1/i_o$ ). كما يمكن أن نطبق منبع تيار ( $i_o = 1$ )، ونحسب الجهد الناتج ( $v_o$ )، ثم نوجد مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH} = v_o / 1$ ).



إيجاد مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ )  
(a)

إيجاد جهد ثيفينين المكافئ ( $V_{Th}$ )  
(b)

الشكل 13-4 حل دارة المثال 4

بتطبيق تحليل الحلقات على الحلقة (1) في دارة الشكل 13.4(a) ينتج،

$$-2v_x + 2(i_1 - i_2) = 0 \quad \text{or} \quad v_x = i_1 - i_2$$

ولكن،

$$-4i_2 = v_x = i_1 - i_2$$

بالتالي،

$$i_1 = -3i_2$$

بتطبيق تحليل الحلقات على الحلقين (2) و (3) في دائرة الشكل 13.4 (a) ينتج،

$$4i_2 + 2(i_2 - i_1) + 6(i_2 - i_3) = 0$$

$$6(i_3 - i_2) + 2i_3 + 1 = 0$$

ويحل المعادلتين نحصل على،

$$i_3 = -\frac{1}{6}A$$

لكن،

$$i_o = -i_3 = \frac{1}{6}A$$

بالتالي،

$$R_{Th} = \frac{1V}{i_o} = 6 \Omega$$

للحصول على  $(V_{TH})$ ، نبحث عن  $(v_o)$  في دائرة الشكل 13.4 (b). وبتطبيق تحليل الحلقات، نحصل على،

$$i_1 = 5$$

$$-2v_x + 2(i_3 - i_2) = 0 \Rightarrow v_x = i_3 - i_2$$

$$4(i_2 - i_1) + 2(i_2 - i_3) + 6i_2 = 0$$

لكن،

$$4(i_1 - i_2) = v_x$$

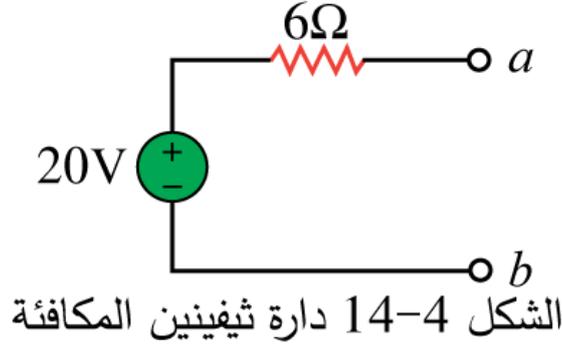
ويحل المعادلات نحصل على،

$$i_2 = \frac{10}{3}$$

بالتالي،

$$V_{Th} = v_{oc} = 6i_2 = 20V$$

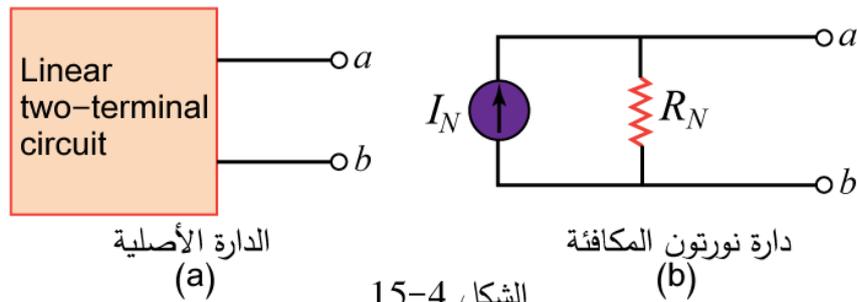
ويبين الشكل 14.4 دائرة ثيفينين المكافئة.



### 3. نظرية نورتون NORTON'S THEOREM

اقترح نورتون (E. L. Norton)، المهندس الأمريكي الذي كان يعمل في مختبرات (Bell Telephone Laboratories)، نظرية مماثلة لنظرية ثيفينين (Thevenin) وذلك بعد 43 عاما، أي في العام 1926. تنص نظرية نورتون على استبدال الدارة المكافئة التي تسمى مكافئ نورتون بدارة خطية ثنائية الأقطاب. تتكون دارة نورتون من منبع تيار ( $I_N$ ) (تيار الدارة المقصورة عند القطبين) موصول على التفرع مع مقاومة ( $R_N$ ) (المقاومة المكافئة للدارة عند القطبين بعد قصر منابع الجهود المستقلة وفتح منابع التيارات المستقلة). تُستبدل دارة الشكل 15.4 (b) بدارة الشكل 15.4 (a). ما يعيننا هنا، هو كيفية إيجاد كل من ( $R_N$ ) و ( $I_N$ ). نوجد ( $R_N$ ) بنفس الطريقة التي أوجدنا بها ( $R_{TH}$ )، أي أن مقاومة ثيفينين تساوي إلى مقاوة نورتون.

$$R_N = R_{TH} \quad (3.4)$$



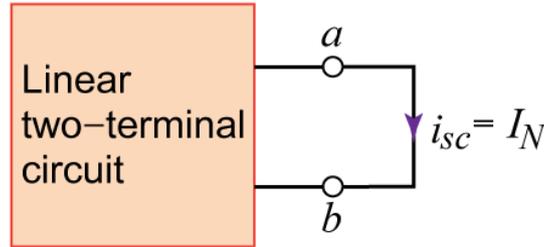
• (linear two-terminal circuit): دارة خطية بنهايتين (بطرفين)

لإيجاد تيار نورتون ( $I_N$ )، نوجد تيار القصر بين النهائيين (a) و (b) للدائرتين الموضحتين في الشكل 15.4. تيار القصر في دائرة الشكل 15.4 (b) هو تيار نورتون ( $I_N$ )، وهو تيار القصر نفسه بين النهائيين (a) و (b) لدائرة الشكل 15.4 (a). وبما أن الدائرتين متكافئتان، فإن،

$$I_N = i_{sc} \quad (4.4)$$

وهذا ما يوضحه الشكل 16.4. يجري التعامل مع المصادر المستقلة والمرتبطة بنفس الطريقة التي رأيناها في حالة نظرية ثيفينين. أما العلاقة الوثيقة بين مكافأتهما فهي ( $R_N = R_{TH}$ ) و،

$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} \quad (5.4)$$



الشكل 4-16 إيجاد تيار نورتون

- (linear two-terminal circuit) : دائرة خطية بنهائيتين (بطرفين)  
هذا هو في الأساس عملية تحويل منبع، ولهذا السبب، يسمى تحويل المنبع غالباً بتحويل ثيفينين-نورتون. بما أن ( $V_{TH}$ )، ( $I_N$ )، و ( $R_{TH}$ ) ترتبط ببعضها كما بينا أعلاه، فإن إيجاد دائرة ثيفينين المكافئة أو دائرة نورتون المكافئة يقتضي إيجاد ما يلي:
- جهد الدارة المفتوحة ( $v_{oc}$ ) عبر النهائيين (a) و (b).
- تيار الدارة المقصورة ( $i_{sc}$ ) عبر النهائيين (a) و (b).
- المقاومة المكافئة أو مقاومة الدخل ( $R_{in}$ ) عبر النهائيين (a) و (b) عندما يجري تعطيل كل المصادر المستقلة.

يمكننا حساب أي اثنين من الثلاثة قيم أعلاه باستعمال الطريقة التي تأخذ جهداً أقل واستعمالها مع قانون أوم للحصول على الثالثة، حيث أن.

$$V_{TH} = v_{oc} \quad (6a.4)$$

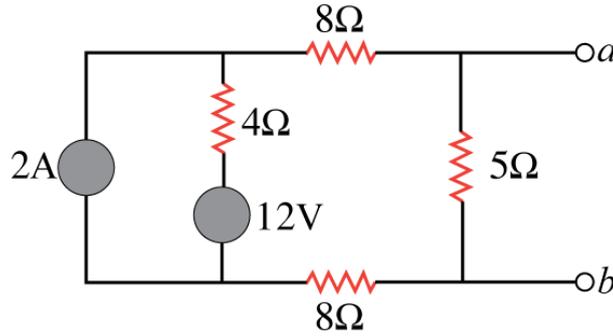
$$I_N = i_{sc} \quad (6b.4)$$

$$R_{TH} = \frac{v_{oc}}{i_{sc}} = R_N \quad (6c.4)$$

تكفي اختبارات الدارة المفتوحة والدارة المقصورة لإيجاد دارة ثيفينين المكافئة أو دارة نورتنون المكافئة.

مثال 5:

أوجد دارة نورتنون المكافئة للدارة المبينة في الشكل 17.4.

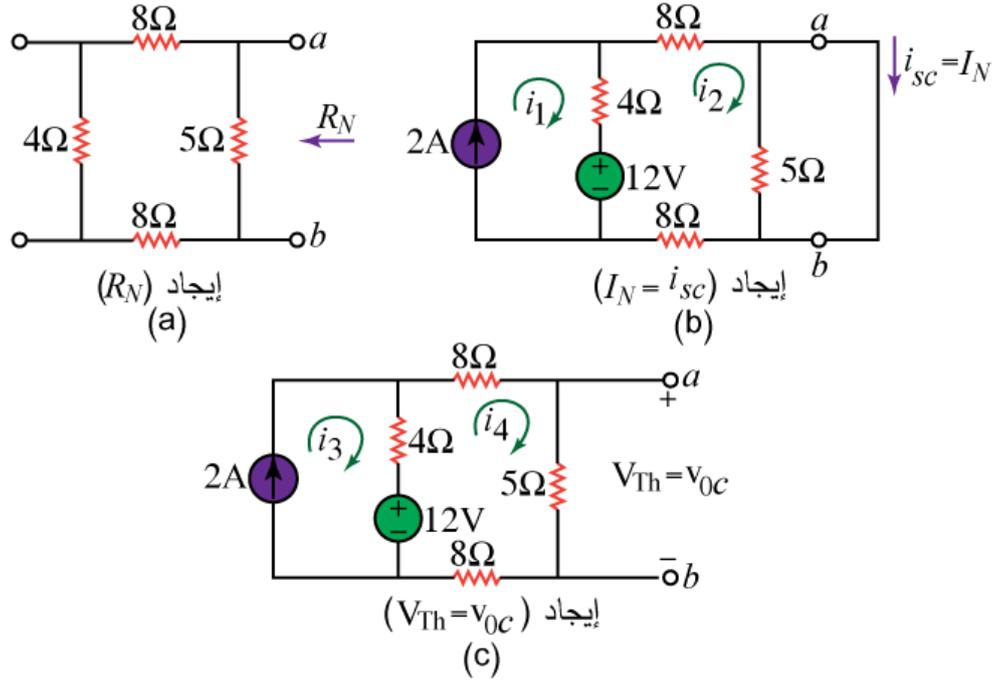


الشكل 17-4 دارة المثال 5

الحل 5:

نوجد مقاومة نورتنون المكافئة ( $R_N$ ) بنفس الطريقة التي أوجدنا فيها مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ ). بقصر منابع الجهود المستقلة، وفتح منابع التيار المستقلة، نحصل على الدارة المبينة في الشكل 18.4(a)، التي نوجد منها المقاومة ( $R_N$ ) بالتالي:

$$R_N = 5 \parallel (8 + 4 + 8) = 5 \parallel 20 = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4 \Omega$$



الشكل 4-18 دائرة المثال 5

لإيجاد  $(I_N)$ ، نقصر النهائيين (a) و (b)، كما هو مبين في الشكل 4.18(a). نتجاهل المقاومة  $(5-\Omega)$  لأنها مقصورة، ونستعمل طريقة تحليل الحلقات، فنحصل على:

$$i_1 = 2A, \quad 20i_2 - 4i_1 - 12 = 0$$

ومنها نحصل على:

$$i_2 = 1A = i_{sc} = I_N$$

كما يمكن أن نحسب  $(I_N)$  من  $(\frac{V_{Th}}{R_{Th}})$ . نحصل على  $(V_{Th})$  من إيجاد جهد الدارة المفتوح بين النهائيين (a) و (b) كما هو مبين في الشكل 4.18(c). نستعمل طريقة تحليل الحلقات، فنحصل على:

$$\begin{aligned} i_3 &= 2A, \\ 25i_4 - 4i_3 - 12 &= 0 \quad \Rightarrow \quad i_4 = 0.8A, \\ v_{oc} = V_{Th} &= 5i_4 = 4V \end{aligned}$$

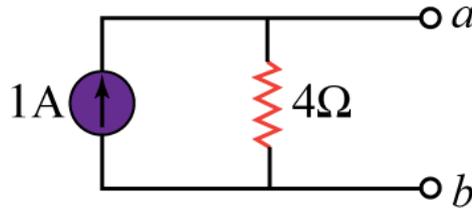
بالتالي:

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = \frac{4}{4} = 1A$$

وهو ما حصلنا عليه آنفاً، وهذا يؤكد أيضاً أن:

$$R_{Th} = \frac{v_{oc}}{i_{sc}} = \frac{4}{1} = 4 \Omega$$

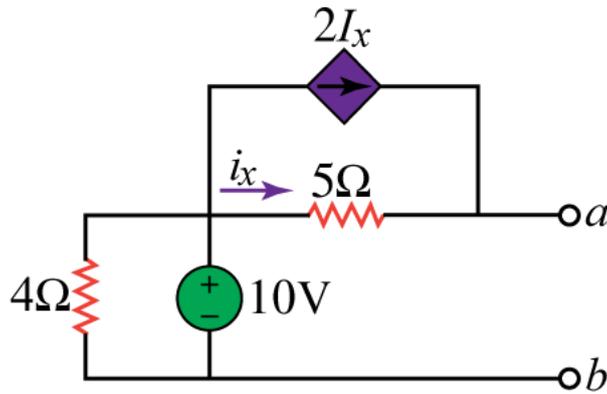
بالتالي تكون دارة نورتون المكافئة كما هو مبين في الشكل 19.4.



الشكل 19-4 دارة نورتون المكافئة

مثال 6:

باستعمال نظرية نورتون، أوجد  $(R_N)$  و  $(I_N)$  للدارة المبينة في الشكل 20.4 عند النهايتين (a) و (b).



الشكل 20-4 دارة المثال 6

الحل 6:

لإيجاد مقاومة نورتون المكافئة  $(R_N)$ ، نقصر منابع الجهود المستقلة، ونفتح منابع التيار المستقلة، ونوصل منبع الجهد  $(v_o = 1V)$  إلى النهايتين (a) و (b). نحصل على الدارة المبينة في الشكل 21.4 (a). نتجاهل المقاومة  $(4-\Omega)$  لأنها دارة مقصورة. وبسبب الدارة المقصورة فإن المقاومة  $(4-\Omega)$ ، ومنبع الجهد، ومنبع التيار المرتبط، موصولة كلها على التفرع. إذن،

$$i_x = \frac{v_o}{5} = \frac{1}{5} = 0.2$$

عند العقدة (a)،

$$-i_o = i_x + 2i_x = 3i_x = 0.6$$

بالتالي،

$$R_N = \frac{v_o}{i_o} = \frac{1}{-0.6} = -1.67 \Omega$$

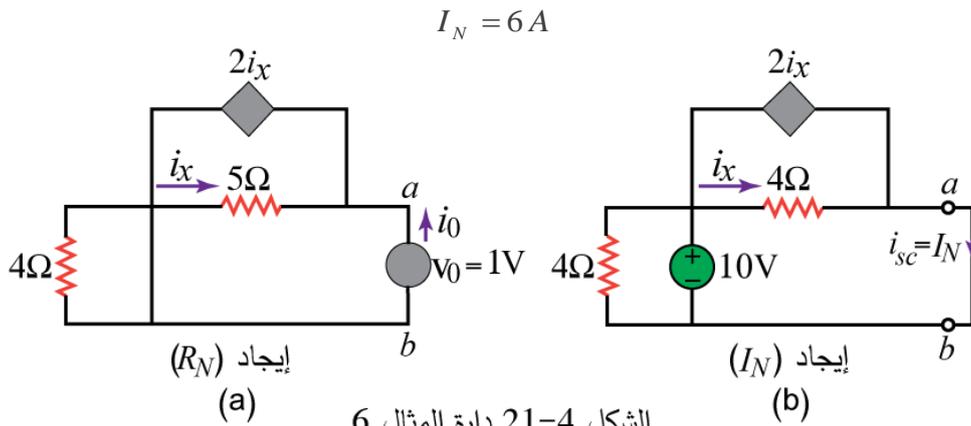
لإيجاد  $(I_N)$ ، نقصر النهائيين (a) و (b) ونحسب تيار القصر  $(i_{sc})$  كما هو مبين في الشكل 22.4 (b). نلاحظ من هذا الشكل أن المقاومة  $(4-\Omega)$ ، ومنبع الجهد  $(10-V)$ ، والمقاومة  $(5-\Omega)$ ، ومنبع التيار المرتبط موصولون على التفرع. بالتالي،

$$i_x = \frac{10-0}{5} = 2 A$$

ويتطبيق قانون كيرشوف للتيار (KCL) عند العقدة (a) نحصل على،

$$i_{sc} = i_x + 2i_x = 2 + 4 = 6 A$$

بالتالي،

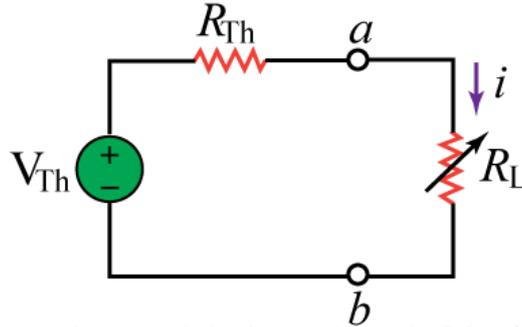


#### 4. نقل الاستطاعة الأعظمية MAXIMUM POWER TRANSFER

في كثير من الحالات العملية، تُصمم الدارات الكهربائية بهدف تقديم الاستطاعة إلى حمل معطى. يهدف تصميم دارات نقل الاستطاعة في شركات الكهرباء إلى تقليل الاستطاعة الضائعة أثناء عملية نقل وتوزيع الاستطاعة الكهربائية، وهذا أمر بالغ الأهمية لأسباب تتعلق بكفاءة النقل وباقتصاديته، وفي مجال الاتصالات، يكون الهدف الرئيس هو تقديم الاستطاعة العظمى إلى الحمل. المسألة المطروحة الآن هي تقديم الطاقة العظمى إلى حمل ما في نظام معطى، علمت فيه الاستطاعة الداخلية المبددة. وتجدر الإشارة إلى أن الاستطاعة الداخلية المبددة قد تكون أكبر من أو تساوي إلى الاستطاعة المقدمة إلى الحمل.

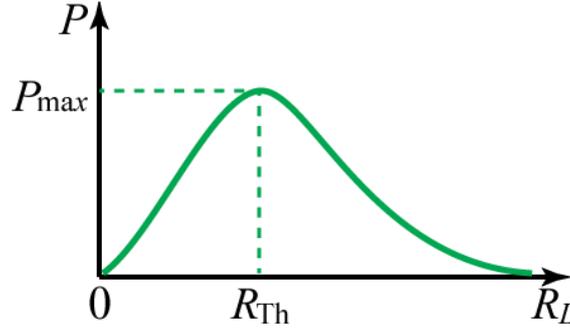
من المفيد أن نستعمل مكافئ ثيفينين لإيجاد الاستطاعة العظمى التي تقدمها دارة خطية إلى حمل ما. نفترض أنه بإمكاننا أن نضبط مقاومة الحمل ( $R_L$ ). إذا استبدلنا دارة ثيفينين المكافئة بالدارة الخطية، وأبقينا الحمل على ما هو عليه، كما هو مبين في الشكل 22.4، فإن الاستطاعة المقدمة إلى الحمل تعطى بالعلاقة التالية :

$$p = i^2 R_L = \left( \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_L} \right)^2 R_L \quad (7.4)$$



الشكل 4-22 الدارة المستعملة لنقل الاستطاعة العظمى

يكون جهد ثيفينين ( $V_{TH}$ )، ومقاومة ثيفينين ( $R_{TH}$ ) ثابتين في دارة معطاة. بتغيير مقاومة الحمل ( $R_L$ )، تتغير الاستطاعة المقدمة إليه كما هو مبين في الشكل 23.4. نلاحظ من الشكل 23.4 أن الاستطاعة ( $p$ ) تكون صغيرة عند قيم الحمل ( $R_L$ ) الصغيرة والكبيرة على السواء، وتأخذ الاستطاعة قيمة عظمى عند بعض قيم ( $R_L$ ) التي تقع بين الصفر (0) واللانهاية ( $\infty$ ). سنبين الآن أن الاستطاعة العظمى تحصل عندما تكون مقاومة الحمل ( $R_L$ ) مساوية إلى مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ ). وهذا ما يعرف بنظرية الاستطاعة العظمى (Maximum power theorem).



الشكل 4-23 الاستطاعة المقدمة إلى الحمل كتابع إلى  $(R_L)$

تُقل الاستطاعة العظمى إلى الحمل عندما تكون مقاومته  $(R_L)$  مساوية إلى مقاومة ثيفينين المكافئة المنظور إليها من الحمل  $(R_{TH})$ .

لنبرهن على نظرية نقل الاستطاعة العظمى. نشق علاقة الاستطاعة (7.4) بالنسبة إلى  $(R_L)$  ونساويها بالصفر، فنحصل على:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dR_L} &= V_{Th}^2 \left[ \frac{(R_{Th} + R_L)^2 - 2R_L(R_{Th} + R_L)}{(R_{Th} + R_L)^4} \right] \\ &= V_{Th}^2 \left[ \frac{(R_{Th} + R_L - 2R_L)}{(R_{Th} + R_L)^3} \right] = 0 \end{aligned}$$

أي أن:

$$0 = (R_{Th} + R_L - 2R_L) = (R_{Th} - R_L) \quad (8.4)$$

وهذا يؤدي إلى:

$$R_L = R_{TH} \quad (9.4)$$

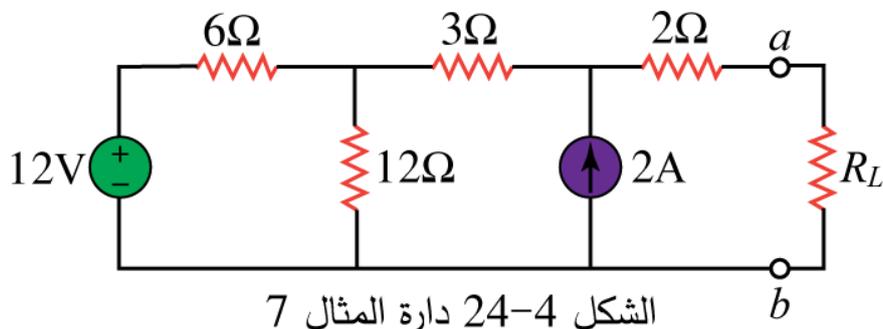
تكون الاستطاعة المنقولة عظمى عندما تكون مقاومة الحمل  $(R_L)$  مساوية إلى مقاومة ثيفينين المكافئة  $(R_{TH})$ . ويتعويض العلاقة (9.4) في العلاقة (8.4) نحصل على،

$$P_{\max} = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}} \quad (10.4)$$

تطبق العلاقة (10.4) فقط في حالة  $(R_L = R_{TH})$ . عندما  $(R_L \neq R_{TH})$ ، نحسب الاستطاعة المقدمة إلى الحمل باستعمال العلاقة (7.4).

مثال 7:

أوجد قيمة مقاومة الحمل ( $R_L$ ) لتكون الاستطاعة المقدمة إليها من الدارة المبينة في الشكل 24.4 عظمى. وأوجد قيمة الاستطاعة العظمى.

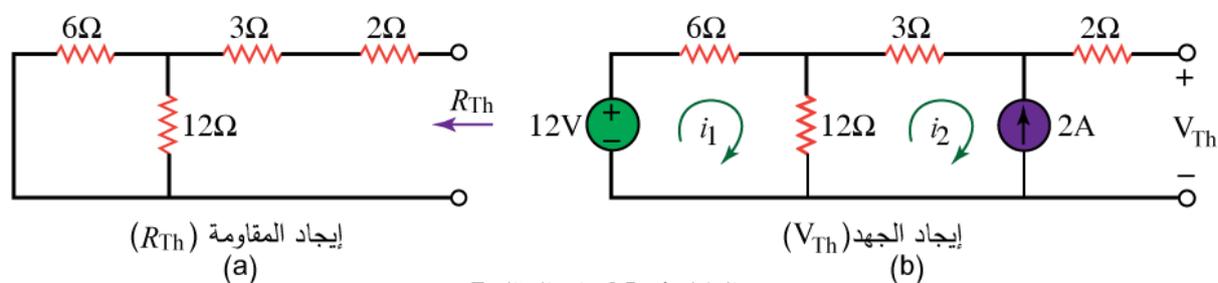


الشكل 24-4 دائرة المثال 7

الحل 7:

نحتاج إلى إيجاد مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ )، وجهد ثيفينين المكافئ ( $V_{TH}$ ) عند النهايتين (a) و (b). للحصول على مقاومة ثيفينين المكافئة ( $R_{TH}$ )، نستعمل الدارة المبينة في الشكل 25.4 (a) فنحصل على،

$$R_{TH} = 2 + 3 + (6 \parallel 12) = 5 + \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 9 \Omega$$



الشكل 25-4 دائرة المثال 7

للحصول على جهد ثيفينين المكافئ ( $V_{TH}$ )، نستعمل الدارة المبينة في الشكل 25.4 (b) ونطبق تحليل الحلقات فنحصل على،

$$-12 + 18i_1 - 12i_2 = 0, \quad i_2 = -2A$$

نحل المعادلة من أجل ( $i_1$ ):

$$i_1 = \frac{-2}{3}$$

نطبق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الحلقة الخارجية للدائرة للحصول على  $(V_{TH})$  عند النهايتين (a) و (b) فنجد:

$$-12 + 6i_1 + 3i_2 + 2(0) + V_{Th} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{Th} = 22V$$

وفي حالة نقل الاستطاعة العظمى،

$$R_L = R_{Th} = 9 \Omega$$

وتكون الاستطاعة العظمى،

$$p_{\max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_L} = \frac{22^2}{4 \times 9} = 13.44W$$

## 5. ملخص SUMMARY

1. تتكون الدارة الخطية من عناصر خطية، ومنابع مرتبطة خطية، ومنابع مستقلة خطية.
2. تُستعمل نظريات الدارات لتحويل الدارات المعقدة إلى دارات أبسط، مما يجعل تحليلها سهلاً وبسيطاً.
3. وينص مبدأ التراكم على أنه في حالة الدارات التي تمتلك منابع مستقلة متعددة، فإن الجهد عبر (أو التيار المار في) العنصر يساوي إلى المجموع الجبري لجميع الجهود الفردية (أو التيارات) الناتجة عن كل منبع مستقل يعمل بمفرده.
4. تحويل المنبع هو إجرائية يجري بمقتضاها تحويل منبع جهد موصول على التسلسل مع مقاومة إلى منبع تيار موصول على التفرع مع المقاومة، والعكس بالعكس.
5. تسمح لنا نظريتا ثيفينين ونورتون بعزل جزء من الدارة بينما يجري استبدال الدارة المكافئة بالجزء المتبقي من الدارة الأصلية. ويتكون مكافئ ثيفينين من منبع جهد ( $V_{TH}$ ) موصول على التسلسل مع المقاومة ( $R_{TH}$ )، بينما يتكون مكافئ نورتون من منبع تيار ( $I_N$ ) موصول على التفرع مع المقاومة ( $R_N$ )، ترتبط النظريتان بتحويل المنبع وفقاً لما يلي:

$$R_N = R_{Th}, \quad I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

6. في حالة دارة ثيفينين المكافئة، تنقل الدارة استطاعة عظمى إلى الحمل عندما يكون ( $R_L = R_{TH}$ ). هذا يعني أن تتساوى مقاومة الحمل مع مقاومة ثيفينين.

## 6. أسئلة ومسابئ الفصل الرابع QUESTIONS AND PROBLEMES

### أسئلة الفصل الرابع

1. إذا كان التيار المار في أحد فروع دائرة خطية (2 A)، عندما كان جهد المنبع (10 V). إذا خُفض جهد المنبع إلى (1 V) وعُكست قطبيته، يصبح التيار المار في الفرع المذكور:

- (a) -2, (b) -0.2, (c) 0.2, (d) 2, (e) 20.

2. في نظرية التراكب، ليس مطلوباً أن يعمل منبع مستقل واحد وفي وقت واحد؛ أي يمكن أن يعمل أي عدد من المصادر المستقلة في وقت واحد.

(a) صح (True)

(b) خطأ (False)

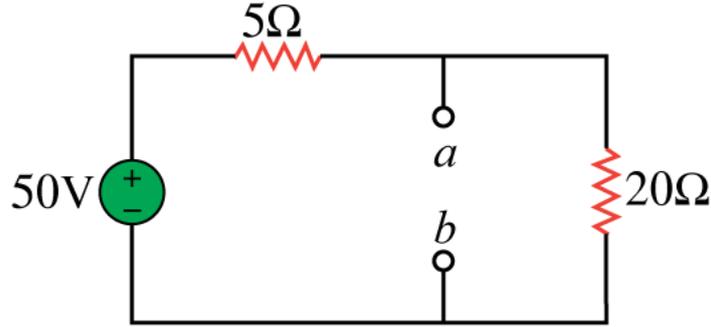
3. يمكن تطبيق مبدأ التراكب عند حساب الاستطاعة.

(a) صح (True)

(b) خطأ (False)

4. تبلغ مقاومة ثيفينين المنظورة من (a) و (b) في دائرة الشكل 26.4.

- (a) 25  $\Omega$ , (b) 20  $\Omega$ , (c) 5  $\Omega$ , (d) 4  $\Omega$ ,



الشكل 26-4

5. يبلغ جهد ثيفينين المنظور عبر (a) و (b) في دائرة الشكل 26.4.  
 (a) 50V , (b) 40V , (c) 20V , (d) 10V .

6. يبلغ تيار نورتون عبر (a) و (b) في دائرة الشكل 26.4.  
 (a) 10A , (b) 25A , (c) 2A , (d) 0A .

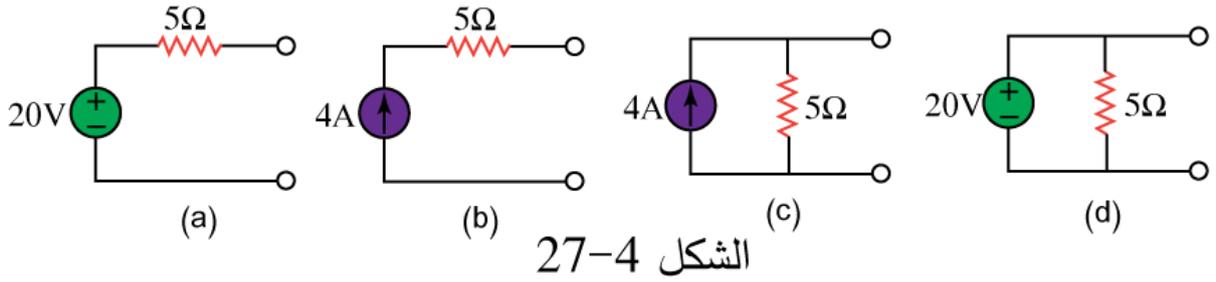
7. تساوي مقاومة نورتون ( $R_N$ ) تماماً مقاومة ثيفينين ( $R_{TH}$ ).

(a) صح (True)

(b) خطأ (False)

8. أي زوج من دارات الشكل 27.4 متكافئ.

(a) a and b , (b) b and d , (c) a and c , (d) c and d .



9. جرى توصيل حمل إلى دائرة كهربائية. بلغت مقاومة ثيفينين على طرفي الحمل ( $R_{TH} = 10\Omega$ )، وجهد

ثيفينين ( $V_{TH} = 40V$ ). فكانت الاستطاعة العظمى المقدمة إلى الحمل تساوي إلى:

(a) 160W , (b) 80W , (c) 40W , (d) 1W .

10. يقدم المنبع استطاعة عظمى إلى الحمل عندما تتساوى مقاومة المنبع مع مقاومة الحمل.

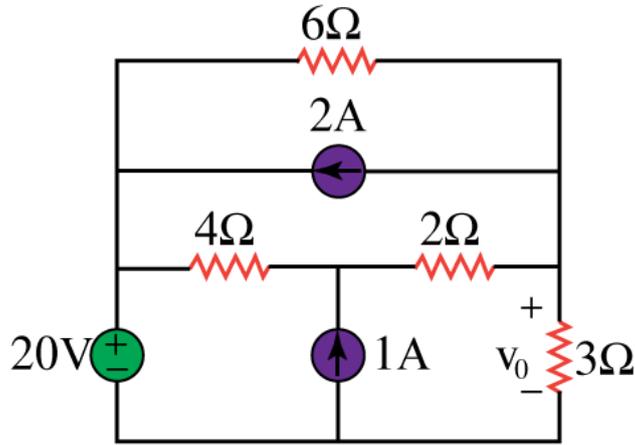
(a) صح (True)

(b) خطأ (False)

Answers : 4.1(b), 4.2(a), 4.3(b), 4.4(d), 4.5(b), 4.6(a), 4.7(a), 4.8(c), 4.9(c), 4.10(b).

مسائل الفصل الرابع

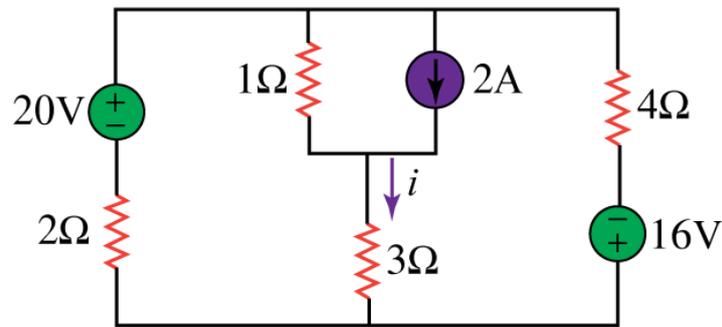
1. احسب قيمة الجهد ( $v_o$ ) في دارة الشكل 28.4 باستعمال مبدأ التراكب.



الشكل 28-4

Ans.  $v_o = 8 V$  .

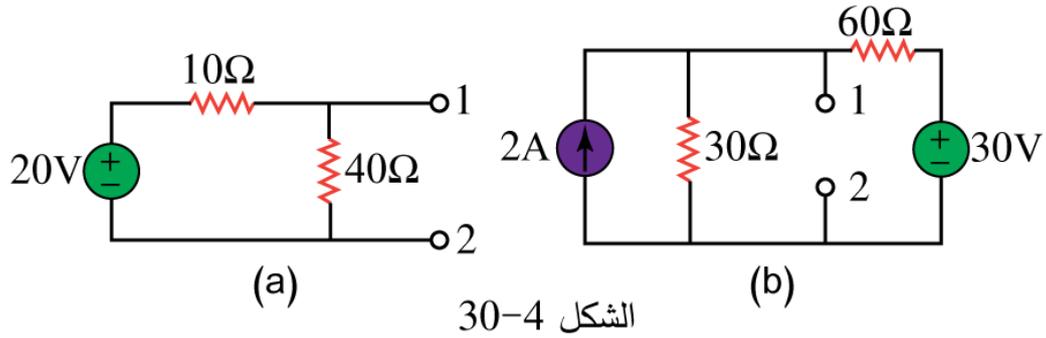
2. احسب قيمة التيار ( $i$ ) في دارة الشكل 29.4 باستعمال مبدأ التراكب، ثم احسب الاستطاعة المستهلكة في المقاومة ( $3\Omega$ ).



الشكل 29-4

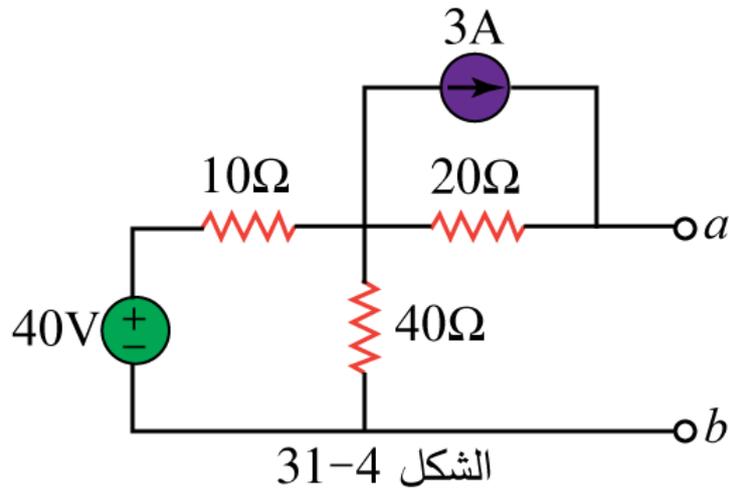
Ans.  $i = 1.875 A$  .  $p = 10.55 W$  .

3. احسب قيمة المقاومة ( $R_{TH}$ ) والجهد ( $V_{TH}$ ) عند النهايتين (1-2) لكل من دارتي الشكل 30.4.



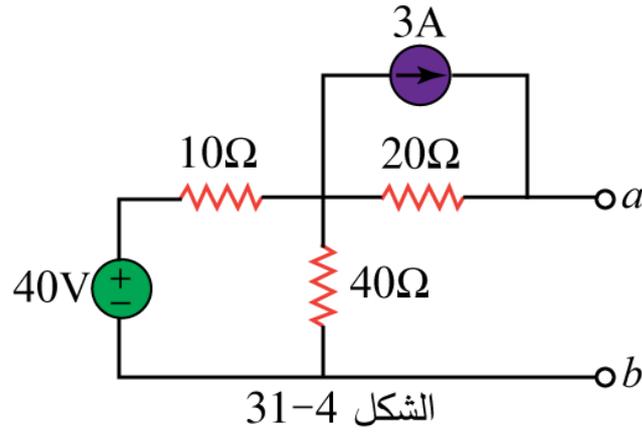
Ans. (a)  $R_{TH} = 8 \Omega$ ,  $V_{TH} = 16 V$ ; (b)  $R_{TH} = 20 \Omega$ ,  $V_{TH} = 50 V$ .

4. أوجد مكافئ ثيقيين عند النهايتين (a-b) لدارة الشكل 31.4.



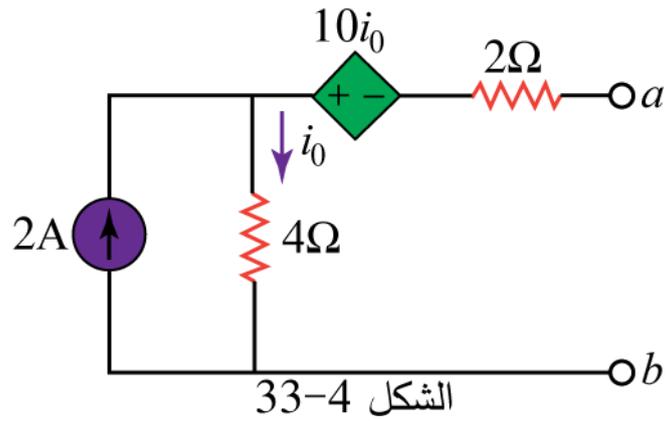
Ans.  $R_{TH} = 28 \Omega$ ,  $V_{TH} = 92 V$ .

5. أوجد مكافئ نورتون عند النهائيين (a-b) لدارة الشكل 32.4.



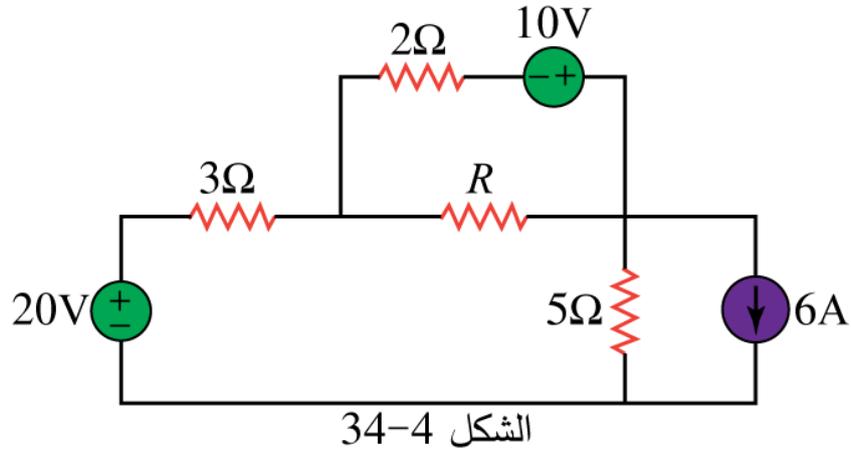
Ans.  $R_N = 3 \Omega$ ,  $I_N = 2 A$ .

6. أوجد مكافئ نورتون عند النهائيين (a-b) لدارة الشكل 33.4.



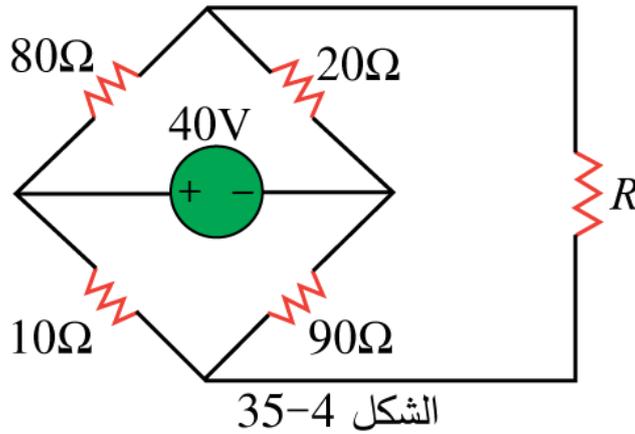
Ans.  $R_N = -4 \Omega$ ,  $I_N = 3 A$ .

7. أوجد الاستطاعة العظمى المقدمة للمقاومة (  $R$  ) في دارة الشكل 34.4.



Ans.  $P_{\max} = 625 \text{ mW}$  .

8. أوجد الاستطاعة العظمى المقدمة للمقاومة (  $R$  ) في دارة الشكل 35.4.



Ans.  $P_{\max} = 7.84 \text{ W}$  .

# الفصل الخامس: المكثفات والملفات

## المخرجات:

فهم عمل المكثفات والملفات ووصلهما على التسلسل والتفرع.

## الكلمات المفتاحية:

المكثفات Capacitors، جمع المكثفات على التسلسل وعلى التفرع Series and Parallel Capacitors، الملفات Inductors، جمع الملفات على التسلسل وعلى التفرع Series and Parallel Inductors.

## الملخص:

كنا قد حصرنا دراستنا، في الفصول السابقة، في الدارات التي تحتوي على مقاومات فقط كعناصر غير فعالة. سندخل في هذا الفصل عنصرين جديدين ومهمين من العناصر الغير الفعالة للدارات الخطية: المكثفات (Capacitors) والملفات (Inductors). على عكس المقاومات التي تبذل الطاقة، المكثفات والملفات لا تبذل الطاقة ولكن تخزنها، ثم تعيدها في وقت لاحق. لهذا السبب، تسمى المكثفات والملفات عناصر التخزين (Storage elements). تطبيقات الدارات التي تحتوي على مقاومات فقط محدودة جدا. بإضافة المكثفات والملفات في هذا الفصل، سنكون قادرين على تحليل دارات عملية أكثر أهمية. يمكن تطبيق نفس تقنيات تحليل الدارات المشمولة في الفصلين السابقين على الدارات التي تحتوي على المكثفات والملفات. نبدأ بدراسة المكثفات ووصلها على التسلسل وعلى التفرع. وفي وقت لاحق، نعمل الشيء نفسه بالنسبة للملفات.

## الأهداف التعليمية:

يهدف هذا الفصل إلى تمكين الطالب من فهم عمل المكثفات والملفات وطرق توصيل كل منهما.

## المخطط:

الفصل الخامس: المكثفات والملفات [ILO5] (أسبوعان)

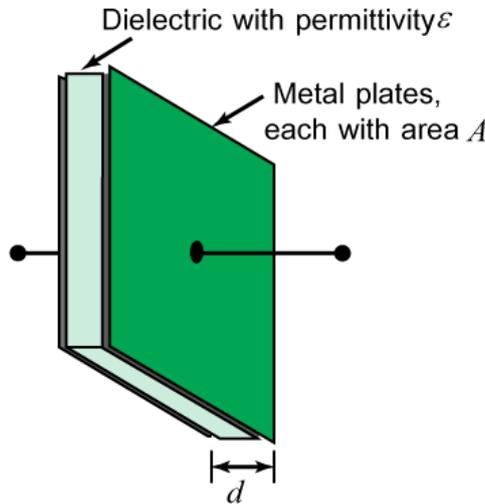
- المكثفات Capacitors
- وصل المكثفات على التسلسل وعلى التفرع Series and Parallel Capacitors
- الملفات Inductors
- وصل الملفات على التسلسل وعلى التفرع Series and Parallel Inductors

## مقدمة

كنا قد حصرنا دراستنا، في الفصول السابقة، في الدارات التي تحتوي على مقاومات فقط كعناصر غير فعالة. سندخل في هذا الفصل عنصرين جديدين ومهمين من العناصر الغير الفعالة للدارات الخطية: المكثفات (Capacitors) والملفات (Inductors). على عكس المقاومات التي تبديد الطاقة، المكثفات والملفات لا تبديد الطاقة ولكن تخزينها، ثم تعيدها في وقت لاحق. لهذا السبب، تسمى المكثفات والملفات عناصر التخزين (Storage elements). إن تطبيقات الدارات التي تحتوي على مقاومات فقط محدودة جدا. بإضافة المكثفات والملفات في هذا الفصل، سنكون قادرين على تحليل دارات عملية أكثر أهمية. يمكن تطبيق نفس تقنيات تحليل الدارات المشمولة في الفصلين السابقين على الدارات التي تحتوي على المكثفات والملفات. نبدأ بدراسة المكثفات ووصلها على التسلسل وعلى التفرع. وفي وقت لاحق، نعمل الشيء نفسه بالنسبة للملفات.

## 1. المكثفات CAPACITORS

المكثف هو عنصر غير فعال، صُمم لتخزين الطاقة في حقله الكهربائي. وإلى جانب المقاومات، تُعد المكثفات من المكونات الكهربائية الأكثر شيوعا. تُستعمل المكثفات على نطاق واسع في مجال الإلكترونيات، والاتصالات، وأجهزة الكمبيوتر، وأنظمة الطاقة. على سبيل المثال، تُستعمل المكثفات في دارات التوليف في أجهزة المستقبلات الراديوية، وعناصر للذاكر الديناميكية في أنظمة الكمبيوتر. ويبين الشكل 1.5 بنية المكثف.



الشكل 1-5 بنية المكثف العادي

- (dielectric with permittivity  $\epsilon$ ): عازل له معامل العزل الكهربائي  $\epsilon$
- (each with area  $A$ , metal plate): صفيحتان معدنيتان، مساحة كل واحدة منهما  $A$

يتكون المكثف من صفيحتين ناقلتين يفصل بينهما عازل.

في العديد من التطبيقات العملية، يمكن أن تكون الصفائح رقائق من الألومنيوم في حين أن العوازل قد تكون الهواء، أو السيراميك، أو الورق، أو الميكا. عند تطبيق جهد كهربائي ( $v$ ) على طرفي مكثف ( $C$ )، كما هو مبين في الشكل 2.5، يُوضع منبع الجهد شحنة كهربائية موجبة ( $+q$ ) على إحدى الصفيحتين، ويُوضع شحنة كهربائية سالبة ( $-q$ ) على الصفيحة الأخرى. ويقال أن المكثف خزن شحنة كهربائية. تتناسب الشحنة الكهربائية المخزنة، والمشار إليها ( $q$ )، طردياً مع الجهد المطبق على طرفيها ( $v$ )، حيث أن:

$$q = C v \quad (1.5)$$

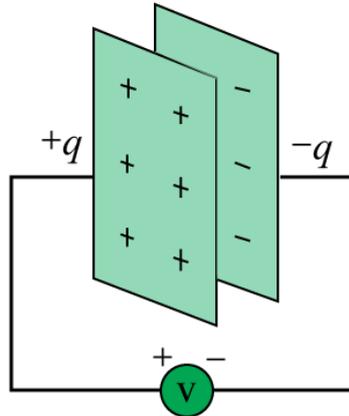
$C$ : ثابت التناسب، ويعرف بسعة المكثف، واحدها فاراد ( $F$ )، نسبة إلى الفيزيائي الإنكليزي ميكائيل فارادي Michael Faraday (1791–1867)

$v$ : الجهد الكهربائي المطبق على طرفي المكثف، واحده الفولت ( $V$ )

$q$ : الشحنة الكهربائية المخزنة في صفيحة المكثف، واحدها الكولون ( $C$ )

المكثف هو نسبة الشحنة المخزنة في صفيحته إلى الجهد المطبق على طرفيه، مقاساً بالفاراد ( $F$ ).  
بالتالي:

$$1 \text{ farad} = 1 \text{ coulomb/volt}$$



الشكل 2-5 مكثف طبق على طرفيه جهد كهربائي ( $v$ )

بالرغم من أن سعة المكثف ( $C$ ) هي نسبة الشحنة على إحدى الصفيحتين ( $q$ ) إلى الجهد المطبق على طرفيه ( $q$ )، إلا أنها لا تتعلق بأي منهما. بل تتعلق بالأبعاد الفيزيائية للمكثف. بالعودة إلى الشكل 1.5، تُعطى سعة المكثف بالعلاقة:

$$C = \frac{\epsilon A}{d} \quad (2.5)$$

$\epsilon$ : ثابت العزل الكهربائي، وحدته  $(F/m)$

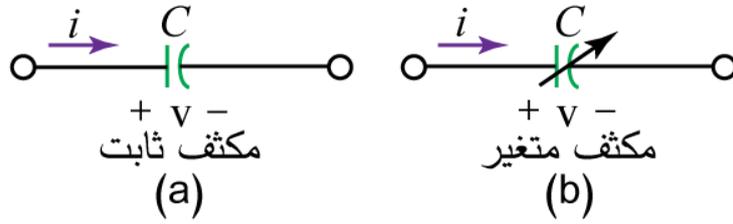
$A$ : مساحة الصفيحة، وحدتها  $(m^2)$

$d$ : البعد بين صفيحتي المكثف، وحدتها  $(m)$

نستنتج من العلاقة (2.5) أن سعة المكثف تتحدد بثلاثة عوامل:

- مساحة الصفيحة، كلما كانت قيمتها كبيرة كانت السعة كبيرة.
- البعد بين صفيحتي المكثف، كلما كان صغيراً كانت السعة كبيرة.
- ثابت العزل الكهربائي، كلما كان كبيراً كانت السعة كبيرة.

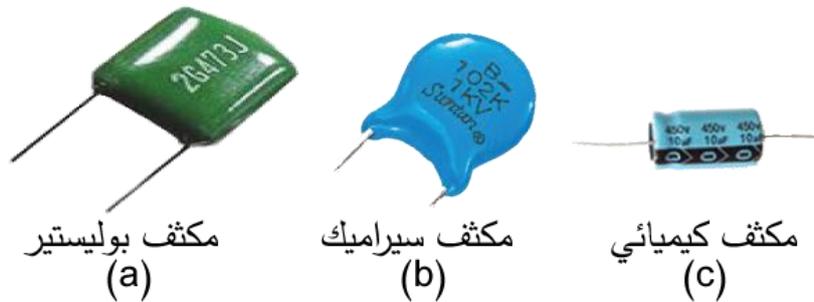
تتوفر المكثفات تجارياً بقيم وأنواع مختلفة. تقع قيم سعات المكثفات بين مجال البيكو فاراد ( $pF$ )، والميكرو فاراد ( $\mu F$ ). تُصنف المكثفات وفقاً للعازل المستعمل بين الصفيحتين، كما تصنف حسبما تكون ثابتة أو متغيرة القيمة. يبين الشكل 3.5 رموز المكثفات الثابتة والمتغيرة.



الشكل 3-5 رمز المكثف

وفقاً لقطبية المكثف، عندما يدخل التيار من القطب الموجب يُشحن المكثف، وعندما يخرج التيار من القطب الموجب يُفرغ المكثف شحنته.

ويُبين الشكل 4.5 أنواعاً من المكثفات الثابتة. فمكثف البوليستير (Polyester) خفيف الوزن، مستقر الأداء، يمكن التنبؤ بتغير قيمته مع تغير درجات الحرارة. توجد مكثفات أخرى كمكثفات الميكا (Mica) والبوليسترين (Polystyrene). تُلف مكثفات الأغشية الرقيقة وتُغلب ضمن غلاف معدني. تمتاز المكثفات الكيميائية بسعاتها كبيرة القيمة.



الشكل 4-5 المكثفات ثابتة القيمة

ويبين الشكل 5.5 المكثفات المتغيرة الأكثر انتشاراً. يمكن ضبط قيمة المكثف المتغير من نوع تريمر (Trimmer (or Padder) Capacitor) أو من نوع الخزف (Glass Piston Capacitor) بتدوير برغي التحكم بسعة المكثف. يوصل غالباً المكثف المتغير على التفرع مع مكثف ثابت القيمة فنتغير قيمة المكثف المكافئ ببطئ. يمكن التحكم بقيمة المكثف المتغير الهوائي (Variable Air Capacitor) عن طريق تدوير محوره.



Trimmer Capacitor

مكثف تريمر

(a)



Filmtrim capacitor

مكثف الغشاء الرقيق

(b)

الشكل 5-5 المكثفات المتغيرة

تُستعمل المكثفات المتغيرة في المستقبلات الراديوية للتوليف على محطات مختلفة. كما يمكن أن تُستعمل لحجز المركبات المستمرة، وتمرير المركبات المتناوبة، وتُستعمل لإزاحة الطور، وتخزين الطاقة، وكبادئ للمحركات، وكحاذف للضجيج.

للحصول على معادلة الجهد/التيار للمكثف، نشق طرفي العلاقة (1.5). بما أن،

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (3.5)$$

$i$ : شدة التيار (A)

$t$ : الزمن (s)

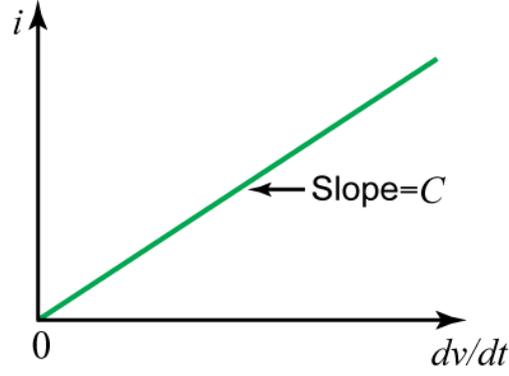
باشتقاق طرفي العلاقة (1.5) نحصل على،

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (4.5)$$

C: سعة المكثف (F)

v: الجهد الكهربائي غبي طرفي المكثف (V)

العلاقة (4.5) هي علاقة الجهد/التيار للمكثف. يوضح الشكل 6.5 هذه العلاقة في حالة المكثف المستقل عن الجهد.



الشكل 5-6 علاقة الجهد/التيار لمكثف

• (slope): الميل

المكثفات التي توافق المعادلة (4.5) يُقال عنها مكثفات خطية (Linear) لا تكون علاقة الجهد/التيار للمكثفات اللاخطية خطأً مستقيماً. توجد بعض المكثفات اللاخطية، إلا أن المكثفات الخطية هي الأكثر توفراً. سنتعامل في هذا المقرر مع المكثفات الخطية. ويمكن الحصول على علاقة الجهد/التيار لمكثف بمكاملة طرفي المعادلة (4.5)، فنحصل على،

$$v = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt \quad (5.5)$$

أو

$$v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt + v(t_0) \quad (6.5)$$

ويكون جهد المكثف عند الزمن  $(t_0) = \frac{q(t_0)}{C}$ . تبين المعادلة 6.5 أن جهد المكثف يتعلق بتيار سابق، مما يعني أن للمكثف خاصية التذكر. تُعطى الاستطاعة اللحظية المقدمة إلى المكثف بالعلاقة التالية:

$$p = v i = C v \frac{dv}{dt} \quad (7.5)$$

و تُعطى الطاقة المخزنة في المكثف بالعلاقة التالية:

$$w = \int_{-\infty}^t p dt = C \int_{-\infty}^t v \frac{dv}{dt} dt = C \int_{-\infty}^t v dv = \frac{1}{2} C v^2 \Big|_{t=-\infty}^t \quad (8.5)$$

لننوه إلى أن  $(v(-\infty) = 0)$ ، لأن المكثف يكون غير مشحون عند  $(t = -\infty)$ . بالتالي،

$$w = \frac{1}{2} C v^2 \quad (9.5)$$

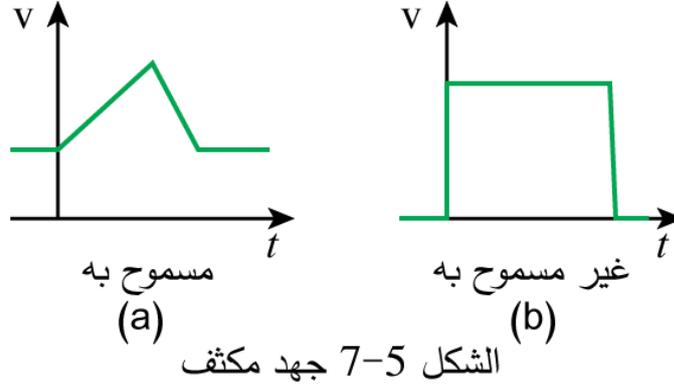
باستعمال المعادلة 1.5 يمكن إعادة كتابة العلاقة 9.5 على الشكل التالي:

$$w = \frac{q^2}{2C} \quad (10.5)$$

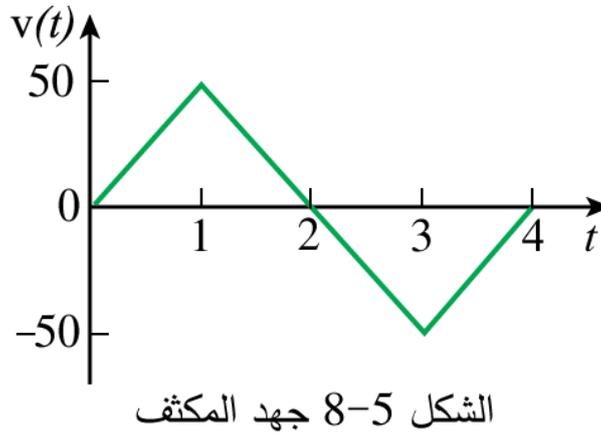
تمثل المعادلتان 9.5 و 10.5 الطاقة المخزنة في الحقل الكهربائي الموجود بين صفيحتي المكثف. يمكن استعادة هذه الطاقة المخزنة لاحقاً. من هنا أتت تسمية المكثف من إمكانية تخزينه للطاقة في حقله الكهربائي. ونشير هنا إلى الخواص الهامة للمكثف:

1. لنلاحظ من المعادلة 4.5 أنه عندما يكون الجهد المطبق على طرفي المكثف ثابتاً (dc voltage)، فإن التيار المار في المكثف معدوم. بالتالي:  
المكثف هو دائرة مفتوحة عند الجهود المستمرة. مع ذلك، إذا وصلت بطارية (dc voltage) بطرفي مكثف، فإن ذلك سيؤدي إلى شحن المكثف.
2. ينبغي أن يكون تطبيق الجهد على طرفي المكثف مستمراً.

لا يمكن أن يتغير جهد المكثف بشكل حاد. يقاوم المكثف تغير الجهد الحاد عنطرفيه. وفقاً للمعادلة 4.5 فإن تغيراً متقطعاً للجهد يتطلب تياراً لانهائياً، وهذا أمر مستحيل فيزيائياً. على سبيل المثال، قد يأخذ الجهد عبر مكثف المخطط البياني الموضح في الشكل 7.5(a)، غير أنه من المستحيل فيزيائياً أن يأخذ الجهد عبر المكثف المخطط البياني الموضح في الشكل 7.5(b) بسبب التغير الحاد الذي يطرأ على الجهد.



3. لا يُبدد المكثف المثالي الطاقة. إذ يأخذ المكثف الاستطاعة من الدارة عند تخزين الطاقة في حقله الكهربائي، ويعيد الطاقة المخزنة سابقاً عند تقديمه الاستطاعة إلى الدارة.
4. للمكثف الحقيقي مقاومة تسريب تفرعية كما هو مبين في الشكل 8.5. قد تصل قيمة مقاومة التسريب إلى  $(100 \text{ M}\Omega)$ ، ويمكن إهمالها في كثير من التطبيقات العملية. لهذا السبب نفترض في هذا المقرر ان المكثفات مثالية.



مثال 1:

- (a) احسب الشحنة المخزنة في مكثف سعته (3-pF) وجهدده (20 V).  
(b) أوجد قيمة الطاقة المخزنة في المكثف.

الحل 1:

(a) بما أن:

$$q = cv,$$

$$q = 3 \times 10^{-12} \times 20 = 60 \text{ pC}$$

(b) الطاقة المخزنة في المكثف،

$$W = \frac{1}{2} Cv^2 = \frac{1}{2} \times (3 \times 10^{-12}) (20^2) = 600 \text{ pJ}$$

مثال 2:

احسب التيار المار بمكثف، علماً أن الجهد على طرفيه هو  $v(t) = 10 \cos 6000t \text{ V}$  وسعته  $(5 - \mu F)$ .

الحل 2:

بالتعريف:

$$i(t) = C \frac{dv}{dt} = (5 \times 10^{-6}) \frac{d}{dt} (10 \cos 6000t)$$

$$i(t) = (5 \times 10^{-6}) (6000 \times 10 \sin 6000t) = -0.3 \sin 6000t \text{ A}$$

مثال 3:

احسب الجهد على طرفي مكثف سعته  $(2 - \mu F)$ ، إذا كان التيار المار فيه  $i(t) = 6e^{-3000t} \text{ mA}$  وبافتراض أن جهد المكثف بداية معدوم.

الحل 3:

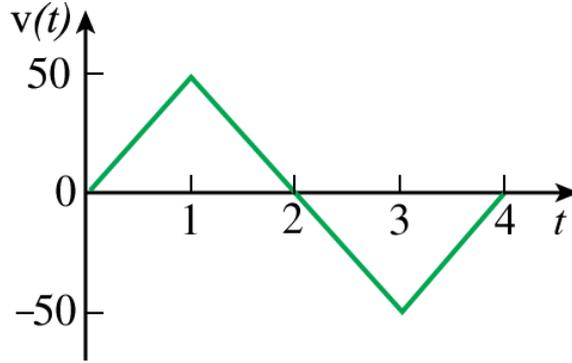
بما أن:

$$v = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + v(0) \text{ and } v(0) = 0,$$

$$v = \left( \frac{1}{2 \times 10^{-6}} \right) \int_0^t (6e^{-3000t} dt) \times 10^{-3} = \left( \frac{3 \times 10^3}{-3000} \right) e^{-3000t} \Big|_0^t = (1 - e^{-3000t}) V$$

مثال 4:

احسب التيار المار بمكثف سعته  $(200 - \mu F)$ ، إذا كان الجهد المطبق عليه معطى في الشكل 8.5.



الشكل 8-5 جهد المكثف

الحل 4:

يمكن أن نصف المخطط البياني (الموجي) رياضياً كما يلي:

$$v(t) \begin{cases} 50t V & 0 < t < 1 \\ 100 - 50t V & 1 < t < 3 \\ -200 + 50t V & 3 < t < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

• (otherwise): غير ذلك،

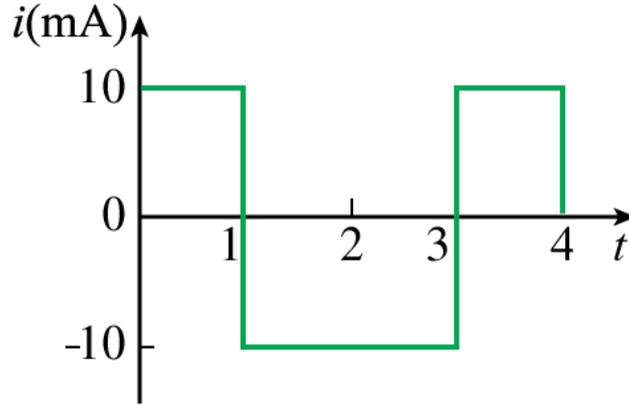
بما أن

$$i = C \frac{dv}{dt} \text{ and } C = 200 \mu F,$$

نشتق (v) فنحصل على:

$$i(t) = (200 \times 10^{-6}) \times \begin{cases} 50 & 0 < t < 1 \\ -50 & 1 < t < 3 \\ 50 & 3 < t < 4 \\ 0 & otherwise \end{cases} = \begin{cases} 10 \text{ mA} & 0 < t < 1 \\ -10 \text{ mA} & 1 < t < 3 \\ 10 \text{ mA} & 3 < t < 4 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

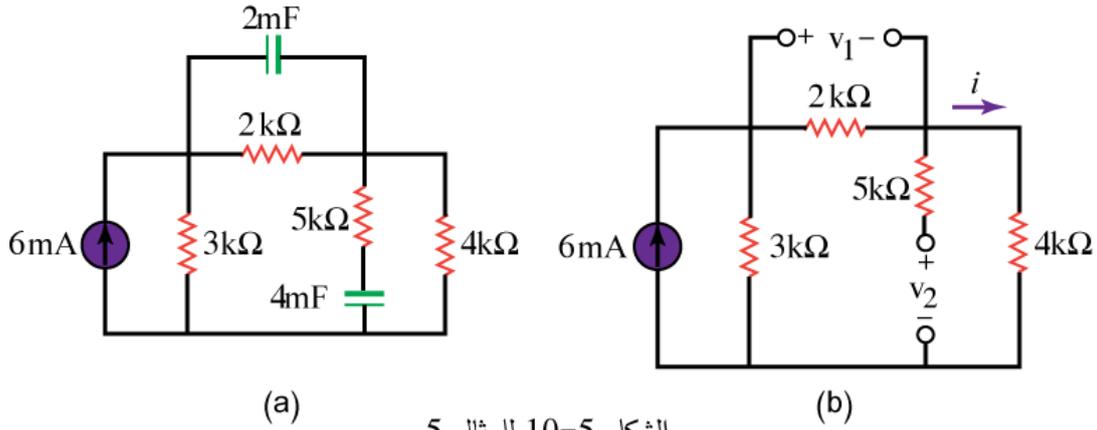
بالتالي المخطط البياني (الموجي) للتيار مبين في الشكل 9.5.



الشكل 9-5 تيار المكثف

مثال 5:

احسب الطاقة المخزنة في كل مكثف من مكثفات الشكل 10.5(a)، تحت شروط التيار المستمر.



الشكل 10-5 للمثال 5

الحل 5:

تحت شروط التيار المستمر، تستبدل الدارة المفتوحة بكل مكثف كما هو مبين في الشكل 10.5(b). يمكن الحصول على التيار المار في المقاومتين الموصولتين على التسلسل  $(2-k\Omega)$  و  $(4-k\Omega)$  بتطبيق قاعدة مجزأ التيار:

$$i = \frac{3}{3+2+4}(6 \text{ mA}) = 2 \text{ mA}$$

بالتالي يكون الجهدان  $(v_1)$  و  $(v_2)$  عبر المكثفين:

$$v_1 = 2000 i = 4 \text{ V} \quad v_2 = 4000 i = 8 \text{ V}$$

وتكون الطاقة المخزنة في المكثفين:

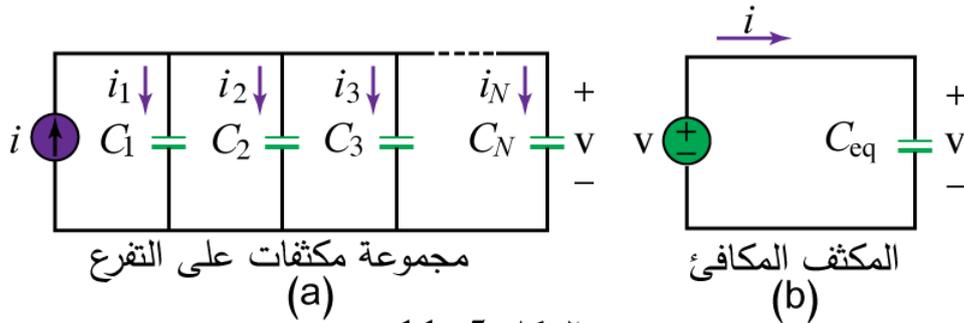
$$w_1 = \frac{1}{2} C_1 v_1^2 = \frac{1}{2} (2 \times 10^{-3}) (4^2) = 16 \text{ mJ}$$

$$w_2 = \frac{1}{2} C_2 v_2^2 = \frac{1}{2} (4 \times 10^{-3}) (8^2) = 128 \text{ mJ}$$

## 2. وصل المكثفات على التسلسل وعلى التفرع

### SERIES AND PARALLEL CAPACITORS

نعلم من الدارات التي تحتوي على مقاومات، أن جمع المقاومات على التسلسل وعلى التفرع هو أداة قوية لتبسيط الدارات. ويمكن قول الشيء نفسه فيما يتعلق بجمع المكثفات. نرغب في استبدال مكثفة مكافئة  $(C_{eq})$  بمجموعة من المكثفات. من أجل الحصول على مكثفة مكافئة  $(C_{eq})$  ل  $(N)$  مكثفة على التوازي نعتمد الدارة المبينة في الشكل 11.5(a). الدائرة المكافئة مبينة في الشكل 11.5(b). لنلاحظ أن المكثفات لها نفس الجهد  $(v)$ . بتطبيق قانون كيرشوف للتيار على دارة الشكل 11.5(a) نحصل على،



$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_N \quad (11.5)$$

ولكن،

$$i_k = C_k \frac{dv}{dt}$$

بالتالي،

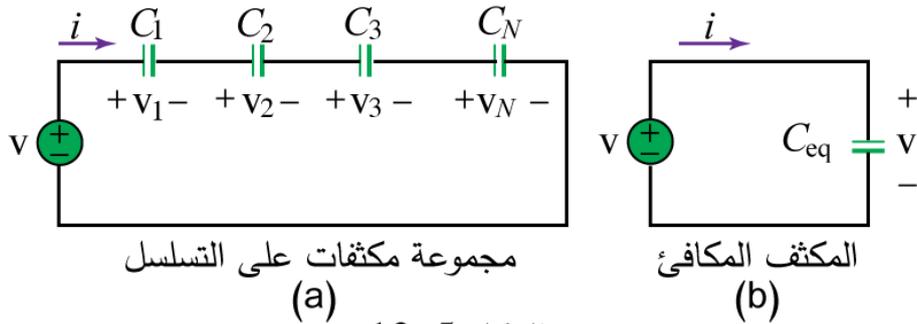
$$\left\{ \begin{array}{l} i = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} + C_3 \frac{dv}{dt} + \dots + C_N \frac{dv}{dt} \\ i = \left( \sum_{k=1}^N C_k \right) \frac{dv}{dt} \end{array} \right\} \quad (12.5)$$

وهكذا،

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N \quad (13.5)$$

المكثف المكافئ لـ (N) مكثف موصول على التفرع هو مجموعها.

نلاحظ أن جمع المكثفات على التفرع يجري بنفس طريقة جمع المقاومات على التسلسل. وللحصول على المكثف المكافئ لمجموعة مكثفات موصولة على التسلسل وعددها (N) مكثفاً، نعتمد الدارة المبينة في الشكل 12.5(a). الدارة المكافئة مبينة في الشكل 12.5(b). لنلاحظ أن نفس التيار يمر في المكثفات، لذلك يكون لكل منها نفس الشحنة. بتطبيق قانون كيرشوف للجهود نحصل على،



الشكل 12-5

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_N \quad (14.5)$$

ولكن،

$$v_k = \frac{1}{C_k} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_k(t_0)$$

بالتالي،

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{1}{C_1} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_1(t_0) + \frac{1}{C_2} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_2(t_0) + \dots + \frac{1}{C_N} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_N(t_0) \\ v &= \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \right) \int_{t_0}^t i(t) dt + v_1(t_0) + v_2(t_0) + \dots + v_N(t_0) \\ v &= \frac{1}{C_{eq}} \int_{t_0}^t i(t) dt + v(t_0) \end{aligned} \right\} \quad (15.5)$$

وهكذا،

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N} \quad (16.5)$$

وتكون قيمة الجهد الابتدائي للمكثف المكافئ ( $C_{eq}$ ) عند ( $t_0$ ) هو مجموع جهود المكثفات عند الزمن ( $t_0$ ). أي،  
مقلوب المكثف المكافئ لـ ( $N$ ) مكثف موصول على التسلسل هو مجموع مقلوب كل منها.  
ونلاحظ أن جمع المكثفات على التسلسل يجري بنفس طريقة جمع المقاومات على التفرع. في حالة ( $N = 2$ )  
أي في حالة مكثفين موصولين على التسلسل، يكون المكثف المكافئ،

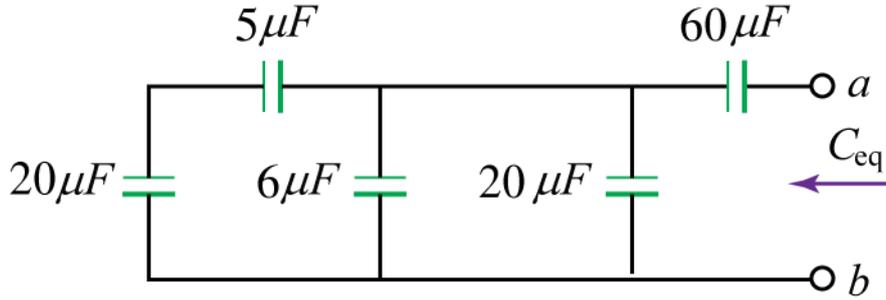
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

أو،

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (17.5)$$

مثال 6:

احسب المكثف المكافئ المنظور بين النهايتين (a) و (b) في دائرة الشكل 13.5.



الشكل 5-13 للمثال 6

الحل 6:

المكثفان  $(20 - \mu F)$  و  $(5 - \mu F)$  موصولان على التسلسل. المكثف المكافئ لهما،

$$\frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4 \mu F$$

المكثف الناتج  $(4 - \mu F)$  موصول على التفرع مع المكثف  $(6 - \mu F)$  ومع المكثف  $(20 - \mu F)$ . المكثف الحاصل،

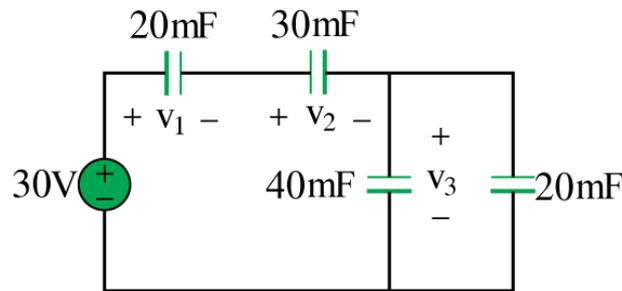
$$4 + 6 + 20 = 30 \mu F$$

المكثف الناتج  $(30 - \mu F)$  موصول على التسلسل مع المكثف  $(60 - \mu F)$ . المكثف المكافئ الكلي،

$$C_{eq} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20 \mu F$$

مثال 7:

احسب جهد كل مكثف من مكثفات دائرة الشكل 14.5.



الشكل 14-5 للمثال 7

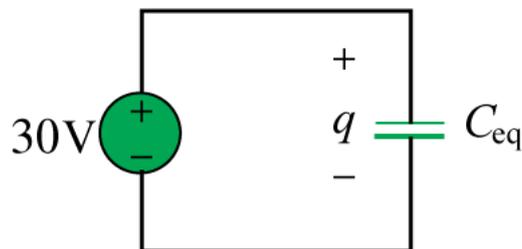
الحل 7:

نوجد أولاً المكثف المكافئ ( $C_{eq}$ ) المبين في الشكل 15.5. بجمع المكثفين (20-mF) و (40-mF) الموصولين على التفرع في دائرة الشكل 14.5 نحصل على،

$$40 + 20 = 60 \text{ mF}$$

المكثف الناتج (60-mF) موصول على التسلسل مع كل من المكثف (20-mF) والمكثف (30-mF). بالتالي،

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20}} = 10 \text{ mF}$$



الشكل 15-5 الدارة المكافئة لدائرة المثال 7

الشحنة الكلية الناتجة،

$$q = C_{eq} v = (10 \times 10^{-3}) \times 30 = 0.3 C$$

وهي شحنة كل من المكثفين (20-mF) والمكثف (30-mF) لأنهما موصلين على التسلسل مع منبع الجهد (30 V). الطريقة الطبيعية لتلمس ذلك هو أن نتصور أن الشحنة تسلك سلوك التيار ( $i = \frac{dq}{dt}$ ). بالتالي،

$$v_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{0.3}{20 \times 10^{-3}} = 15 V, \quad v_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{0.3}{30 \times 10^{-3}} = 10 V,$$

بعد حساب ( $v_1$ ) و ( $v_2$ )، نستعمل قانون كيرشوف للجهود لإيجاد قيمة ( $v_3$ )،

$$v_3 = 30 - v_1 - v_2 = 5 V$$

أو بطريقة أخرى، بما أن المكثفين (40-mF) و (20-mF) موصلان على التفرع، فلهما نفس الجهد ( $v_3$ )، والمكثف المكافئ لهما،

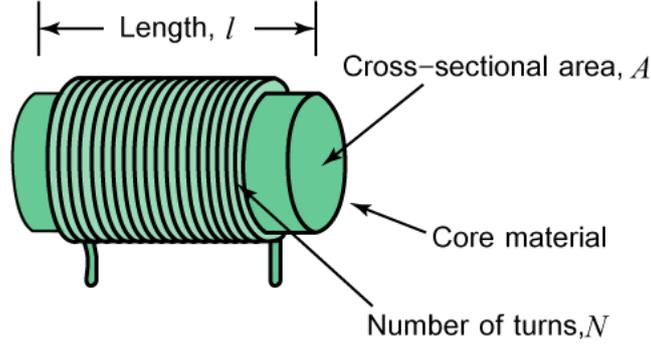
$$40 + 20 = 60 mF$$

هذا المكثف الناتج (60-mF) موصل على التسلسل مع المكثفين (20-mF) و (30-mF)، ولكل منها الشحنة نفسها، بالتالي،

$$v_3 = \frac{q}{60 mF} = \frac{0.3}{60 \times 10^{-3}} = 5 V$$

### 3. الملفات INDUCTORS

الملف هو عنصر غير فعال مصمم لتخزين الطاقة في مجاله المغناطيسي. تجد الملفات العديد من التطبيقات في الأنظمة الإلكترونية وأنظمة الاستطاعة الكهربائية. فهي تستعمل في وحدات التغذية، والمحولات، وأجهزة الراديو، وأجهزة التفاضل، والرادارات، والمحركات الكهربائية. لأي ناقل للتيار الكهربائي خصائص حثية، ويمكن النظر إليه كملف. ولكن من أجل تعزيز الأثر الحثي، يجري عادة تصنيع الملف العملي من سلك ناقل يلف حول قلب إسطواني، كما هو مبين في الشكل 16.5.



الشكل 5-16 ملف أنموذجي

والملف هو سلك ناقل ملفوف حول قلب إسطواني.

- (length): الطول
- (cross-sectional area): مساحة المقطع
- (core material): قلب المادة
- (number of turns): عدد اللفات

إذا سمح لتيار أن يمر بملف فإن الجهد على طرفيه يتناسب طرديا مع المعدل الزمني لتغير التيار. باستعمال مصطلحات العناصر الغير الفعالة،

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (18.5)$$

حيث ( $L$ ) هو ثابت التناسب الطردي ويسمى المعامل الحثي (التحريض) (Inductance) للملف (Inductor). وحدة المعامل الحثي هو الهنري ( $H$ )، واسمه تكريما للمخترع الأمريكي جوزيف هنري (-1797 1878). ويتضح من المعادلة (18.5) أن 1 هنري يساوي 1 فولت- ثانية لكل أمبير.

الحثية هي الخاصية التي بها يبدي الملف ممانعة لتغير التيار المار به، وتقاس بالهنري (H). تعتمد قيمة الحثية على بنية الملف وأبعاده الهندسية. وتستخدم معادلات حساب حثيات الملفات لأشكال مختلفة من نظرية الكهرومغناطيسية، ويمكن أن نجد لها في كتيبات الهندسة الكهربائية المقيسة. على سبيل المثال، تعطى العلاقة التي تحدد حثية الملف (اللولبي) المبين في الشكل 16.5 كما يلي.

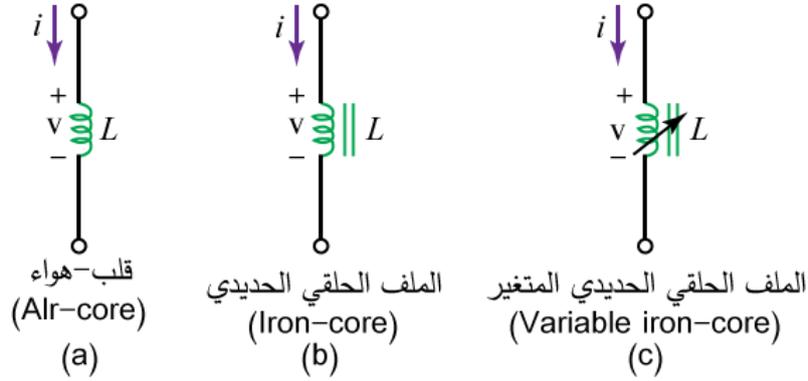
$$L = \frac{N^2 \mu A}{l} \quad (19.5)$$

حيث (  $N$  ) عدد اللفات، (  $l$  ) طول الملف، (  $A$  ) مقطع سلك الملف، و (  $\mu$  ) معامل النفوذية المغناطيسية لقلب الملف. يمكن أن نتبين من المعادلة (19.5) أن الحثية تزداد بزيادة عدد لفات الملف، أو باستعمال معاملات نفوذية مرتفعة لمواد تصنيع قلب الملف، أو بزيادة مساحة مقطع سلك الملف، أو بتقصير طول الملف. للملفات التجارية أنواع متعددة، وقيم مختلفة، كما هو الحال بالنسبة للمكثفات. تتراوح قيم الحثيات العملية بين بضعة ميكروهنري (  $\mu H$  )، كما هو الحال في أنظمة الاتصالات، وتصل إلى عشرات الهنري (H)، كما هو الحال في أنظمة الطاقة. قد تكون الملفات ثابتة أو متغيرة. يمكن أن تصنع القلوب من الحديد أو الصلب أو البلاستيك، أو يمكن أن تكون هواء. يستعمل مصطلح ملف عادي (Coil) أو ملف خانق (Choke). ويبين الشكل 17.5 بعض الملفات شائعة الاستعمال.



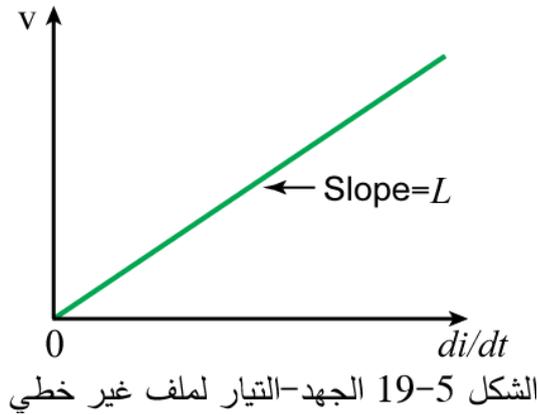
الشكل 5-17 بعض أنواع الملفات

ويبين الشكل 18.5 رموز بعض الملفات.



الشكل 18-5 رموز بعض الملفات

المعادلة (18.5) هي علاقة الجهد - التيار لملف. يبين الشكل 19.5 هذه العلاقة بينا لملف حثيته مستقلة عن التيار. ويعرف مثل هذا الملف بالملف الخطي. وفي حالة الملف الغير الخطي، لن يكون رسم المعادلة (18.5) خطاً مستقيماً لأن الحثية تتغير مع تغير التيار. وسوف نفترض في هذا المقرر أن الحثية خطية ما لم يُنص على خلاف ذلك.



نحصل من المعادلة (18.5) على علاقة الجهد - التيار التالية.

$$di = \frac{1}{L} v dt$$

ونجد بالمكاملة:

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(t) dt \quad (20.5)$$

$$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) dt + i(t_0) \quad (21.5)$$

حيث أن  $i(t_0)$  هو التيار الكلي عند  $-\infty < t < t_0$  و  $i(-\infty) = 0$ . إن فرضية  $i(-\infty) = 0$  هي فرضية عملية ومنطقية، لأن هناك دوماً زمن سابق يكون تيار الملف معدوماً. يُصمم الملف لتخزين الطاقة في مجاله المغناطيسي. يمكن الحصول على علاقة الطاقة المخزنة من المعادلتين (18.5) و (20.5). الاستطاعة المقدمة إلى الملف،

$$p = v i = \left( L \frac{di}{dt} \right) i \quad (22.5)$$

الطاقة المخزنة في الملف،

$$\left\{ \begin{array}{l} w = \int_{-\infty}^t p dt = \int_{-\infty}^t \left( L \frac{di}{dt} \right) i dt \\ w = L \int_{-\infty}^t i di = \frac{1}{2} L i^2(t) - \frac{1}{2} L i^2(-\infty) \end{array} \right. \quad (23.5)$$

وبما أن  $i(-\infty) = 0$

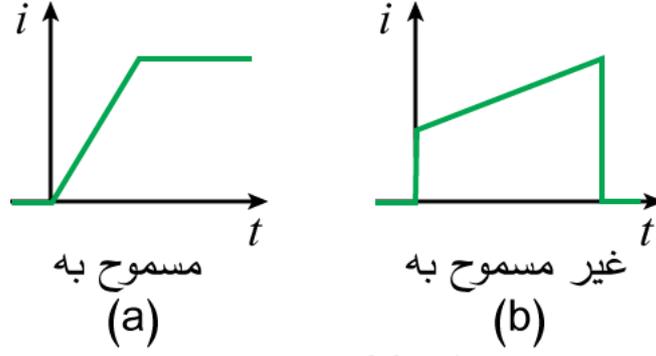
$$w = \frac{1}{2} L i^2 \quad (24.5)$$

ينبغي أن نلاحظ الخصائص الهامة التالية للملف.

- نلاحظ من المعادلة (18.5) أن جهد الملف يكون معدوماً عندما يكون التيار ثابتاً.
- يعمل الملف كدارة مقصورة عند التيارات المستمرة (DC).
- للملف خاصية هامة وهي مقاومته لتغير التيار المار فيه.

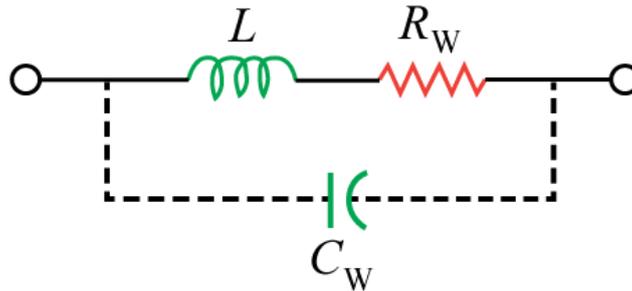
لا يمكن أن يتغير تيار الملف لحظياً.

وفقاً للمعادلة (18.5)، يتطلب التغيير المنقطع في تيار الملف جهداً لانهائياً، وهذا لا يمكن تحقيقه فيزيائياً. وعليه فإن الملف يقاوم التغيير الحاد للتيار المار به. في الواقع العملي، وعلى سبيل المثال يمكن للتيار أن يأخذ الهيئة المبينة في الشكل 20.5(a)، ولا يمكن أن يأخذ الهيئة المبينة في الشكل 20.5(b). ومع ذلك، فإن جهد الملف يمكن أن يتغير لحظياً.



الشكل 5-20 التيار عبر ملف

- لا يبدد الملف المثالي أي طاقة، كما هو الحال بالنسبة للمكثف المثالي. فالطاقة المخزنة فيه يمكن استرجاعها في وقت لاحق. يأخذ الملف الاستطاعة من الدارة عند تخزينه للطاقة، ويقدمها لها لاحقاً.
- للملف العملي الغير المثالي مقاومة ملموسة، كما هو مبين في الشكل 5.21. ويرجع ذلك إلى حقيقة أن الملف يصنع من مادة ناقلة كالنحاس، والتي لها مقاومة صغيرة. وهذا ما يسمى بمقاومة سلك الملف ( $R_w$ )، وتظهر المقاومة على التسلسل مع حثية الملف. إن وجود المقاومة مع الملف يجعله عنصر تخزين للطاقة من جهة، وعنصر تبديد لها من جهة أخرى. وبما أن مقاومة سلك الملف ( $R_w$ ) صغيرة جداً، يمكن إهمالها في معظم الحالات أمام حثية الملف. للملف العملي الغير المثالي أيضاً سعة ناتجة عن أسلاك الملف ( $C_w$ ) وهي سعة ترابط لفات الملف. وقيمة سعة الترابط ( $C_w$ ) صغيرة جداً، بحيث يمكن إهمالها في معظم الحالات، إلا في حالة الترددات العالية. سنفترض في هذا المقرر أن الملفات مثالية.



الشكل 5-21 الدارة المكافئة لملف عملي

مثال 8:

ملف حثيته (0.1-H)، يمر به التيار ( $i(t) = 10 t e^{-5t}$  A)، احسب الجهد على طرفيه، والطاقة المخزنة فيه.

الحل 8:

بما أن،

$$v = L \frac{di}{dt} \text{ and } L = 0.1 \text{ H}$$
$$v = 0.1 \frac{d}{dt} (10 t e^{-5t}) = e^{-5t} + t(-5)e^{-5t} = e^{-5t} (1 - 5t) \text{ V}$$

والطاقة المخزنة،

$$w = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} (0.1) 100 t^2 e^{-10t} = 5 t^2 e^{-10t} \text{ J}$$

مثال 9:

ملف حثيته (5-H)، احسب التيار المار به، إذا علمت أن الجهد على طرفيه

$$v(t) = \begin{cases} 30 t^2 & t < 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}$$

واحسب الطاقة المخزنة فيه خلال  $0 < t < 5$  s.

الحل 9:

بما أن،

$$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) dt + i(t_0) \text{ and } L = 5 \text{ H}$$
$$i = \frac{1}{5} \int_0^t 30 t^2 dt + 0 = 6 \times \frac{t^3}{3} = 2 t^3 \text{ A}$$

$$p = vi = 60t^5$$

والطاقة المخزنة،

$$w = \int p dt = \int_0^5 60t^5 dt = 60 \frac{t^6}{6} \Big|_0^5 = 156.25 \text{ kJ}$$

كما يمكن حساب الطاقة المخزنة بطريقة أخرى،

$$w \Big|_0^5 = \frac{1}{2} L i^2 (5) - \frac{1}{2} L i(0) = \frac{1}{2} (5) (2 \times 5^3)^2 - 0 = 156.25 \text{ kJ}$$

مثال 10:

لتكن الدارة المبينة في الشكل 22.5. تحت شروط التيار المستمر، احسب

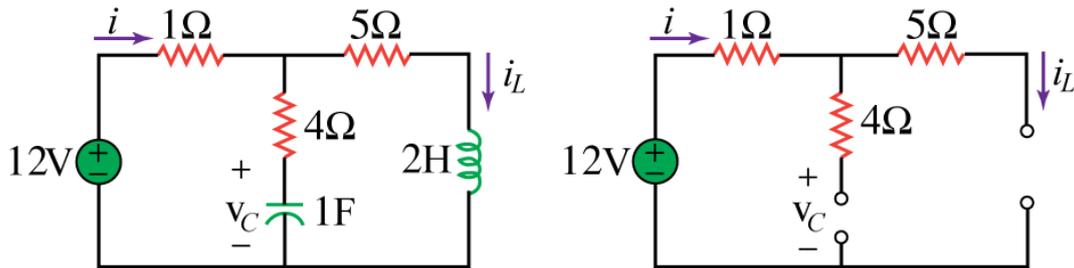
- (a) التيار ( $i$ ) والجهد ( $v_C$ ) والتيار الحمل ( $i_L$ )  
 (b) الطاقة المخزنة في المكثف والطاقة المخزنة في الملف

الحل 10:

(a) تحت شروط التيار المستمر، يصبح المكثف دائرة مفتوحة والملف دائرة مقصورة، كما هو مبين في الشكل

22.5(b). نجد من الشكل،

(b)



الشكل 22-5 للمثال 8

$$i = i_L = \frac{12}{1+5} = 2 \text{ A}$$

الجهد ( $v_C$ ) هو نفسه جهد المقاومة ( $5-\Omega$ ). بالتالي:

$$v_C = 5i = 10 \text{ V}$$

(c) الطاقة المخزنة في المكثف،

$$w_C = \frac{1}{2} C v_C^2 = \frac{1}{2} (1) (10^2) = 50 \text{ J}$$

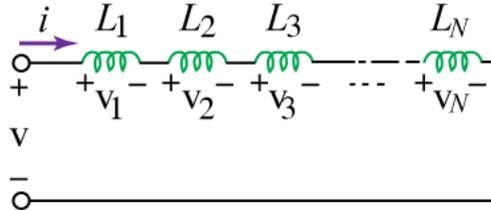
والطاقة المخزنة في الملف،

$$w_L = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} (2) (2^2) = 4 \text{ J}$$

## 4. وصل الملفات على التسلسل وعلى التفرع

### SERIES AND PARALLEL INDUCTORS

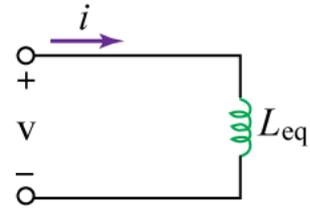
والآن بعد أن أضيف الملف إلى قائمة العناصر الغير الفعالة، من الضروري أن نوسع أداة الوصل التفرعي والتسلسلي لتشمل الملف. سندرس كيفية إيجاد الحثية المكافئة لمجموعة ملفات موصولة على التسلسل أو موصولة على التفرع في الدارات العملية. وليكن لدينا ( $N$ ) حثية موصولة على التسلسل، كما هو مبين في الشكل 23.5(a)، ولدينا الدارة المكافئة المبينة في الشكل 23.5(b). يمر التيار نفسه في كل الملفات. بتطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الحلقة.



مجموعة ملفات عددها ( $N$ ) موصولة على التسلسل

(a)

الشكل 23-5



الملف المكافئ

(b)

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_N \quad (25.5)$$

بتعويض،

$$v_k = L_k \frac{di}{dt}$$

ينتج،

$$\left. \begin{aligned} v &= L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt} + \dots + L_N \frac{di}{dt} \\ v &= (L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N) \frac{di}{dt} \\ \left( \sum_{k=1}^N L_k \right) \frac{di}{dt} &= L_{eq} \frac{di}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (26.5)$$

حيث،

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N \quad (27.5)$$

وهكذا،

الحثية المكافئة لمجموعة حثيات ملفات موصولة على التسلسل هو مجموع هذه الحثيات.

تُجمع الملفات على التسلسل تماماً كما تُجمع المقاومات.

ليكن لدينا (  $N$  ) حثية موصولة على التفرع، ولدينا الدارة المكافئة المبينة في الشكل 24.5(b). للملفات الجهد نفسه. بتطبيق قانون كيرشوف للتيار (KCL) نجد،

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_N \quad (28.5)$$

ولكن،

$$i_k = \frac{1}{L_k} \int_{t_0}^t v dt + i_k(t_0)$$

إذن،

$$\left\{ \begin{aligned} i &= \frac{1}{L_1} \int_{t_0}^t v dt + i_1(t_0) + \frac{1}{L_2} \int_{t_0}^t v dt + i_2(t_0) + \frac{1}{L_3} \int_{t_0}^t v dt + i_3(t_0) + \dots + \frac{1}{L_N} \int_{t_0}^t v dt + i_N(t_0) \\ i &= \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N} \right) \int_{t_0}^t v dt + i_1(t_0) + i_2(t_0) + i_3(t_0) + \dots + i_N(t_0) \\ \left( \sum_{k=1}^N \frac{1}{L_k} \right) \int_{t_0}^t v dt + \sum_{k=1}^N i_k(t_0) &= \frac{1}{L_{eq}} \int_{t_0}^t v dt + i(t_0) \end{aligned} \right\} \quad (29.5)$$

حيث،

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N} \quad (30.5)$$

يُمكن توقع قيمة التيار الابتدائي ( $i(t_0)$ ) عبر ( $L_{eq}$ ) عند ( $t = t_0$ )، باستعمال قانون كيرشوف للتيار (KCL)، على أنه مجموع تيارات الملفات عند ( $t_0$ ). وتبعاً للمعادلة 29.5 نجد:

$$i(t_0) = i_1(t_0) + i_2(t_0) + \dots + i_N(t_0)$$

ووفقاً للمعادلة 30.5 نجد:

مقلوب الحثية المكافئة لمجموعة حثيات ملفات موصولة على التفرع هو مجموع مقلوب هذه الحثيات.

نلاحظ أن جمع الملفات على التفرع يماثل جمع المقاومات على التفرع. في حالة ملفين موصولين على التفرع

( $N = 2$ )، تصبح المعادلة 30.5،

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad or \quad L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (31.5)$$

لنلخص الآن الخصائص الأكثر أهمية لعناصر الدارات الرئيسية التي درسناها. يُعطى الملخص في الجدول 1.5.

Relation	Resistor ( $R$ )	Capacitor ( $C$ )	Inductor ( $L$ )
$v-i$ :	$v=iR$	$v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^1 i dt + v(t_0)$	$v = L \frac{di}{dt}$
$i-v$ :	$i=v/R$	$i = C \frac{dv}{dt}$	$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^1 i dt + i(t_0)$
$p$ or $w$ :	$p = \rho R = \frac{v^2}{R}$	$w = \frac{1}{2} Cv^2$	$w = \frac{1}{2} Li^2$
Series:	$R_{eq} = R_1 + R_2$	$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	$L_{eq} = L_1 + L_2$
Parallel:	$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	$C_{eq} = C_1 + C_2$	$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$
At dc:	Same	Open circuit	Short circuit
Circuit variable that cannot change abruptly:	Not applicable	$v$	$i$

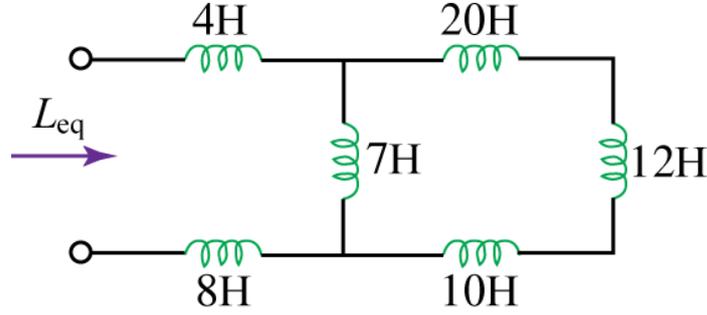
Passive sign convention is assumed

الجدول 1-5 أهم خصائص العناصر الرئيسية

- (inductor): ملف، (capacitor): مكثف، (resistor): مقاومة: ، (relation): علاقة.
- (series): تسلسل.
- (parallel): تفرع.
- (short circuit): دائرة مقصورة، (open circuit): دائرة مفتوحة، (same) نفس الشيء: ، (at dc) في الحالة الساكنة.
- (circuit variable that cannot change abruptly): متحول الدارة الذي لا يتغير فجأة، (not applicable): غير قابل للتطبيق.

مثال 11:

أوجد الحثية المكافئة للدارة المبينة في الشكل 25.5.



الشكل 25-5 دائرة المثال 11

الحل 11:

الملفات (10-H)، و(12-H)، و(20-H) موصولة على التسلسل، بالتالي يعطي جمعهم حثية قيمتها (42-H). الحثية (42-H) موصولة على التفرع مع الملف (7-H) ويعطي جمعهما،

$$\frac{7 \times 42}{7 + 42} = 6 \text{ H}$$

الملفات (6-H)، و(8-H)، و(4-H) موصولة على التسلسل، بالتالي،

$$L_{eq} = 4 + 6 + 8 = 18 \text{ H}$$

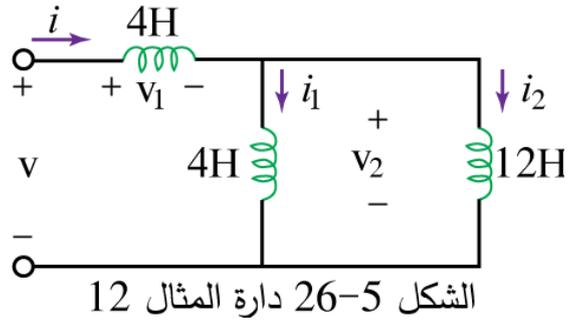
مثال 12:

في الدارة المبينة الشكل 26.5،  $i(t) = 4(2 - e^{-10t}) \text{ mA}$ . إذا كان  $i_2(0) = -1 \text{ mA}$ ، أوجد:

(a)  $i_1(0)$

(b)  $v(t)$ ،  $v_1(t)$  و  $v_2(t)$

(c)  $i_1(t)$  و  $i_2(t)$



الحل 12:

(a) من المعادلة  $i(t) = 4(2 - e^{-10t}) \text{ mA}$

$$i(0) = 4(2 - 1) = 4 \text{ mA}$$

بما أن:

$$i = i_1 + i_2$$

$$i_1(0) = i(0) - i_2(0) = 4 - (-1) = 5 \text{ mA}$$

(b) الملف المكافئ،

$$L_{eq} = 2 + (4 \parallel 12) = 2 + 3 = 5 \text{ mA}$$

بالتالي،

$$v(t) = L_{eq} \frac{di}{dt} = 5(4)(-1)(-10)e^{-10t} \text{ mV} = 200e^{-10t} \text{ mV}$$

و

$$v_1(t) = 2 \frac{di}{dt} = 2(-4)(-10)e^{-10t} \text{ mV} = 80e^{-10t} \text{ mV}$$

بما أن:

$$v = v_1 + v_2$$
$$v_2(t) = v(t) - v_1(t) = 120e^{-10t} \text{ mV}$$

(c) نحصل على  $i_1$  كما يلي:

$$i_1(t) = \frac{1}{4} \int_0^t v_2 dt + i_1(0) = \frac{120}{4} \int_0^t e^{-10t} dt + 5 \text{ mA}$$
$$= -3e^{-10t} \Big|_0^t + 5 \text{ mA} = -3e^{-10t} + 3 + 5 = 8 - 3e^{-10t} \text{ mA}$$

وبالمثل،

$$i_2(t) = \frac{1}{12} \int_0^t v_2 dt + i_2(0) = \frac{120}{12} \int_0^t e^{-10t} dt - 1 \text{ mA}$$
$$= -e^{-10t} \Big|_0^t - 1 \text{ mA} = -e^{-10t} + 1 - 1 = -e^{-10t} \text{ mA}$$

لنلاحظ أن،

$$i_1(t) + i_2(t) = i(t)$$

## 5. ملخص SUMMARY

1. يتناسب تيار المكثف طردياً مع معدل تغير الجهد مع الزمن على طرفيه.

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

يكون التيار المار في المكثف معدوماً إلا إذا كان الجهد متغيراً. بالتالي يعمل المكثف كدارة مفتوحة عند الجهود المستمرة.

2. يتناسب جهد المكثف طردياً مع التكامل الزمني للتيار المار به.

$$v = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt + v(t_0)$$

لا يتغير جهد المكثف لحظياً.

3. تجمع المكثفات على التوازي وعلى التسلسل بنفس الطريقة التي تجمع بها الناقلات.

4. يتناسب جهد الملف طردياً مع معدل تغير التيار المار به مع الزمن.

$$v = L \frac{di}{dt}$$

يكون جهد الملف معدوماً إلا إذا كان التيار المار به متغيراً. بالتالي يعمل الملف كدارة مقصورة عند التيارات المستمرة.

5. يتناسب تيار الملف طردياً مع التكامل الزمني للجهد المطبق على طرفيه.

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v dt = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v dt + v(t_0)$$

لا يتغير تيار الملف لحظياً.

6. تُجمع الملفات على التوازي وعلى التسلسل بنفس الطريقة التي تجمع بها المقاومات.

تُعطى الطاقة المخزنة في مكثف بالعلاقة  $(\frac{1}{2} C v^2)$  وتُعطى الطاقة المخزنة في ملف بالعلاقة  $(\frac{1}{2} L i^2)$ .

## 6. أسئلة ومسابئلة الفصل الخامس QUESTIONS AND PROBLEMES

### أسئلة الفصل الخامس

1. ما هي قيمة شحنة مكثف سعته (5-F)، عندما يكون الجهد المطبق على طرفيه (120 V).

- (a) 600 C, (b) 300 C, (c) 24 C, (d) 12 C.

2. تقاس سعة المكثف بـ،

(a) بالكولون (coulombs)

(b) بالجول (joules)

(c) بالفاراد (farads)

(d) بالهنري (henrys)

3. عندما تتضاعف شحنة مكثف، فإن الطاقة المخزنة

(a) تبقى على حالها

(b) تصبح نصف قيمتها

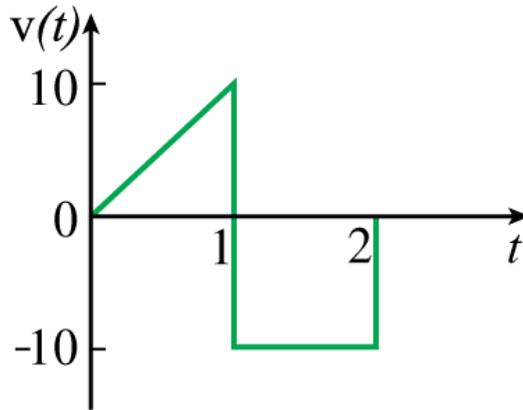
(c) تصبح ضعف قيمتها

(d) تصبح أربعة أضعاف قيمتها

4. هل يمكن تطبيق الجهد المبين مخططه الزمني في دائرة الشكل 27.5 على مكثف؟

(a) نعم

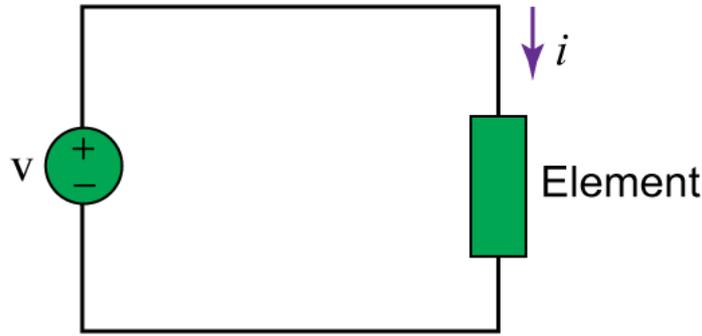
(b) لا



الشكل 27-5 دائرة السؤال 4-5

5. المكثف الكلي المكافئ لمكثفين موصلين على التسلسل، وقيمة كل منهما (40-mF) وموصلين على التفرع مع مكثف قيمته (4-mF) يساوي إلى،  
 (a) 3.8 mF, (b) 5 mF, (c) 24 mF, (d) 44 mF, (e) 84 mF.

6. لتكن دائرة الشكل 28.5، إذا كان التيار ( $i = \cos 4t$ ) والجهد ( $v = \sin 4t$ )، يكون العنصر الذي في الدائرة  
 (a) مقاومة (a resistor)  
 (b) مكثف (a capacitor)  
 (c) ملف (an inductor)



الشكل 28-5 دائرة السؤال 5-6

7. ملف (5-H) يتغير تياره (3 A) خلال (0.2 s). يكون الجهد على طرفيه  
 (a) 75 V, (b) 8.888 V, (c) 3 V, (d) 1.2 V.
8. إذا تزايد تيار ملف (10-mH) من (0) إلى (2 A)، ماهي الطاقة التي يخزنها؟  
 (a) 40 mJ, (b) 20 mJ, (c) 10 mJ, (d) 5 mJ.

9. يمكن جمع الملفات على التفرع مثل جمع المقاومات على التفرع.  
 (a) صح  
 (b) خطأ

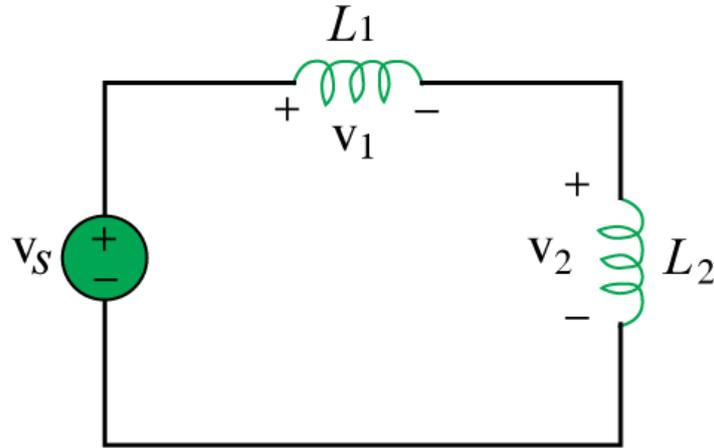
10. في دائرة الشكل 29.5 علاقة مقسم الجهد هي:

$$(a) v_1 = \frac{L_1 + L_2}{L_1} v_s,$$

$$(b) v_1 = \frac{L_1 + L_2}{L_2} v_s,$$

$$(c) v_1 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} v_s,$$

$$(d) v_1 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} v_s.$$



الشكل 29-5 دائرة السؤال 10-5

---

Answers : 5.1(a), 5.2(d), 5.3(d), 5.4(b), 5.6(b), 5.7(a), 5.8(b), 5.9(a), 5.10(d).

مسائل الفصل الخامس

1. إذا كان الجهد على طرفي مكثف (5-F) هو  $(2t e^{-3t} V)$ ، احسب تيار المكثف واستطاعته.

Ans.  $i = 10(1-3t)e^{-3t} A, p = 20t(1-3t)e^{-6t} W.$

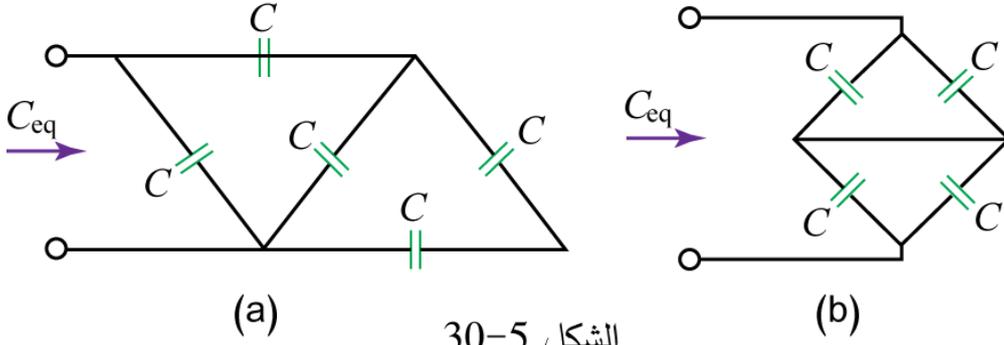
2. إذا كانت طاقة مكثف  $(20-\mu F)$  هي  $(w(t) = 10\cos^2 377t J)$ ، احسب تيار المكثف.

Ans.  $i = -7.54\sin(377t) A$

3. إذا كان التيار المار بمكثف (2-F) هو  $(6\sin 4t A)$ ، احسب جهد المكثف  $v(t)$ ، علماً أن  $v(0) = 1 V$

Ans. (a)  $v(t) = 1.75 - 0.75 \cos 4t V.$

4. أوجد المكثف المكافئ لكل دائرة من دائرتي الشكل 30.5.



Ans. (a)  $C_{eq} = 1.6 C$  ، (b)  $C_{eq} = 1 C.$

5. (a) بين أن تطبيق قاعدة تجزيء الجهد على المكثفين الموصولين على التسلسل في دائرة الشكل 31.5 (a) يعطي،

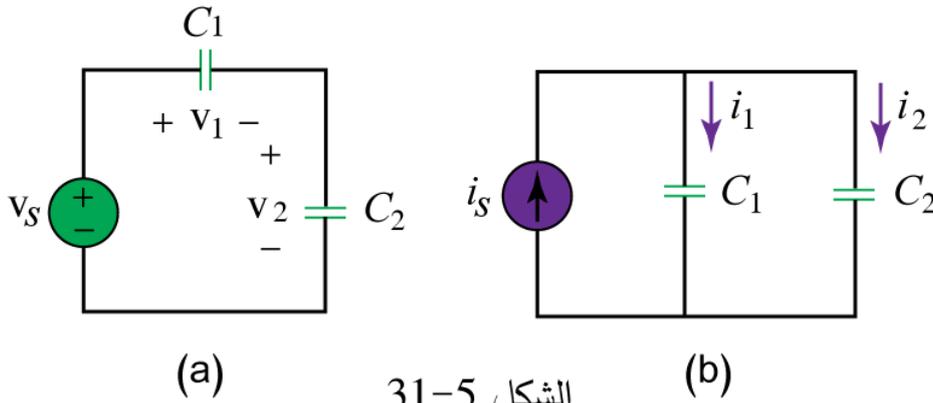
$$v_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} v_s, \quad v_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} v_s$$

افترض أن الشروط الابتدائية معدومة.

(b) بين أن تطبيق قاعدة تجزيء التيار على المكثفين الموصولين على التفرع في دائرة الشكل 29.5 (b) يعطي،

$$i_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} i_s, \quad i_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} i_s$$

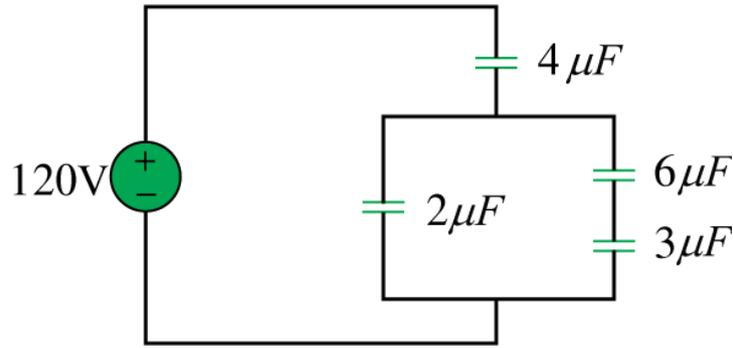
افترض أن الشروط الابتدائية معدومة.



6. في دارة الشكل 32.5، أوجد قيمة:

(a) جهد كل مكثفة

(b) الطاقة المخزنة في كل مكثفة



الشكل 32-5

Ans. (a)  $v_{4\mu F} = 60V$ ,  $v_{2\mu F} = 60V$ ,  $v_{6\mu F} = 20V$ ,  $v_{3\mu F} = 40V$

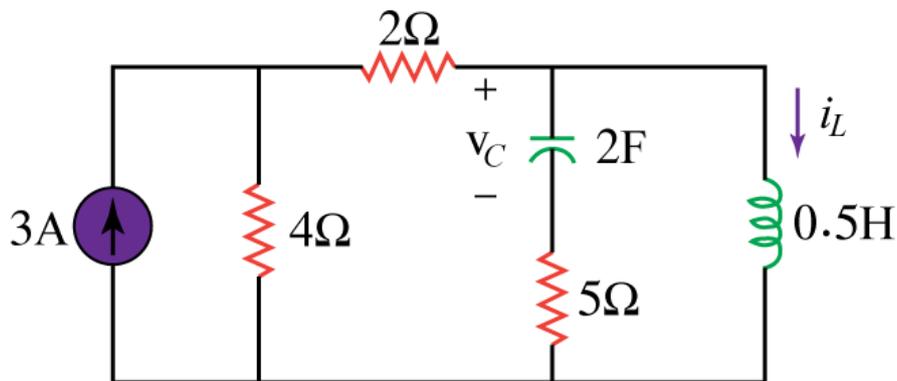
(b)  $w_{4\mu F} = 7.2mJ$ ,  $w_{2\mu F} = 3.6mJ$ ,  $w_{6\mu F} = 1.2mJ$ ,  $w_{3\mu F} = 2.4mJ$

7. أوجد قيمة الجهد والاستطاعة عند  $(t = 3 \text{ s})$  لملف  $(10\text{-mH})$  إذا كان التيار المار به  $(6e^{-\frac{t}{2}} \text{ A})$ .

Ans.  $v(3) = -6.694 \text{ mV}$ ,  $p(3) = -8.962 \text{ mW}$ .

8. تحت شروط الإشارات المستمرة، أوجد قيمة الجهد  $(v_c)$ ، والتيار  $(i_L)$ ، والطاقة المخزنة في كل من المكثف

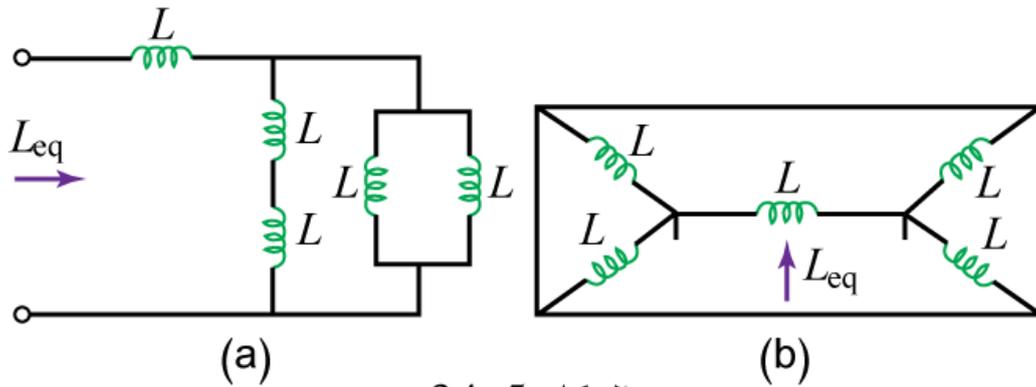
والملف في دارة الشكل 33.5.



الشكل 33-5

Ans.  $i_L = 2A$ ,  $v_c = 0 \text{ V}$ ,  $W_L = 1 \text{ J}$ ,  $W_C = 0 \text{ J}$ .

9. أوجد حثية الملف المكافئ ( $L_{eq}$ )، للدائرتين المبينتين في الشكل 34.5.



الشكل 34-5

Ans. (a)  $L_{eq} = 1.4 L$ , (b)  $L_{eq} = 0.5 L$

10. (a) بين أن تطبيق قاعدة تجزيء الجهد على الملفين الموصولين على التسلسل في دائرة الشكل 35.5 (a) يعطي،

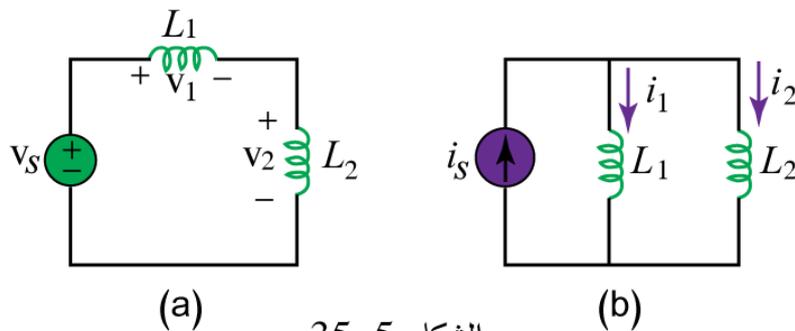
$$v_1 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} v_s, \quad v_2 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} v_s$$

افترض أن الشروط الابتدائية معدومة.

(b) بين أن تطبيق قاعدة تجزيء التيار على الملفين الموصولين على التفرع في دائرة الشكل 35.5 (b) يعطي،

$$i_1 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} i_s, \quad i_2 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} i_s$$

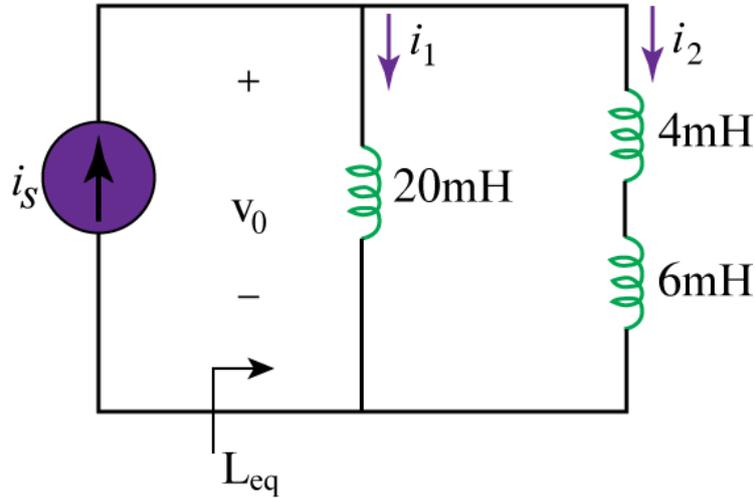
افترض أن الشروط الابتدائية معدومة.



الشكل 35-5

11. في دائرة الشكل 36.5، أوجد قيمة:

- (a) حثية الملف المكافئ ( $L_{eq}$ )، والتيارين ( $i_1(t)$ ) و ( $i_2(t)$ )، إذا علمت أن ( $i_s = 3e^{-t} \text{ mA}$ ) ،  
 (b) الجهد ( $v_o(t)$ )  
 (c) الطاقة المخزنة في الملف (20-mH) عند ( $t = 1 \text{ s}$ ).



الشكل 36-5

Ans. (a)  $L_{eq} = 6.667 \text{ mH}$ ،  $i_1(t) = e^{-t} \text{ mA}$ ،  $i_2(t) = 2e^{-t} \text{ mA}$  ، (b)  $v_o(t) = 20e^{-t} \mu\text{V}$  ،  
 (c)  $W = 1.353 \text{ nJ}$ .

# الفصل السادس: مدخل الى دارات التيار المتناوب

## المخرجات:

فهم الإشارات الجيبية وفرق الطور والممانعات والسماحيات، وتطبيقات قوانين كيرشوف على دارات التيار المتناوب.

## الكلمات المفتاحية:

الإشارات الجيبية (Sinusoids)، المطوار (Phasors)، الممانعات والسماحيات (impedances and admittances)، القوانين والقواعد الكهربائية (electric laws and rules) في الدارات الكهربائية المتناوبة.

## المخلص:

حتى الآن تحليلنا كان مقتصرًا وبنسبة كبيرة على ما يعرف بدارات التيار لمستمر: لدارات التي تحتوي على منابع تيارات مستمرة. قلصنا دراسة وظائف داراتنا على تلك المعتمدة على منابع مستمرة لأسباب عدة. منها لتسهيل والتبسيط، ومنها أسباب تعليمية، وأيضاً أسباب تاريخية. تاريخياً، كانت منابع التيار المستمر هي الوسيلة الرئيسة لتزويد المستهلكين بالاستطاعة الكهربائية حتى أواخر العام 1800. في نهاية ذلك القرن، بدأت معركة تزويد المستهلكين بالتيار المستمر مقابل تزويدهم بالتيار المتناوب. وكان لكلا الطريقتين مدافعون من المهندسين الكهربائيين في ذلك الوقت. لأن نقل التيار المتناوب لمسافات طويلة أكثر كفاءة واقتصادية، لذلك كانت له الغلبة في النهاية. لهذا السبب التاريخي بدأنا بدراسة دارات التيار المستمر. سنبدأ في هذا الفصل تحليل دارات التيار المتناوب، تلك التي تحوي منابع جهود أو منابع تيارات متناوبة. ونحن مهتمون بشكل خاص في المنابع الجيبية (Sinusoid).

الإشارة الجيبية هي إشارة لها شكل تابع الجيب (sine) أو تابع التجب (cosine).

عادة ما يشار إلى التيار الجيبى باسم التيار المتناوب (ac). يعكس التيار المتناوب اتجاهه خلال فترات زمنية منتظمة ويأخذ قيمة موجبة تارة، كما يأخذ قيمة سالبة تارة أخرى. الدارات التي يقودها تيارات أو جهود جيبية، يطلق عليها اسم دارات التيار المتناوب.

يرجع اهتمامنا بالإشارات الجيبية لعدد من أسباب. أولاً، الطبيعة المميزة للإشارات لجيبية. لقد عرفنا الإشارات الجيبية في حركة البندول، واهتزاز الحبل، وأمواج سطح المحيطات، والأحداث السياسية للأمة، والتقلبات الاقتصادية في سوق الأسهم. ثانياً، سهولة توليد ونقل لإشارات الجيبية. والتي هي شكل من أشكال الجهود المولدة في جميع أنحاء العالم والمقدمة إلى المنازل والمصانع والمختبرات، وهلم جرا. الإشارات الجيبية هي الشكل السائد للإشارات المستعملة في صناعات الاتصالات والطاقة الكهربائية. ثالثاً، من خلال تحليل فورييه، يمكن تمثيل أي إشارة عملية دورية على شكل مجموع إشارات جيبية. وبالتالي، تلعب الإشارات الجيبية دوراً هاماً في

تحليل الإشارات الدورية. وأخيراً، من السهل التعامل رياضياً مع الإشارات الجيبية. مشتق وتكامل التابع الجيبي هو تابع جيبي مثله. لهذه الأسباب وغيرها، التتابع الجيبية مهمة للغاية في تحليل الدارات الكهربائية. هناك استجابة عابرة للدارات، قد تكون الدارة مستقرة أو غير مستقرة، وهذا ليس موضوعنا هنا. إنما موضوعنا في هذا الفصل هو الاستجابة الطبيعية للدارة في حالة الإشارات الجيبية. سندرس في هذا الفصل الإشارات الجيبية وفرق الطور، وسوف ندخل مفهوم الممانعات والسماحيات، ومن ثم نطبق القوانين الرئيسية في الدارات الكهربائية على الدارات المتناوبة.

## الأهداف التعليمية:

يهدف هذا الفصل إلى تمكين الطالب من اكتساب المقدرة على استيعاب مفاهيم الإشارات الجيبية وفرق الطور والممانعات والسماحيات واستعمالها في الدارات المتناوبة.

## المخطط:

الفصل السادس: مدخل إلى دارات التيار المتناوب Introduction to AC Circuits

[ILO6 (أسبوعان)]

- الإشارات الجيبية Sinusoids
- مفهوم فرق الطور Phasors
- الممانعات والسماحيات Impedance and Admittance
- قوانين كيرشوف في مجال التردد Kirchhoff's Laws in the Frequency

## مقدمة

حتى الآن تحليلنا كان مقتصرًا ونسبة كبيرة على ما يعرف بدارات التيار المستمر: الدارات التي تحتوي على منابع تيارات مستمرة. قلصنا دراسة وظائف داراتنا على تلك المعتمدة على منابع مستمرة لأسباب عدة. منها التسهيل والتبسيط، ومنها أسباب تعليمية، وأيضاً أسباب تاريخية. تاريخياً، كانت منابع التيار المستمر هي الوسيلة الرئيسة لتزويد المستهلكين بالاستطاعة الكهربائية حتى أواخر العام 1800. في نهاية ذلك القرن، بدأت معركة تزويد المستهلكين بالتيار المستمر مقابل تزويدهم بالتيار المتناوب. وكان لكلا الطريقتين مدافعون من المهندسين الكهربائيين في ذلك الوقت. لأن نقل التيار المتناوب لمسافات طويلة أكثر كفاءة واقتصادية، لذلك كانت له الغلبة في النهاية. لهذا السبب التاريخي بدأنا بدراسة دارات التيار المستمر. سنبدأ في هذا الفصل تحليل دارات التيار المتناوب، تلك التي تحوي منابع جهود أو منابع تيارات متناوبة. ونحن مهتمون بشكل خاص في المنابع الجيبية (Sinusoid).

الإشارة الجيبية هي إشارة لها شكل تابع الجيب (sine) أو تابع التاجيب (cosine).

عادة ما يشار إلى التيار الجيبى باسم التيار المتناوب (ac). يعكس التيار المتناوب اتجاهه خلال فترات زمنية منتظمة ويأخذ قيمة موجبة تارة، كما يأخذ قيمة سالبة تارة أخرى.

والدارات التي يقودها تيارات أو جهود جيبية، يطلق عليها اسم دارات التيار المتناوب. يرجع اهتمامنا بالإشارات الجيبية لعدد من الأسباب. أولاً، الطبيعة المميزة للإشارات الجيبية. لقد عرفنا الإشارات الجيبية في حركة البندول، واهتزاز الحبل، وأمواج سطح المحيطات، والأحداث السياسية للأمة، والتقلبات الاقتصادية في سوق الأسهم. ثانياً، سهولة توليد ونقل الإشارات الجيبية. والتي هي شكل من أشكال الجهود المولدة في جميع أنحاء العالم والمقدمة إلى المنازل والمصانع والمختبرات، وهلم جرا. الإشارات الجيبية هي الشكل السائد للإشارات المستعملة في صناعات الاتصالات والطاقة الكهربائية. ثالثاً، من خلال تحليل فورييه، يمكن تمثيل أي إشارة عملية دورية على شكل مجموع إشارات جيبية. وبالتالي، تلعب الإشارات الجيبية دوراً هاماً في تحليل الإشارات الدورية. وأخيراً، من السهل التعامل رياضياً مع الإشارات الجيبية. مشتق وتكامل التابع الجيبى هو تابع جيبى مثله. لهذه الأسباب وغيرها، التوابع الجيبية مهمة للغاية في تحليل الدارات الكهربائية. هناك استجابة عابرة للدارات، قد تكون الدارة مستقرة أو غير مستقرة، وهذا ليس موضوعنا هنا. إنما موضوعنا في هذا الفصل هو الاستجابة الطبيعية للدارة في حالة الإشارات الجيبية.

سندرس في هذا الفصل الإشارات الجيبية وفرق الطور، وسوف ندخل مفهوم الممانعات والسماحيات، ومن ثم نطبق القوانين الرئيسة في الدارات الكهربائية على الدارات المتناوبة.

## 1. الإشارات الجيبية SINUSOIDS

ليكن لدينا إشارة جهد جيبية،

$$v(t) = V_m \sin \omega t \quad (1.6)$$

علماً أن:

( $V_m$ ): مطال الإشارة الجيبية (Amplitude)، ووحدته ( $V$ )

( $\omega$ ): التردد الزاوي للإشارة الجيبية (Angular frequency)، ووحدته (radian/s)

( $\omega t$ ): متحول الإشارة الجيبية (Argument)، وهو الزاوية التي بتغيرها يتغير المطال اللحظي للإشارة الجيبية.

يبين الشكل 1.6 (a) إشارة جيبية تابعة للزاوية ( $\omega t$ )، ويبين الشكل 1.6 (b) إشارة جيبية تابعة للزمن ( $t$ ). تكرر

الإشارة الجيبية نفسها كل ( $T$ ) ثانية، علماً أن ( $T$ ) هو دور الإشارة الجيبية. نلاحظ من الشكل 1.6 أن

$$(\omega T = 2\pi)، \text{ أي:}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.6)$$

يمكن فهم دورية الإشارة ( $v(t)$ ) باستبدال ( $t + T$ ) بـ ( $t$ ) في المعادلة 1.6،

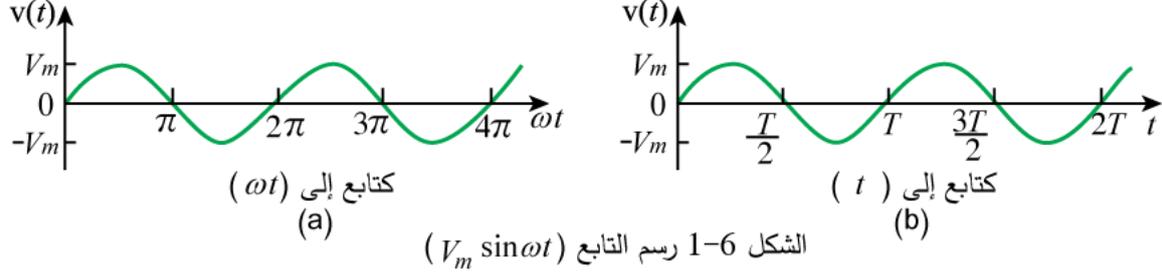
$$\left\{ \begin{array}{l} v(t+T) = V_m \sin \omega(t+T) = V_m \sin \omega \left( t + \frac{2\pi}{\omega} \right) \\ v(t+T) = V_m \sin(\omega t + 2\pi) = V_m \sin \omega t = v(t) \end{array} \right. \quad (3.6)$$

وبالتالي،

$$v(t+T) = v(t) \quad (4.6)$$

تأخذ الإشارة ( $v$ ) قيمة عند ( $t + T$ ) هي القيمة ذاتها عند ( $t$ )، لهذا السبب نقول أن ( $v(t)$ ) هي إشارة دورية (Periodic). وعموماً،

يحقق التابع الدوري العلاقة  $f(t) = f(t+nT)$  ، من أجل كل قيم  $(t)$  وكل قيم العدد الصحيح  $(n)$ .



دور الإشارة الدورية  $(T)$  هو زمن دورة واحدة، أو هو عدد الثواني في دورة واحدة، ومقلوب الدور هو عدد الدورات في ثانية واحدة، ويعرف بتردد الإشارة الدورية  $(f)$ ، بالتالي،

$$f = \frac{1}{T} \quad (5.6)$$

من المعادلتين 2.6 و 5.6 نجد وضوحاً أنّ،

$$\omega = 2\pi f \quad (6.6)$$

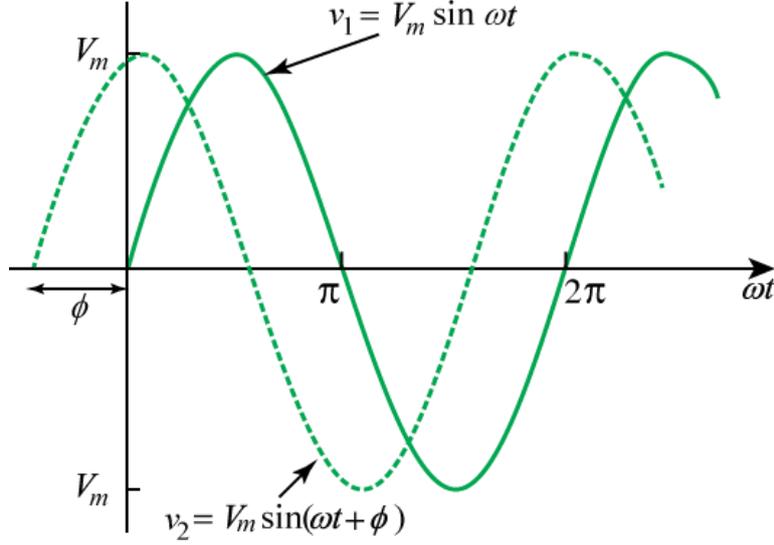
واحدة التردد الزاوي  $(\omega)$  هو (rad/s)، وواحدة التردد  $(f)$  هو (Hz). لتكن الإشارة الجيبية الأعم،

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \phi) \quad (7.6)$$

مع العلم أنّ  $(\omega t + \phi)$  هو متحول التابع (Argument)، وأن  $(\phi)$  هي زاوية فرق الطور (Phase)، وكلاهما واحدهما الدرجة أو الراديان (radians or degrees).

$$v_1(t) = V_m \sin \omega t \quad \text{and} \quad v_2(t) = V_m \sin(\omega t + \phi) \quad (8.6)$$

لنتمعن في الإشارتين الجيبيتين المبينتين في الشكل 2.6. تقع نقطة البداية للإشارة ( $v_2$ ) قبل ( $v_1$ )، لذلك نقول أن ( $v_2$ ) تسبق ( $v_1$ ) بزاوية مقدارها ( $\phi$ )، أو أن ( $v_1$ ) تتأخر عن ( $v_2$ ) بزاوية مقدارها ( $\phi$ ). إذا كان ( $\phi \neq 0$ ) نقول أيضاً أن ( $v_2$ ) و ( $v_1$ ) مختلفتان في الطور (out of phase). وإذا كان ( $\phi = 0$ )، نقول أن ( $v_2$ ) و ( $v_1$ ) متفتتان في الطور (in phase)، أي أنهما تصلان إلى قيمتهما العظمى وقيمتها الدنيا بنفس اللحظة. يمكن أن نقارن بين ( $v_2$ ) و ( $v_1$ ) بهذه الطريقة، لأن لهما نفس التردد، وليس لهما حاجة أن يكون لهما نفس المطال.



الشكل 2-6 إشارتان جيبيتان بطورين مختلفين

يمكن أن نكتب التوابع الجيبية بصيغة الجيب أو التجيب. وعند مقارنة إشارتين جيبيتين، من المناسب كتابة عبارة الجيب أو التجيب بمطال موجب. ويتحقق ذلك بواسطة العلاقتين التاليتين:

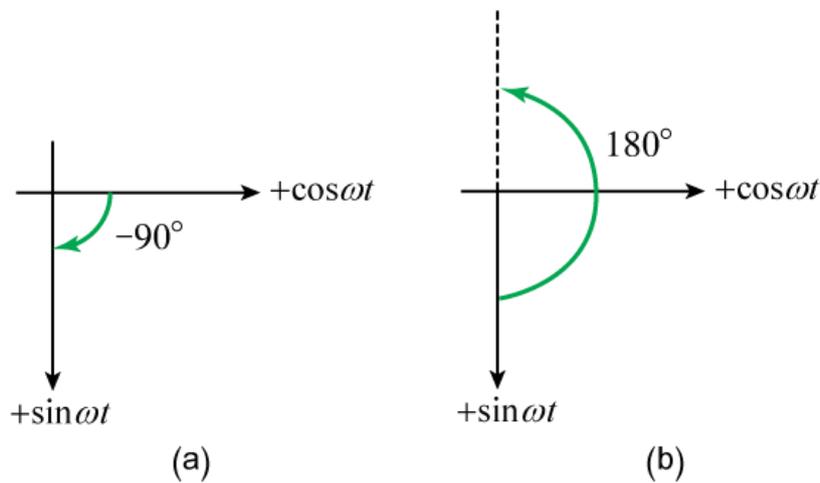
$$\left\{ \begin{array}{l} \sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \\ \cos(A \pm B) = \cos A \cos B \pm \sin A \sin B \end{array} \right\} \quad (9.6)$$

ومن تلك العلاقتين، يمكن أن نبين أن:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin(\omega t \pm 180^\circ) = -\sin \omega t \\ \cos(\omega t \pm 180^\circ) = -\cos \omega t \\ \sin(\omega t \pm 90^\circ) = \pm \cos \omega t \\ \cos(\omega t \pm 90^\circ) = \mp \sin \omega t \end{array} \right\} \quad (10.6)$$

باستعمال تلك العلاقات، يمكن تحويل التوابع التاليتين من نمط جيب إلى تجيب أو بالعكس.

ويمكن استعمال الطريقة البيانية لإيجاد علاقة ربط أو مقارنة للعلاقات الجيبية كبديل عن العلاقات المثلثية (9.6) و(10.6). لتكن مجموعة المحاور المبينة في الشكل 3.6(a). يمثل المحور الأفقي تابع التجيب، في حين أن المحور الرأسي (باتجاه لأسفل) يدل على تابع الجيب. تُقاس الزوايا الموجبة بعكس اتجاه عقارب الساعة بدءاً من المحور الأفقي، كما جرت العادة في الإحداثيات القطبية. تُستعمل هذه التقنية البيانية لإيجاد علاقة بين تابعين جيبيين. على سبيل المثال، نرى في الشكل 3.6(a) أن طرح  $90^\circ$  من زاوية تابع التجيب  $(\cos \omega t)$  يعطي تابع الجيب  $(\sin \omega t)$ ، أو  $(\cos(\omega t - 90^\circ) = \sin \omega t)$ . وبالمثل، فإن جمع  $180^\circ$  إلى زاوية تابع الجيب  $(\sin \omega t)$  يعطي التابع  $(-\sin \omega t)$ ، أو  $(\sin(\omega t - 180^\circ) = -\sin \omega t)$  كما هو مبين في الشكل 3.6(b).



الشكل 3-6 طريقة بيانية لإيجاد العلاقة بين تابعي الجيب والتجيب

$$(a) A \sin \omega t \cos(\omega t - 90^\circ) = \sin \omega t,$$

$$(b) \sin(\omega t + 180^\circ) = -\sin \omega t.$$

يمكن أيضاً استعمال التقنية البيانية لجمع تابعين جيبيين لهما نفس التردد، أحدهما تابع الجيب والآخر تابع التجيب. لجمع  $A \cos \omega t$  و  $B \sin \omega t$ ، مع ملاحظة أن  $A$  هو مطال  $\cos \omega t$  و  $B$  هو مطال  $\sin \omega t$ ، كما هو مبين في الشكل 4.6(a). وبالتالي يمكن الحصول بسهولة على كل من مطال وزاوية التابع الجيب الناتج بصيغة تابع التجيب. بالتالي،

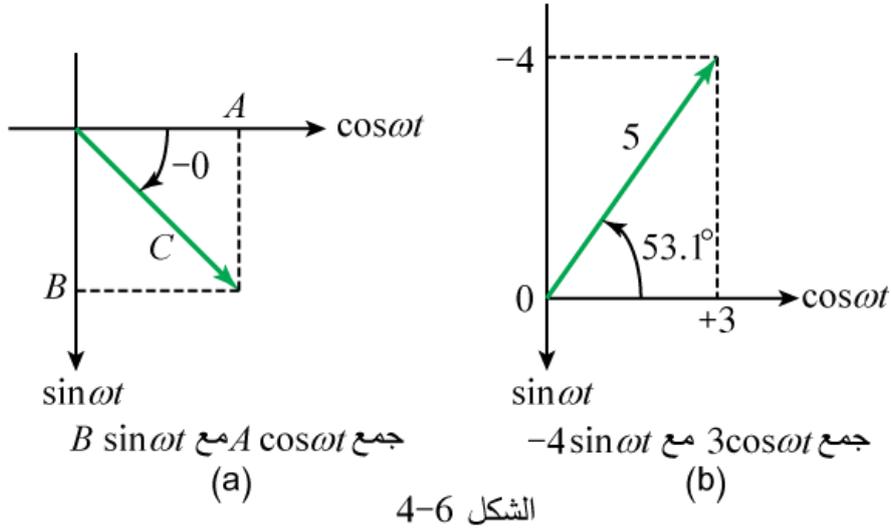
$$A \cos \omega t + B \sin \omega t = C \cos(\omega t - \theta) \quad (11.6)$$

حيث أن:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{B}{A} \quad (12.6)$$

فمثلاً، يمكن أن نجمع  $3 \cos \omega t$  مع  $-4 \sin \omega t$ ، كما هو مبين في الشكل 4.6(b)، فنحصل على:

$$3 \cos \omega t - 4 \sin \omega t = 5 \cos(\omega t + 53.1^\circ) \quad (13.6)$$



وبالمقارنة مع العلاقات المثلثية في المعادلتين (9.6) و(10.6)، تستغني الطريقة البيانية عن حفظ العلاقات. ومع ذلك، فإننا يجب أن لا نخطئ بين محاور الجيب والتجيب، وبين محاور الأعداد العقدية التي سندرسها في الفقرة التالية. تجدر الإشارة إلى شيء آخر متعلق بالشكل (3.6) والشكل (4.6)، وهو أنه على الرغم من الميل الطبيعي لاتخاذ الجهة العليا للمحور الرأسي كاتجاه موجب لتابع الجيب فإن العكس هو الصحيح في هذه الطريقة للتمثيل.

### مثال 1:

أوجد مطال (amplitude)، وفرق الطور (phase)، ودور (period)، وتردد (frequency) التابع الجيبي:

$$v(t) = 12 \cos(50t + 10^\circ)$$

### الحل 1:

The amplitude is	$V_m = 12 V.$
The phase is	$\phi = 10^\circ.$
The angular frequency is	$\omega = 50 \frac{rad}{s}.$
The period	$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} = 0.1257 s.$
The frequency is	$f = \frac{1}{T} = 7.958 Hz.$

### مثال 2:

احسب زاوية الطور بين  $v_1 = -10 \cos(\omega t + 50^\circ)$  و  $v_2 = 12 \sin(\omega t - 10^\circ)$ . وحدد أيهما يسبق الآخر.

### الحل 2:

دعونا نحسب زاوية الطور بثلاث طرق. تستعمل الطريقتان الأوليتان العلاقات المثلثية، في حين تستعمل الطريقة الثالثة الطريقة البيانية.  
الطريقة (1) من أجل مقارنة  $v_1$  و  $v_2$ ، يجب أن نكتبهما بنفس الشكل. إذا كتبناهما على شكل تابع التجيب وبمطال موجب، نجد:

$$v_1 = -10 \cos(\omega t + 50^\circ) = 10 \cos(\omega t + 50^\circ - 180^\circ) = 10 \cos(\omega t - 130^\circ)$$

or

$$v_1 = 10 \cos(\omega t + 230^\circ)$$

$$v_2 = 12 \sin(\omega t - 10^\circ) = 12 \cos(\omega t - 10^\circ - 90^\circ) = 12 \cos(\omega t - 100^\circ)$$

يمكن أن نستنتج مما سبق أن زاوية الطور بين  $v_1$  و  $v_2$  هي  $(30^\circ)$ . ويمكن أن نكتب  $v_2$  كما يلي:

$$v_2 = 12 \cos(\omega t - 130^\circ) \text{ or } v_2 = 12 \cos(\omega t + 260^\circ)$$

بمقارنة  $v_1$  و  $v_2$  نجد أن  $v_2$  تسبق  $v_1$  بـ  $(30^\circ)$ .

الطريقة (2) إذا كتبنا  $v_1$  على شكل تابع الجيب:

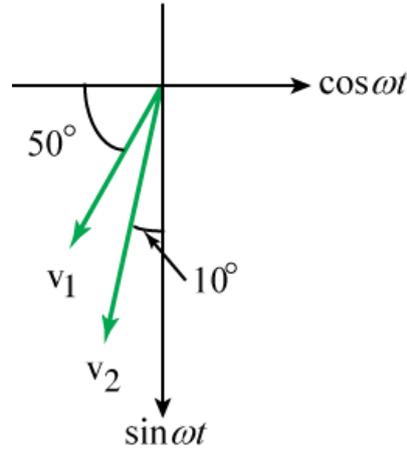
$$v_1 = -10 \cos(\omega t + 50^\circ) = 10 \sin(\omega t + 50^\circ - 90^\circ) = 10 \sin(\omega t - 40^\circ) = 10 \sin(\omega t - 10^\circ - 30^\circ)$$

ولكن

$$v_2 = 12 \sin(\omega t - 10^\circ)$$

وبمقارنة  $v_1$  و  $v_2$  نجد أن  $v_1$  تتأخر عن  $v_2$  بـ  $(30^\circ)$ .

الطريقة (3) ننظر إلى  $v_1$  على أنه  $-10 \cos \omega t$  مع زاوية طور  $(+50^\circ)$ ، بالتالي يكون  $v_1$  كما هو مبين في الشكل 5.6. بشكل مماثل  $v_2$  هو  $12 \sin \omega t$  مع زاوية طور  $(-10^\circ)$ ، كما هو مبين في الشكل 5.6. يبين الشكل 5.6 أن  $v_2$  تسبق  $v_1$  بـ  $(30^\circ)$ ، أي:  $(90^\circ - 50^\circ - 10^\circ)$ .



الشكل 5-6 المثال 2

## 2. تمثيل التوابع الجيبية بمطوار PHASORS

يمكن تمثيل التوابع الجيبية بسهولة بمطوار (Phasors)، وهو أكثر ملاءمة للتعامل مع توابع الجيب والتجيب.

المطوار (Phasor)، هو عدد عقدي يمثل المطال وفرق الصفحة لتابع جيبى.

وهو وسيلة بسيطة لتحليل الدارات الخطية المحرّضة بمنابع جيبية. لولا المطوار لكان إيجاد الحل لهذه الدارات مستعصياً. وقد قدم بداية تشارلز شتاينميتر (Charles Steinmetz)؛ في عام 1893؛ فكرة حل دارات التيار المتناوب باستعمال المطوار. وقبل أن نُعرف المطوار ونطبقه على تحليل الدارات، فإننا بحاجة إلى أن نكون على دراية تامة بالأعداد العقدية. ويمكن أن نكتب عدداً عقدياً ( $z$ ) بصيغة ديكارتية كما يلي،

$$z = x + j y \quad ((a)14.6)$$

حيث ( $j = \sqrt{-1}$ ) و ( $x$ ) هو الجزء الحقيقي من العدد العقدي ( $z$ )؛ و ( $y$ ) هو الجزء التخيلي منه. في هذا السياق، فإن المتغيرات ( $x$ ) و ( $y$ ) لا تمثل إحداثيات نقطة في مستو ثنائي الأبعاد، وإنما تمثل الجزء الحقيقي والجزء التخيلي للعدد العقدي ( $z$ ) في المستوي العقدي. ومع ذلك، نشير إلى أن هناك بعض التشابه في التعامل مع إحداثيات نقطة في مستو ثنائي الأبعاد، والتعامل مع الأعداد العقدية. ويمكن أيضاً أن نكتب العدد العقدي ( $z$ ) في الصيغة القطبية أو الأسية،

$$z = r \angle \phi = r e^{j\phi} \quad ((b)14.6)$$

حيث ( $r$ ) هو طول العدد العقدي ( $z$ )، و ( $\phi$ ) هي زاوية فرق الطور له. لنشير إلى أن العدد العقدي ( $z$ ) يمكن أن يُمثل بطرق ثلاث:

$$\left. \begin{array}{l} z = x + j y \\ z = r \angle \phi \\ z = r e^{j\phi} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Rectangular form} \\ \text{Polar form} \\ \text{Exponential form} \end{array} \quad (15.6)$$

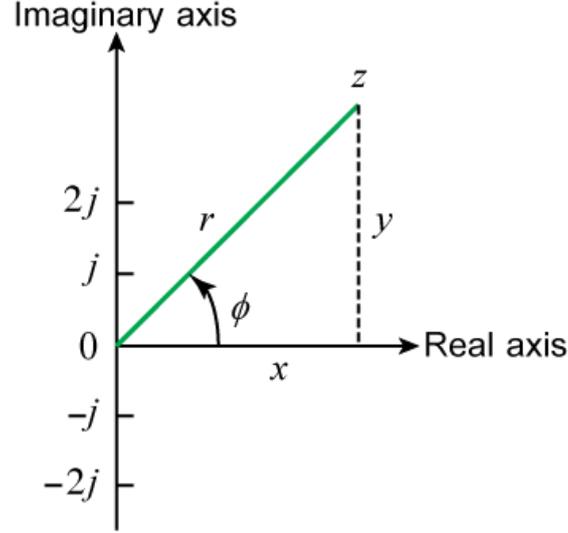
يبين الشكل 6.6 العلاقة بين التمثيل الديكارتي والتمثيل القطبي للعدد العقدي، حيث يمثل المحور ( $x$ ) الجزء الحقيقي والمحور ( $y$ ) يمثل الجزء التخيلي للعدد العقدي. يمكننا الحصول على قيمتي ( $r$ ) و ( $\phi$ ) بمعرفة ( $x$ ) و ( $y$ )،

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad ((a)16.6)$$

ومن جهة أخرى،

يمكننا الحصول على قيمتي  $(x)$  و  $(y)$  بمعرفة  $(r)$  و  $(\phi)$ ،

$$x = r \cos \phi, \quad y = r \sin \phi \quad (b)16.6)$$



الشكل 6-6 المثال 2

• المحور التخيلي (imaginary axis)

• المحور الحقيقي (real axis)

بالتالي، يمكن كتابة  $(z)$  كما يلي

$$z = x + j y = r \angle \phi = r (\cos \phi + j \sin \phi) \quad (17.6)$$

يُفضل إجراء عمليتي جمع وطرح الأعداد المركبة بالتمثيل الديكارتي. بينما يُفضل إجراء عمليتي الضرب والقسمة للأعداد المركبة بالتمثيل القطبي. بفرض الأعداد المركبة،

$$z = x + j y = r \angle \phi, \quad z_1 = x_1 + j y_1 = r_1 \angle \phi_1, \quad z_2 = x_2 + j y_2 = r_2 \angle \phi_2,$$

العمليات التالية عمليات مهمة،

Addition:

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2) \quad ((a)18.6)$$

Subtraction:

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2) \quad ((b)18.6)$$

Multiplication:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 \angle \phi_1 + \phi_2 \quad ((c)18.6)$$

Division:  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \phi_1 - \phi_2 \quad ((d)18.6)$

Reciprocal:  $\frac{1}{z} = \frac{1}{r} \angle -\phi \quad ((e)18.6)$

Square Root:  $\sqrt{z} = \sqrt{r} \angle \phi / 2 \quad ((f)18.6)$

Complex Conjugate:  $z^* = x - jy \quad ((g)18.6)$

نجد من المعادلة 18.6(e)،

$$\frac{1}{j} = -j \quad ((h)18.6)$$

(addition): عملية الجمع، (subtraction): عملية الطرح، (multiplication): عملية الضرب،  
(division): عملية القسمة، (reciprocal): المقلوب (المعكوس)، (square root): الجذر التربيعي، (complex conjugate): المرافق العقدي

هذه هي الخصائص الرئيسية للأعداد المركبة التي نحتاج إليها. ويمكن العثور على خصائص أخرى للأعداد المركبة في الملحق B.

تستند فكرة تمثيل التوابع الجيبية بمطوار على قانون أولر. عموماً

$$e^{\pm j\phi} = \cos \phi \pm j \sin \phi \quad (19.6)$$

أي أن  $\cos \phi$  و  $\sin \phi$  هما الجزء الحقيقي والجزء التخيلي من  $e^{j\phi}$ . يمكن أن نكتب

$$\cos \phi = \text{Re}(e^{j\phi}) \quad (a)20.6$$

$$\sin \phi = \text{Im}(e^{j\phi}) \quad (b)20.6$$

حيث (Re) و (Im) هما الجزء الحقيقي من والجزء التخيلي من. لتكن الإشارة الجيبية  $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$  وباستعمال المعادلة (a)20.6، يمكن أن نكتب  $(v(t))$  على النحو،

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}(V_m e^{j(\omega t + \phi)}) \quad (21.6) \quad \text{or}$$

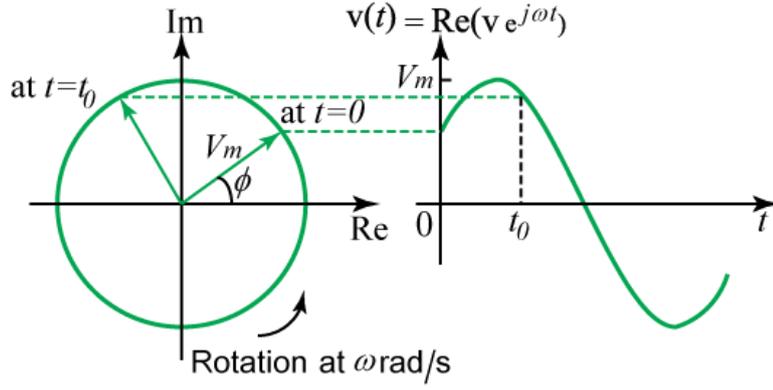
$$v(t) = \text{Re}(V_m e^{j\phi} e^{j\omega t}) \quad (22.6)$$

بالتالي،

$$v(t) = \text{Re}(V e^{j\omega t}) \quad (23.6) \quad \text{where}$$

$$V = V_m e^{j\phi} = V_m \angle \phi \quad (24.6)$$

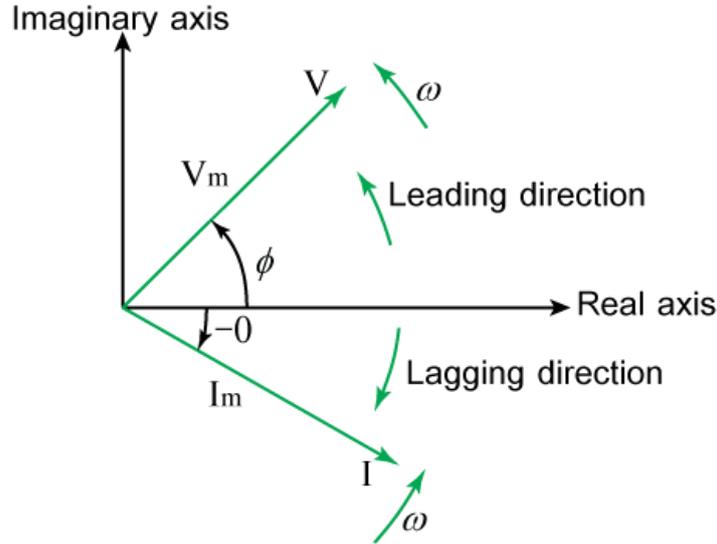
(V) هي تمثيل لمطور التابع الجيبي  $(v(t))$ . وبعبارة أخرى، المطوار هو التمثيل العقدي لمطال وزاوية طور التابع الجيبي. تُستعمل المعادلة (a)20.6 أو المعادلة (b)20.6 لإنشاء المطوار، ولكن الاصطلاح القياسي هو استعمال المعادلة (a)20.6. إحدى طرق النظر إلى المعادلتين 23.6 و 24.6 هو الاستناد إلى رسم السينور  $(\sin \omega t) = V_m e^{j(\omega t + \phi)} = V e^{j\omega t}$  في مستوي الإحداثيات العقدية. مع تزايد الزمن، يدور السينور على دائرة نصف قطرها (Vm) بسرعة زاوية ( $\omega$ ) بعكس اتجاه عقارب الساعة، كما هو مبين في الشكل (a)7.6. وبكلمة أخرى، يدور المستوي العقدي بأكمله بسرعة زاوية ( $\omega$ ). يمكن أن ننظر إلى  $(v(t))$  كمسقط للسينور  $(V e^{j\omega t})$  على المحور الحقيقي، كما هو مبين في الشكل (b)7.6. إن قيمة السينور في الزمن ( $t = 0$ ) هي المطوار (V) للتابع الجيبي  $(v(t))$ . يمكن اعتبار السينور مطوار دوار. وهكذا، كلما عبرنا عن التابع الجيبي على شكل مطوار يكون الحد  $(e^{j\omega t})$  ضمناً متواجداً. ولذا فمن المهم، عند التعامل مع المطوار، أن نأخذ في الاعتبار التردد الزاوي ( $\omega$ ) له؛ وإلا فإننا يمكن أن نرتكب أخطاء جسيمة.



مسقطه على المحور الحقيقي كتابع إلى الزمن دوران السنيور عكس اتجاه عقارب الساعة  
 الشكل 7-5 تمثيل  $(v e^{j\omega t})$  (a) (b)

• rotation at الدوران عند.

تنص المعادلة (23.6) على أنه يمكن الحصول على التابع الجيبي الموافق لمطور معطى  $(V)$ ، بضرب المطور بالمعامل الزمني  $(e^{j\omega t})$  وأخذ الجزء الحقيقي. يمكن تمثيل المطور كقيمة عقدية بالصيغة الديكارتيّة، أو بالصيغة القطبية، أو بالصيغة الأسية. بما أن للمطور طولية وفرق صفحة (اتجاه)، فإنه يسلك سلوك الشعاع. على سبيل المثال، يمثل الشكل 8.6 المطور  $(V = V_m \angle \phi)$  والمطور  $(I = I_m \angle -\phi)$ . يعرف هذا التمثيل البياني للمطور بمخطط المطور.



الشكل 8-5 مخطط المطور مبيناً  $(V = V_m \angle \phi)$  و  $(I = I_m \angle -\phi)$

(imaginary axis) المحور التخيلي، (real axis) المحور الحقيقي، (leading direction) اتجاه السبق،  
 (lagging direction) اتجاه اللحق

تكشف المعادلات (21.6) إلى (23.6) عن أنه للحصول على المطوار المقابل لتابع جيبي؛ نكتب أولاً التابع الجيبي على شكل تجيب بحيث يمكن كتابة التابع الجيبي كجزء حقيقي لعدد عقدي. ثم نحصل على معامل الزمن ( $e^{j\omega t}$ )، مهما يكن المتبقي فهو المطوار المقابل للتابع الجيبي. بحذف معامل الزمن، نحول التابع الجيبي من المجال الزمني إلى مجال المطوار. ويتلخص هذا التحول على النحو التالي:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \quad \Leftrightarrow \quad V = V_m \angle \phi \quad (25.6)$$

(Time-domain representation)      (Phasor-domain representation)

• (time-domain representation) التمثيل في مجال الزمن

• (frequency-domain representation) التمثيل في مجال التردد

إذا أعطي التابع ( $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$ )، يمكن أن نحصل على المطوار المقابل ( $V = V_m \angle \phi$ ). يوضح الجدول (1.6) المعادلة (25.6)، حيث يأخذ بالحسبان تابع الجيب بالإضافة إلى تابع التجيب. نتبين من المعادلة (25.6)، أنه للحصول على تمثيل المطوار لتابع جيبي، نكتبه بصيغة تابع التجيب، ونأخذ المطال وزاوية الطور. إذا أعطي المطوار، يمكن أن نحصل على التمثيل في المجال الزمني على شكل تابع التجيب بمطال هو نفس مطال المطوار والمتحول هو ( $\omega t$ )، بالإضافة إلى زاوية فرق الطور. إن فكرة صياغة المعلومات باستعمال مجالين متقابلين هو فكرة مركزية لكل مجالات الهندسة.

Time-domain representation	Phasor-domain representation
$V_m \cos(\omega t + \phi)$	$V_m \angle \phi$
$V_m \sin(\omega t + \phi)$	$V_m \angle \phi - 90^\circ$
$I_m \cos(\omega t + \theta)$	$I_m \angle \theta$
$I_m \sin(\omega t + \theta)$	$I_m \angle \theta - 90^\circ$

الجدول 1-6 التحويل جيبي-مطوار

• (time-domain representation) التمثيل في مجال الزمن

• (phasor-domain representation) التمثيل في مجال الطور

لنلاحظ أنه في المعادلة (25.6) قد حذف معامل التردد (أو الزمن)  $(e^{j\omega t})$ ، وأن التردد لم يظهر صراحة في تمثيل مجال-المطور لأن  $\omega$  هو ثابت. لهذا السبب، يعرف مجال المطور بمجال التردد. من المعادلتين (23.6) و(24.6)،

$$v(t) = \text{Re}(V e^{j\omega t}) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

بالتالي،

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -\omega V_m \sin(\omega t + \phi) = \omega V_m \cos(\omega t + \phi + 90^\circ) \\ &= \text{Re}(\omega V_m e^{j\omega t} e^{j\phi} e^{j90^\circ}) = \text{Re}(j\omega V e^{j\omega t}) \end{aligned} \right\} \quad (26.6)$$

تبين المعادلة (26.6) أن مشتق  $(v(t))$  هو تحول في مجال المطور (التردد) إلى  $(j\omega V)$

$$\frac{dv}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad j\omega V \quad (27.6)$$

(Time domain)                      (Phasor domain)

ويشكل مشابه تكامل  $(v(t))$  هو تحول في مجال المطور (التردد) إلى  $(\frac{V}{j\omega})$ ،

$$\int v dt \quad \Leftrightarrow \quad \frac{V}{j\omega} \quad (28.6)$$

(Time domain)                      (Phasor domain)

تسمح المعادلة (27.6) باستبدال الجداء بـ  $(j\omega)$  بمشتق التابع الجيبي بالنسبة للزمن. بينما تسمح المعادلة (28.6) باستبدال التقسيم على  $(j\omega)$  بتكامل التابع الجيبي بالنسبة للزمن. تفيد المعادلتان (27.6) و(28.6) في إيجاد الحل في حالة الاستقرار (steady-state)، الذي لا يتطلب معرفة القيمة الابتدائية للمتحوّل الذي يتضمنه. وهذا أحد التطبيقات الهامة للمطور.

إلى جانب التفاضل والتكامل بالنسبة للزمن، هناك استعمال هام للمطور وهو إيجاد مجموع تابعين جيبيين لهما نفس التردد. وأفضل طريقة لتوضيح هذا الأمر هو أخذ مثال كالذي يبينه المثال (6.6). ينبغي التأكيد على الفروقات بين  $(v(t))$  و  $(V)$ :

- إن  $(v(t))$  هو التمثيل اللحظي أو التمثيل في مجال الزمن، في حين أن  $(V)$  هو التمثيل الترددي أو المطور
  - إن  $(v(t))$  يتعلق بالزمن، في حين أن  $(V)$  هو ليس كذلك. (هذه الحقيقة غالباً ما ينساها الطلاب)
  - إن  $(v(t))$  هو حقيقي دائماً، في حين أن  $(V)$  هو عقدي عموماً
- وأخيراً، يجب أن نضع في اعتبارنا أن التحليل بالمطور لا يُطبق إلا عندما يكون التردد ثابتاً. ويُطبق عند التعامل مع تابعين جيبيين أو أكثر لها نفس التردد

### مثال 3:

يُطلب إيجاد قيم الأعداد العقدية :

$$(a) (40\angle 50^\circ + 20\angle -30^\circ)^{\frac{1}{2}}$$

$$(b) \frac{10\angle -30^\circ + (3 - j4)}{(2 + j4)(3 - j5)^*}$$

### الحل 3:

(a) باستعمال التحويل من المطور إلى الإحداثيات الديكارتية:

$$40\angle 50^\circ = 40(\cos 50^\circ + j \sin 50^\circ) = 25.71 + j 30.64$$

$$20\angle -30^\circ = 20[\cos(-30^\circ) + j \sin(-30^\circ)] = 17.32 - j 10$$

بالجمع نحصل على:

$$40\angle 50^\circ + 20\angle -30^\circ = 43.03 + j 20.64 = 47.72\angle 25.63^\circ$$

بأخذ الجذر التربيعي.

$$(40\angle 50^\circ + 20\angle -30^\circ)^{\frac{1}{2}} = 6.91\angle 12.81^\circ$$

(b) باستعمال التحويل القطبي - الديكارتي، والجمع، والضرب، والقسمة،

$$\frac{10\angle -30^\circ + (3 - j4)}{(2 + j4)(3 - j5)^*} = \frac{8.66 - j5 + (3 - j4)}{(2 + j4)(3 + j5)} = \frac{11.66 - j9}{-14 + j22} = \frac{14.73\angle -37.66^\circ}{26.08\angle 122.47^\circ} = 0.565\angle -160.31^\circ$$

مثال 4:

حول التتابع الجيبية التالية إلى المطوار:

$$(a) v = -4 \sin(30t + 50^\circ)$$

$$(b) i = 6 \cos(50t - 40^\circ)$$

الحل 4:

(a) بما أن:

$$-\sin A = \cos(A + 90^\circ)$$

$$v = -4 \sin(30t + 50^\circ) = 4 \cos(30t + 50^\circ + 90^\circ) = 4 \cos(30t + 140^\circ)$$

صيغة المطوار لـ (V) هو:

$$V = 4\angle 140^\circ$$

$$i = 6 \cos(50t - 40^\circ) \quad (b)$$

له مطوار

$$I = 6\angle -40^\circ$$

مثال 5:

أوجد التوابع الجيبية الممثلة بصيغة المطوار:

$$(a) V = j8e^{-j20^\circ}$$

$$(b) I = -3 + j4$$

الحل 5:

(a) بما أن:

$$j = 1 \angle 90^\circ$$

$$V = j8 \angle -20^\circ = (1 \angle 90^\circ)(8 \angle -20^\circ) = 8 \angle 90^\circ - 20^\circ = 8 \angle 70^\circ$$

وبالتحويل إلى المجال الزمني،

$$v(t) = 8 \cos(\omega t + 70^\circ)$$

$$I = -3 + j4 = 5 \angle 126.87^\circ \quad (b)$$

وبالتحويل إلى المجال الزمني،

$$i(t) = 5 \cos(\omega t + 126.87^\circ)$$

مثال 6:

بمعرفة:

$$i_1(t) = 4 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ and } i_2(t) = 5 \sin(\omega t - 20^\circ)$$

أوجد قيمة المجموع.

## الحل 6:

هنا استعمال المطوار لجمع التوابع الجيبية التي لها نفس التردد هو استعمال مهم. صيغة التيار  $(i_1(t))$  هي صيغة نظامية، يكون مطواره

$$I_1 = 4\angle 30^\circ$$

نحتاج إلى وضع  $(i_2(t))$  بصيغة التجيب. فقاعدة تحويل الجيب إلى تجب هو طرح  $(90^\circ)$  من زاوية الطور. بالتالي،

$$i_2 = 5 \cos(\omega t - 20^\circ - 90^\circ) = 5 \cos(\omega t - 110^\circ)$$

يكون مطواره

$$I_2 = 5\angle -110^\circ$$

ويوضع

$$i = i_1 + i_2$$

عندئذ

$$I = I_1 + I_2 = 4\angle 30^\circ + 5\angle -110^\circ = 3.464 + j2 - 1.71 - j4.698 = 1.754 - j2.698 = 3.218\angle -56.97^\circ A$$

وبالتحويل إلى المجال الزمني. نحصل على،

$$i(t) = 3.218 \cos(\omega t - 56.97^\circ) A$$

بالطبع يمكن إيجاد  $(i_1 + i_2)$  باستعمال المعادلة (9.6)، ولكنها طريقة صعبة.

### مثال 7:

باستعمال طريقة المطوار، أوجد التيار ( $i(t)$ ) في دارة موصوفة بالمعادلة التكاملية - التفاضلية التالية:

$$4i + 8 \int i dt - 3 \frac{di}{dt} = 50 \cos(2t + 75^\circ)$$

### الحل 7:

نحول كل حد من حدود المعادلة من مجال الزمن إلى مجال الطور. متذكّرين المعادلتين (27.6) و(28.6)، فنحصل على صيغة المطوار للمعادلة المعنية،

$$4I + \frac{8I}{j\omega} - 3j\omega I = 50 \angle 75^\circ$$

ولكن ( $\omega = 2$ )، بالتالي،

$$I(4 - j4 - j6) = 50 \angle 75^\circ$$
$$I = \frac{50 \angle 75^\circ}{4 - j10} = \frac{50 \angle 75^\circ}{10.77 \angle -68.2^\circ} = 4.642 \angle 143.2^\circ A$$

وبالتحويل إلى المجال الزمني،

$$i(t) = 4.642 \cos(2t + 143.2^\circ) A$$

لنتذكر أن هذا هو الحل في الحالة المستقرة، وهو لا يتطلب معرفة القيم الابتدائية.

### 3. الممانعات والسماحيات IMPEDANCE AND ADMITTANCE

تعطى علاقة الجهد - التيار للعناصر الغير الفعالة كما يلي:

$$V = R I, \quad V = j \omega L I, \quad V = \frac{I}{j \omega C} \quad (29.6)$$

يمكن كتابة المعادلات أعلاه على شكل نسبة مطوار جهد إلى مطوار تيار كالتالي:

$$\frac{V}{I} = R, \quad \frac{V}{I} = j \omega L, \quad \frac{V}{I} = \frac{1}{j \omega C} \quad (30.6)$$

من العلاقات الثلاث، نحصل على قانون أوم بصيغة المطوار لأي عنصر كان،

$$Z = \frac{V}{I} \quad \text{or} \quad V = Z I \quad (31.6)$$

حيث أن ( Z ) هو مقدار يتعلق بالتردد ويعرف بالممانعة (Impedance)، ويقاس بالأوم.

الممانعة ( Z ) لدارة هي نسبة مطوار الجهد إلى مطوار التيار، مقاسة بالأوم (Ω).

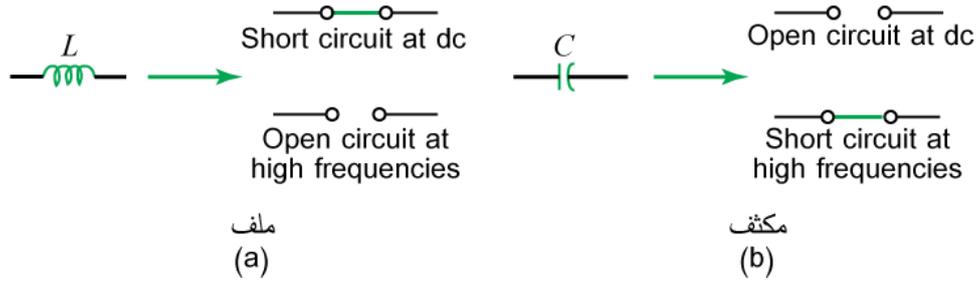
تمثل ( Z ) ممانعة الدارة لمرور التيار الجيبي فيها. برغم أن الممانعة هي نسبة مطوارين إلا أنها ليست مطواراً، لأنها لا تتوافق مع مقدار التغير الجيبي.

يمكن الحصول وبسهولة من المعادلة (30.6) على ممانعة المقاومات، والملفات، والمكثفات. يلخص الجدول (2.6) تلك الممانعات (Impedances) والسماحيات (Admittances) والعنصر (element)

Element	Impedance	Admittance
$R$	$Z=R$	$Y = \frac{1}{R}$
$L$	$Z=j \omega L$	$Y = \frac{1}{j \omega L}$
$C$	$Z = \frac{1}{j \omega C}$	$Y = j \omega C$

الجدول 2-6 الممانعات والسماحيات للعناصر الغير فعالة

نجد من الجدول (2.6) أن  $(Z_L = j \omega L)$  و  $(Z_C = \frac{1}{j \omega C})$ . ولنأخذ بالحسبان القيمتين الحديتين للتردد الزاوي. عندما تكون  $(\omega = 0)$ ، حالة المنبع المستمر، فإن  $(Z_L = 0)$ . وعندما تكون  $(Z_C \rightarrow \infty)$ ، فإن الملف يعمل كدارة قصر والمكثف يعمل كدارة مفتوحة. وعندما تكون  $(\omega \rightarrow \infty)$ ، في حالة الترددات العالية، فإن  $(Z_L \rightarrow \infty)$  و  $(Z_C = 0)$ ، مما يعني أن الملف يعمل كدارة مفتوحة والمكثف يعمل كدارة قصر. يبين الشكل (9.6) ذلك.



- ← (short circuit at dc) دارة قصر في حالة الجهود المستمرة
- ← (open circuit at dc) دارة مفتوحة في حالة الجهود المستمرة
- ← (open circuit at high frequencies) دارة مفتوحة في حالة الترددات العالية

الشكل 9-6 الدارات المكافئة عند الترددات المنخفضة وعند الترددات العالية

يمكن كتابة الممانعة؛ كمقدار عقدي؛ بالصيغة الديكارتية كما يلي:

$$Z = R + j X \quad (32.6)$$

حيث أن  $(R = \text{Re} Z)$  هي المقاومة (Resistance) و  $(X = \text{Im} Z)$  هي الردية (Reactance). يمكن أن تكون الردية  $(X)$  موجبة أو سالبة. عندما تكون  $(X)$  موجبة فإن الممانعة حثية، وعندما تكون  $(X)$  سالبة فإن الممانعة سعوية. وهكذا نقول أن  $(Z = R + j X)$  حثية أو مؤخرة لأن التيار يتأخر عن الجهد، بينما  $(Z = R - j X)$  سعوية أو مسبقة لأن التيار يتقدم على الجهد. تقاس الممانعة والمقاومة والردية بالأوم. ويمكن تمثيل الممانعة أيضاً بالصيغة القطبية،

$$Z = |Z| \angle \theta \quad (33.6)$$

بمقارنة المعادلتين (32.6) و (33.6)، نستنتج أن:

$$Z = R + j X = |Z| \angle \theta \quad (34.6)$$

حيث أن:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{X}{R} \quad (35.6)$$

وأن:

$$R = |Z| \cos \theta, \quad X = |Z| \sin \theta \quad (36.6)$$

من المناسب أحياناً أن نتعامل مع مقلوب الممانعة أي السماحية. والسماحية (  $Y$  ) لدارة هي مقلوب الممانعة لها، مفاصة بالسيمنس (  $S$  ). والسماحية (  $Y$  ) لعنصر أو لدارة هي نسبة مطوار التيار المار به إلى مطوار جهده .

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{V} \quad (37.6)$$

يمكن الحصول على سماحية المقاومات، والملفات، والمكثفات من المعادلة (30.6)، والمبينة في الجدول (2.6). نستطيع أن نكتب علاقة السماحية (  $Y$  ) كمقدار عقدي، كما يلي:

$$Y = G + j B \quad (38.6)$$

حيث أن (  $G = \text{Re}Y$  ) هي الناقلية (Conductance) و (  $B = \text{Im}Y$  ) هي القبولية (Susceptance). تقاس السماحية والناقلية والقبولية بالسيمنس (S or mhos). نستنتج من المعادلتين (32.6) و (38.6) أن:

$$G + j B = \frac{1}{R + j X} \quad (39.6)$$

بالضرب بمرافق المقام،

$$G + j B = \frac{1}{R + j X} \cdot \frac{R - j X}{R - j X} = \frac{R - j X}{R^2 + X^2} \quad (40.6)$$

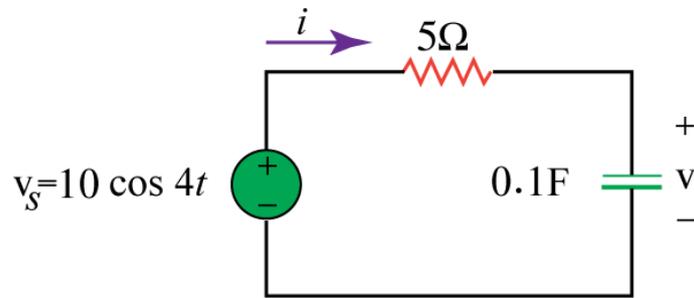
بمساواة الجزئ الحقيقي والتخيلي نجد أن،

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}, \quad B = -\frac{X}{R^2 + X^2} \quad (41.6)$$

نتبين أن (  $G \neq \frac{1}{R}$  ) كما هو الحال في الدارات التي تحتوي على مقاومات بحنة. بالطبع عندما يكون (  $X = 0$  )، فإن (  $G = \frac{1}{R}$  ).

مثال 8:

أوجد الجهد  $(v(t))$ ، والتيار  $(i(t))$  في الدارة المعطاة في الشكل (10.6).



الشكل 10-6 دائرة المثال 8

الحل 8:

من منبع الجهد  $(10 \cos 4\omega t, \omega = 4)$

$$V_s = 10 \angle 0^\circ \text{V}$$

تكون الممانعة،

$$Z = 5 + \frac{1}{j\omega C} = 5 + \frac{1}{j4 \times 0.1} = 5 - j2.5 \Omega$$

بالتالي يكون التيار،

$$I = \frac{V_s}{Z} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5 - j2.5} = \frac{10(5 + j2.5)}{5^2 + 2.5^2} = 1.6 + j0.8 = 1.789 \angle 26.57^\circ \text{A}$$

ويكون جهد المكثف،

$$V = IZ_C = \frac{I}{j\omega C} = \frac{1.789 \angle 26.57^\circ}{0.4 \angle 90^\circ} = 4.47 \angle -63.43^\circ \text{V}$$

بتحويل (I) و (V) إلى مجال الزمن، نحصل على،

$$i(t) = 1.789 \cos(4t + 26.57^\circ) A$$

$$v(t) = 4.47 \cos(4t - 63.43^\circ) V$$

لنلاحظ أن (i(t)) يسبق (v(t)) بـ (90°) كما هو متوقع.

#### 4. قوانين كيرشوف في مجال التردد

### KIRCHHOFF'S LAWS IN THE FREQUENCY

تحلل الدارات في مجال التردد باستخدام قوانين كيرشوف للجهود والتيارات. لذلك نحتاج أن نضع كلاً منهما في مجال التردد. ليكن (v<sub>1</sub>, v<sub>2</sub>, ..., v<sub>n</sub>) الجهود في حلقة مغلقة. باستعمال قانون كيرشوف للجهود (KVL)، نجد:

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n = 0 \quad (42.6)$$

يمكن أن نكتب كل جهد على شكل تابع التجيب في الحالة الجيبية المستقرة، فتصبح بالتالي العلاقة (42.6):

$$V_{m1} \cos(\omega t + \theta_1) + V_{m2} \cos(\omega t + \theta_2) + \dots + V_{mn} \cos(\omega t + \theta_n) = 0 \quad (43.6)$$

يمكن كتابة هذه العلاقة كما يلي:

$$\text{Re}(V_{m1} e^{j\theta_1} e^{j\omega t}) + \text{Re}(V_{m2} e^{j\theta_2} e^{j\omega t}) + \dots + \text{Re}(V_{mn} e^{j\theta_n} e^{j\omega t}) = 0 \quad (44.6)$$

أو

$$\text{Re}\left[ (V_{m1} e^{j\theta_1} + V_{m2} e^{j\theta_2} + \dots + V_{mn} e^{j\theta_n}) e^{j\omega t} \right] = 0 \quad (45.6)$$

إذا فرضنا أن  $(V_k = V_{mk} e^{j\theta_k})$ ، عندئذ،

$$\operatorname{Re}\left[(V_1 + V_2 + \dots + V_n) e^{j\omega t}\right] = 0 \quad (46.6)$$

بما أن  $(e^{j\omega t} \neq 0)$ ،

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0 \quad (47.6)$$

مما يدل على أن قانون كيرشوف للجهد يبقى قائماً في حالة المطوار. وبإجراء مماثل يمكن أن نبين أن قانون كيرشوف للتيار يبقى قائماً في حالة المطوار. إذا فرضنا  $(i_1, i_2, \dots, i_n)$  التيارات الداخلة أو الخارجة إلى عقدة في دارة ما عند الزمن  $(t)$ ، عندئذ:

$$i_1 + i_2 + \dots + i_n = 0 \quad (48.6)$$

إذا فرضنا أن  $(I_1, I_2, \dots, I_n)$  هي التيارات في صيغة المطوار الموافق للشكل الجيبي  $(i_1, i_2, \dots, i_n)$ . عندئذ،

$$I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0 \quad (49.6)$$

وهو قانون كيرشوف للتيارات في مجال التردد. حينما نبين أن كلا قانوني كيرشوف الخاصين بالتيارات وبالجهود صالحان في مجال التردد، يسهل علينا القيام بعدة أشياء، مثل جمع الممانعات، والتحليل بالعقد والتحليل بالحلقات، ومبدأ التراكم، وتحويل المنابع.

## 5. ملخص SUMMARY

التابع الجيبي هو إشارة على شكل تابع جيب أو تابع تجيب. له الشكل العام التالي:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

حيث أن  $(V_m)$  هو المطال، و  $(\omega = 2\pi f)$  هو التردد الزاوي،  $((\omega t + \phi))$  هو متحول التابع، و  $(\phi)$  هي زاوية الطور.

المطور هو مقدار عقدي يمثل كلاً من مطال وزاوية طور التابع الجيبي. ليكن التابع الجيبي  $(v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi))$ ، مطواره  $(V)$  هو:

$$V = V_m \angle \phi$$

في دارات التيار المتناوب، مطوار الجهد ومطور التيار لهما دائماً علاقة ثابتة بالنسبة لبعضها البعض وفي أي لحظة من الزمن. إذا كان  $(v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v))$  يمثل الجهد على طرفي عنصر و  $(i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i))$  يمثل التيار المار فيه، عندئذ  $(\phi_v = \phi_i)$  إذا كان العنصر مقاومة، و  $(\phi_i)$  يسبق  $(\phi_v)$  ب  $(90^\circ)$  إذا كان العنصر مكثفاً، و  $(\phi_i)$  يتأخر عن  $(\phi_v)$  ب  $(90^\circ)$  إذا كان العنصر ملفاً.

ممانعة الدارة  $(Z)$  هي نسبة مطوار الجهد على طرفي الدارة إلى مطوار التيار المار عبرها:

$$Z = \frac{V}{I} = R(\omega) + j X(\omega)$$

سماحية الدارة  $(Y)$  هي مقلوب الممانعة:

$$Y = \frac{1}{Z} = G(\omega) + j B(\omega)$$

تجمع الممانعات على التسلسل أو على التفرع مثل جمع المقاومات على التسلسل أو على التفرع؛ هذا يعني جمع الممانعات التسلسلية وجمع السامحيات التفرعية.

في حالة المقاومة ( $Z = R$ )، وفي حالة الملف ( $Z = jX = j\omega L$ )، وفي حالة المكثف

$$\cdot (Z = -jX = \frac{1}{j\omega C})$$

تُطبق قوانين الدارات الرئيسة (أوم وكيرشوف) على دارات التيار المتناوب بنفس الطريقة التي تطبق بها على دارات التيار المستمر. أي،

$$V = ZI$$

$$\sum I_k = 0 \quad (KCL)$$

$$\sum V_k = 0 \quad (KVL)$$

تُطبق تقنيات تجزيء الجهد/التيار، وجمع الممانعات/السامحيات على التسلسل وعلى التفرع، واختصار الدارات على تحليل دارات التيار المتناوب.

## 6. أسئلة ومسابئلة الفصل السادس QUESTIONS AND PROBLEMES

### أسئلة الفصل السادس

1. أي جواب من الأجوبة التالية ليس صحيحاً لتمثيل التابع الجيبي  $(A \cos \omega t)$ .

- (a)  $A \cos 2\pi ft$       (b)  $A \cos \frac{2\pi t}{T}$       (c)  $A \cos(t - T)$       (d)  $A \sin(\omega t - 90^\circ)$

2. التابع الذي يتكرر كل فترة زمنية ثابتة يقال عنه:

(a) (a phasor) مستقيم دوار يمثل مقدار متغير (مطوار)

(b) الطيف الترددي (harmonic)

(c) دوري (periodic)

(d) ردي (reactive)

3. أي تردد من هذه الترددات له دور أصغر؟

- (a)  $1 \frac{\text{krad}}{\text{s}}$       (b)  $1 \text{ kHz}$

4. ليكن لدينا  $(v_1 = 30 \sin(\omega t + 10^\circ))$  و  $(v_2 = 20 \sin(\omega t + 50^\circ))$ ، أية عبارة من العبارات التالية هي

العبارة الصحيحة؟

(a)  $v_1$  يسبق  $v_2$  ( $v_1$  leads  $v_2$ )

(b)  $v_2$  يسبق  $v_1$  ( $v_2$  leads  $v_1$ )

(c)  $v_2$  يتأخر عن  $v_1$  ( $v_2$  lags  $v_1$ )

(d)  $v_1$  يتأخر عن  $v_2$  ( $v_1$  lags  $v_2$ )

(e)  $v_1$  و  $v_2$  لهما نفس الطور ( $v_1$  and  $v_2$  are in phase)

5. الجهد على طرفي الملف يسبق التيار المار فيه ب  $(90^\circ)$ ،

(a) صح (True)

(b) خطأ (False)

6. يسمى الجزء التخيلي من الممانعة:

(a) مقاومة (resistance)

(b) سماحية (admittance)

(c) قبولية (susceptance)

(d) ناقلية (conductance)

(e) ردية (reactance)

7. تزداد ممانعة المكثف كلما ازداد التردد.

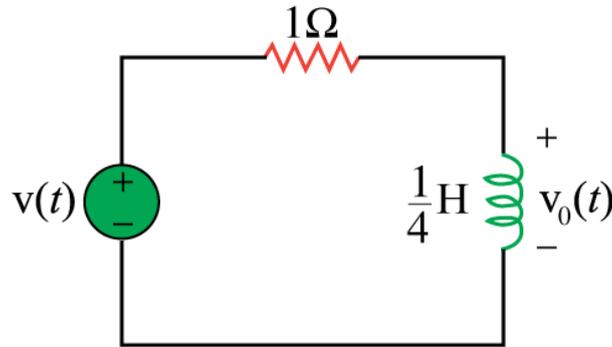
(a) True صح

(b) False خطأ

8. عند أي تردد يكون جهد الخرج  $(v_o(t))$  مساوياً إلى جهد الدخل  $(v(t))$ ؟

(a)  $0 \frac{rad}{s}$  (b)  $1 \frac{rad}{s}$  (c)  $4 \frac{rad}{s}$  (d)  $\infty \frac{rad}{s}$

(e) (none of the above) ولا أية واحدة مما سبق



الشكل 6-11 دائرة السؤال 8

9. دائرة (RC) تسلسلية فيها  $(V_R = 12V)$  و  $(V_C = 5V)$ . يكون جهد التغذية:

(a)  $-7V$

(b)  $7V$

(c)  $13V$

(d)  $17V$

**10.** دائرة (RLC) تسلسلية فيها  $(R = 30 \Omega)$ ، و  $(X_C = -50 \Omega)$ ، و  $(X_L = 90 \Omega)$ . تكون ممانعة الدارة:

- (a)  $30 + j140 \Omega$       (b)  $30 + j40 \Omega$       (c)  $30 - j140 \Omega$       (d)  $-30 - j40 \Omega$   
(e)  $-30 + j40 \Omega$

---

Answers : 6.1d, 6.2c, 6.3b, 6.4b,d, 6.5a, 6.6e, 6.7b, 6.8d, 6.9d, 6.10b,

## مسائل الفصل السادس

1. لنفترض وجود دائرة خطية فيها منبع الجهد  $(v(t) = 50 \cos(30t + 10^\circ) V)$ ، أوجد مايلي:

(a) المطال  $(V_m)$

(b) الدور  $(T)$

(c) التردد  $(f)$

(d)  $(v(t))$  عند  $(t = 10 \text{ ms})$

Ans. (a)  $V_m = 50 V$ , (b)  $T = 209.4 \text{ ms}$ , (c)  $f = 4.775 \text{ Hz}$ , (d)  $v(t) = 44.48 V$ .

2. لنفترض وجود دائرة خطية فيها منبع التيار  $(i_s = 8 \cos(500\pi t - 25^\circ) A)$ ، أوجد مايلي:

(a) المطال  $(I_m)$

(b) التردد الزاوي  $(\omega)$

(c) التردد  $(f)$

(d)  $(i_s)$  عند  $(t = 2 \text{ ms})$

Ans. (a)  $I_m = 8 A$ , (b)  $\omega = 1570.8 \text{ rad/s}$ , (c)  $f = 250 \text{ Hz}$ , (d)  $i_s = -7.25 A$

3. اكتب التتابع الجيبية التالية بصيغة تابع التجيب:

(a)  $4 \sin(\omega t - 30^\circ)$

(b)  $-2 \sin(6t)$

(c)  $-10 \sin(\omega t + 20^\circ)$

Ans. (a)  $4 \cos(\omega t - 120^\circ)$ , (b)  $2 \cos(6t + 90^\circ)$  (c)  $10 \cos(\omega t + 110^\circ)$

4. حدد زاوية الطور بين  $(v_1 = 20 \sin(\omega t + 60^\circ))$  و  $(v_2 = 60 \cos(\omega t - 10^\circ))$  وأي منهما يتأخر عن الآخر.

Ans. The phase angle between the two signals is  $20^\circ$ , and that  $v_1$  lags  $v_2$ .

5. ليكن لدينا أزواج التوابع الجيبية التالية، حدد أيهما يسبق الآخر وبكم يسبقه.

(a)  $v(t) = 10 \cos(4t - 60^\circ)$  and  $i(t) = 4 \sin(4t + 50^\circ)$

(b)  $v_1(t) = 4 \cos(377t + 10^\circ)$  and  $v_2(t) = -20 \cos(377t)$

(c)  $x(t) = 13 \cos(2t) + 5 \sin(2t)$  and  $y(t) = 15 \cos(2t - 11.8^\circ)$

Ans.

(a)  $i(t)$  leads  $v(t)$  by  $20^\circ$ , (b)  $v_2(t)$  leads  $v_1(t)$  by  $170^\circ$ , (c)  $y(t)$  leads  $x(t)$  by  $9.24^\circ$ .

6. احسب المقادير العقدية التالية، واكتب النتائج بالصيغة الديكارتية:

(a)  $\frac{15 \angle 45^\circ}{3 - j4} + j2$

(b)  $\frac{8 \angle -20^\circ}{(2 + j)(3 - j4)} + \frac{10}{-5 + j12}$

(c)  $10 + (8 \angle 50^\circ)(5 - j12)$

Ans. (a)  $-0.4243 + j 4.97$ , (b)  $0.4151 - j 0.6281$ , (c)  $109.25 - j 31.07$ .

7. حول كلاً من التوابع الجيبية التالية إلى مطوار:

(a)  $-10 \cos(4t + 75^\circ)$

(b)  $5 \sin(20t - 10^\circ)$

(c)  $4 \cos(2t) + 3 \sin(2t)$

Ans. (a)  $10 \angle -105^\circ$ , (b)  $5 \angle -100^\circ$ , (c)  $5 \angle -36.87^\circ$ .

8. حول كل مطوار إلى تابع جيبي:

$$(a) V_1 = 60 \angle 15^\circ V, \omega = 1$$

$$(b) V_2 = 6 + j8V, \omega = 40$$

$$(c) I_1 = 2.8e^{\frac{-j\pi}{3}} A, \omega = 377$$

$$(d) I_2 = -0.5 - j1.2 A, \omega = 10^3$$

Ans.

$$(a) v_1(t) = 60 \cos(t + 15^\circ), (b) v_2(t) = 10 \cos(40t + 53.13^\circ), (c) i_1(t) = 2.8 \cos\left(377t - \frac{\pi}{3}\right),$$

$$(d) i_2(t) = 1.3 \cos(10^3 t + 247.4^\circ).$$

9. أوجد ما يلي مستعملاً المطوار .

$$(a) 3 \cos(20t + 10^\circ) - 5 \cos(20t - 30^\circ)$$

$$(b) 40 \sin 50t + 30 \cos(50t - 45^\circ)$$

$$(c) 20 \sin 400t + 10 \cos(400t + 60^\circ) - 5 \sin(400t - 20^\circ)$$

Ans. (a)  $3.32 \cos(20t + 114.49^\circ)$ , (b)  $64.78 \cos(50t + 70.89^\circ)$ , (c)  $9.44 \cos(400t - 44.7^\circ)$ .

10. يعطى الجهد الكهربائي بـ  $(v(t) = 20 \cos(5t - 30^\circ) V)$ . استعمل المطوار لإيجاد

$$10v(t) + 4 \frac{dv}{dt} - 2 \int_{-\infty}^t v(t) dt$$

افترض أن قيمة التكامل معدومة عند  $(t = -\infty)$ .

Ans.  $f(t) = 454.4 \cos(5t + 33.89^\circ)$ .

11. أوجد  $(v(t))$  للمعادلتين التفاضليتين - التكامليتين التاليتين مستعملاً طريقة المطوار .

$$(a) v(t) + \int v dt = 10 \cos t$$

$$(b) \frac{dv}{dt} + 5v(t) + 4 \int v dt = 20 \sin(4t + 10^\circ)$$

Ans. (a)  $v(t) = 7.071 \cos(t + 45^\circ)$ , (b)  $v(t) = 3.43 \cos(4t - 110.96^\circ)$ .

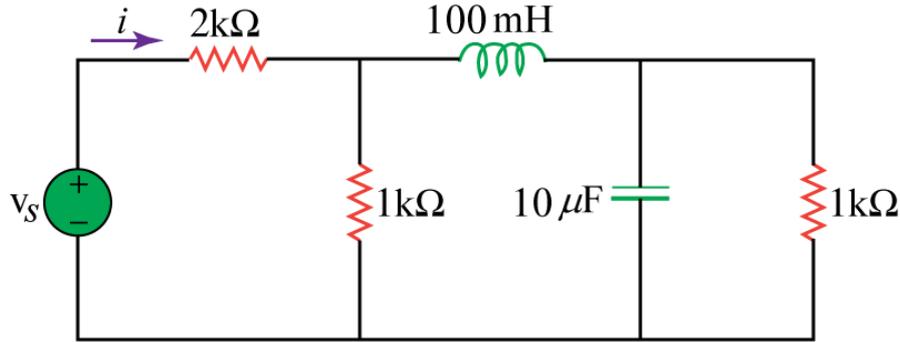
**12.** يُطبق الجهد  $(v(t) = 100 \cos(60t + 20^\circ) V)$  على مقاومة  $(40 k\Omega)$  ومكثف  $(50 \mu F)$  موصولين على التفرع. أوجد قيمة كل من التيار المار في المقاومة والتيار المار في المكثف في الحالة المستقرة.

**Ans.** (a)  $i_R = 2.5 \cos(60t + 20^\circ) mA$ , (b)  $i_C = -300 \sin(60t + 20^\circ) mA$ .

**13.** لنفترض وجود دائرة كهربائية  $(RLC)$  تسلسلية، فيها  $(R = 80 \Omega)$ ، و  $(L = 240 mH)$ ، و  $(C = 5 mF)$ . إذا فرضنا أن الجهد الكهربائي المطبق على الدارة  $(v(t) = 10 \cos 2t)$ ، أوجد التيار الكهربائي المار في عناصر الدارة.

**Ans.**  $i(t) = 78.3 \cos(2t + 51.26^\circ) mA$ .

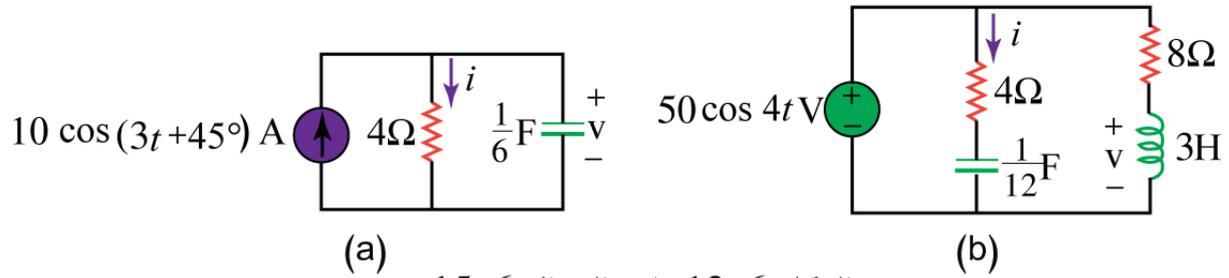
**14.** لنفترض الدارة الكهربائية المبينة في الشكل 14.6. إذا فرضنا أن الجهد الكهربائي المطبق على الدارة  $(v_s = 60 \cos(200t - 10^\circ) V)$ ، أوجد التيار الكهربائي  $(i)$ .



الشكل 12-6 دائرة السؤال 14-6

**Ans.**  $i = 266.1 \cos(200t - 3.896^\circ) mA$ .

15. أوجد التيار الكهربائي ( $i$ )، والجهد الكهربائي ( $v_s$ ) لكل من الدارتين المبينتين في الشكل 13.6.



الشكل 13-6 دائرة السؤال 15-6

Ans. (a)  $i(t) = 4.472 \cos(3t - 18.43^\circ) A$ ,  $v(t) = 17.89 \cos(3t - 18.43^\circ) V$   
 (b)  $i(t) = 10 \cos(4t + 36.87^\circ) A$ ,  $v(t) = 41.6 \cos(4t + 33.69^\circ) V$ .

# الفصل السابع: المحولات الكهربائية

## المخرجات:

فهم مبدأ عمل المحولات الكهربائية وأنواعها وقوانينها الرئيسية.

## الكلمات المفتاحية:

التحريض المتبادل (Mutual Inductance)، المحول الخطي (Linear Transformer)، المحول المثالي (Ideal Transformer)، المحول الذاتي (Autotransformer).

## الملخص:

يمكن النظر إلى الدارات التي درسناها في الفصول السابقة، على أنها دارات تربط بعضها ببعض بالتوصيل (conductively coupled). في هذه الحالة، تؤثر حلقة ما في دارة كهربائية على حلقة مجاورة لها عن طريق تيار التوصيل. عندما توجد حلقتان متصلتان أو منفصلتان تؤثر كل منهما على الأخرى عن طريق المجال المغناطيسي المتولد في إحدهما، يقال أنهما مرتبطتان مغناطيسياً (magnetically coupled). المحول (transformer) هو عنصر كهربائي مصمم على أساس مفهوم الترابط المغناطيسي. يتكون المحول من ملفات مترابطة مغناطيسياً تنقل لطاقة من دارة إلى أخرى. والمحولات هي عناصر رئيسة في الدارات. تُستعمل المحولات في أنظمة الاستطاعة لترفع أو تخفض الجهود أو التيارات المتناوبة. وتُستعمل في الدارات الإلكترونية (مستقبلات لراديو ولتلفزيون مثلاً) بهدف تحقيق توافق الممانعات، كما تُستعمل لعزل جزء من دارة عن جزء آخر، ومرة أخرى لترفع أو تخفض الجهود أو التيارات المتناوبة. وسنبدأ بعرض مفهوم التحريض المتبادل (mutual inductance)، وإدخال مصطلح نقطة العلام (dot convention) المستعملة لتحديد قطبية الجهد على المكونات المترابطة تحريضياً. واستناداً إلى فكرة التحريض المتبادل، ندرس المحول كعنصر جديد من عناصر الدارات الكهربائية. وسندرس بعد ذلك المحول الخطي (linear transformer)، والمحول المثالي (ideal transformer)، والمحول الذاتي (autotransformer).

## الأهداف التعليمية:

يهدف هذا الفصل إلى تمكين الطالب من اكتساب لمقدرة على استيعاب مفاهيم الملفات المترابطة مغناطيسياً وتطبيقها على المحولات الكهربائية الخطية والمثالية والذاتية.

## المخطط:

### الفصل السابع: المحولات الكهربائية [ILO7] Transformers (أسبوع)

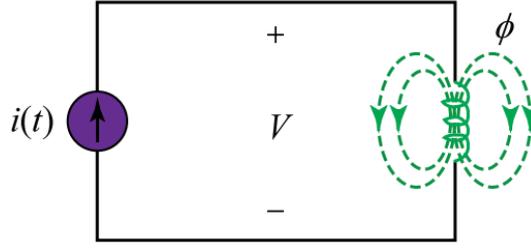
- التحريض المتبادل Mutual Inductance
- المحولات الخطية Linear Transformers
- المحولات المثالية Ideal Transformers
- المحولات الذاتية المثالية Ideal Autotransformers

## مقدمة

يمكن النظر إلى الدارات التي درسناها في الفصول السابقة، على أنها دارات تربط بعضها ببعض بالتوصيل (conductively coupled). في هذه الحالة، تؤثر حلقة ما في دارة كهربائية على حلقة مجاورة لها عن طريق تيار التوصيل. عندما توجد حلقتان متصلتان أو منفصلتان تؤثر كل منهما على الأخرى عن طريق المجال المغناطيسي المتولد في إحدهما، يقال أنهما مرتبطتان مغناطيسياً (magnetically coupled). المحول (transformer) هو عنصر كهربائي مصمم على أساس مفهوم الترابط المغناطيسي. يتكون المحول من ملفات مترابطة مغناطيسياً تنقل الطاقة من دارة إلى أخرى. والمحولات هي عناصر رئيسة في الدارات. تُستعمل المحولات في أنظمة الاستطاعة لترفع أو تخفض الجهود أو التيارات المتناوبة. وتُستعمل في الدارات الإلكترونية (مستقبلات الراديو والتلفزيون مثلاً) بهدف تحقيق توافق الممانعات، كما تُستعمل لعزل جزء من دارة عن جزء آخر، ومرة أخرى لترفع أو تخفض الجهود أو التيارات المتناوبة. وسنبدأ بعرض مفهوم التحريض المتبادل (mutual inductance) وإدخال مصطلح نقطة العلام (dot convention) المستعملة لتحديد قطبية الجهد على المكونات المترابطة تحريضياً. واستناداً إلى فكرة التحريض المتبادل، ندرس المحول كعنصر جديد من عناصر الدارات الكهربائية. وسندرس بعد ذلك المحول الخطي (linear transformer)، والمحول المثالي (ideal transformer)، والمحول الذاتي (autotransformer).

## 1. التحريض المتبادل MUTUAL INDUCTANCE

عندما يتوضع ملفان على مقربة شديدة من بعضهما البعض، يرتبط التدفق المغناطيسي (magnetic flux) الناتج عن تيار أحد الملفين مع الملف الآخر، محرضاً جهداً كهربائياً على طرفي الملف الآخر. وتعرف هذه الظاهرة باسم التحريض المتبادل (inductance mutual). دعونا أولاً نأخذ بالحسبان ملفاً وحيداً له (  $N$  ) لفة. عندما يمر به تيار (  $i$  )، ينتج حوله تدفق مغناطيسي (  $\phi$  ) كما هو مبين في الشكل 1.7.



الشكل 1.7

وفقاً لقانون فاراداي (Faraday's law)، يتناسب الجهد المتحرض (  $v$  ) في الملف طردياً مع عدد اللفات (  $N$  ) ومعدل تغير التدفق المغناطيسي (  $\phi$  ). أي،

$$v = N \frac{d\phi}{dt} \quad (1.7)$$

ينتج التدفق المغناطيسي (  $\phi$  ) عن التيار (  $i$  ) وبالتالي، ينجم أي تغير في التدفق المغناطيسي (  $\phi$  ) عن التغير في التيار (  $i$  ). يمكن إعادة كتابة المعادلة (1.7) على النحو التالي:

$$v = N \frac{d\phi}{di} \frac{di}{dt} \quad (2.7)$$

أو،

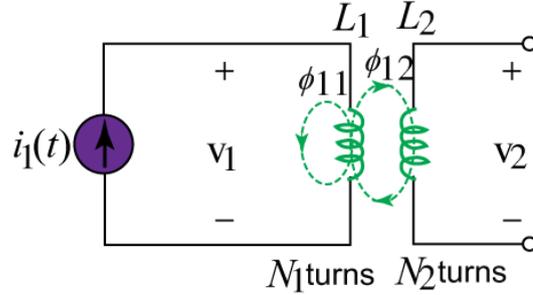
$$v = L \frac{di}{dt} \quad (3.7)$$

وهي علاقة الجهد - التيار لملف. نستنتج من العلاقتين (1.7) و (2.7) معامل التحريض الذاتي (  $L$  ) لملف.

$$L = N \frac{d\phi}{di} \quad (4.7)$$

وهذا ما يسمى عادة التحريض الذاتي (self-inductance)، ويتعلق بالجهد المتحرض في ملف نتيجة تغير تيار الملف نفسه.

لننظر الآن إلى ملفين قريبين جداً من بعضهما البعض، لهما التحريض الذاتي  $(L_1)$  و  $(L_2)$  (الشكل 2.7).



الشكل 2-7 التحريض المتبادل  $(M_{21})$  للملف (2) بالنسبة للملف (1)

يتكون الملف (1) من  $(N_1)$  لفة، ويتكون الملف (2) من  $(N_2)$  لفة. نفترض للتبسيط أن الملف الثاني لا يمرر أي تيار. يتكون التدفق المغناطيسي المنبثق عن الملف (1)  $(\phi_1)$  من مركبتين: ترتبط المركبة الأولى  $(\phi_{11})$  بالملف (1)، وترتبط المركبة الثانية  $(\phi_{12})$  بكلا الملفين، وبالتالي،

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} \quad (5.7)$$

بالرغم من أن الملفين منفصلان فيزيائياً، لكنهما مرتبطان مغناطيسياً. يرتبط كامل التدفق المغناطيسي  $(\phi_1)$  بالملف (1)، بالتالي يكون الجهد المتحرض في الملف (1)،

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} \quad (6.7)$$

ويرتبط فقط التدفق المغناطيسي  $(\phi_{12})$  بالملف (2)، بالتالي يكون الجهد المتحرض في الملف (2)،

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} \quad (7.7)$$

بما أن التدفقات المغناطيسية نتجت عن التيار ( $i_1$ ) في الملف (1)، يمكن إعادة كتابة العلاقة (6.7) كما يلي:

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{di_1} \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (8.7)$$

حيث أن ( $L_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{di_1}$ ) هو التحريض الذاتي للملف (1). وبالمثل، يمكن إعادة كتابة العلاقة (7.7):

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (9.7)$$

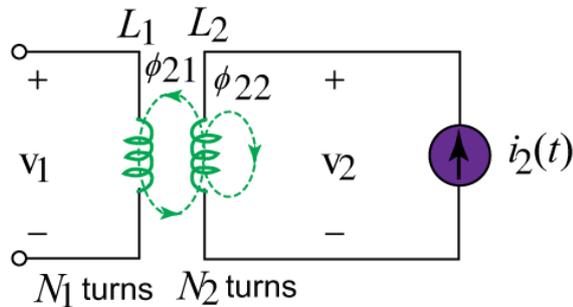
حيث أن:

$$M_{21} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \quad (10.7)$$

تُعرف ( $M_{21}$ ) بالتحريض المتبادل للملف (2) بالنسبة للملف (1). تُشير الدالة (21) إلى أن معامل التحريض المتبادل ( $M_{21}$ ) يربط بين الجهد المُتحرض في الملف (2) وبين تيار الملف (1). وهكذا، فإن الجهد المتبادل للدائرة المفتوحة عبر الملف (2) هو،

$$v_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (11.7)$$

لنفترض الآن أن التيار ( $i_2$ ) يمر في الملف (2) بينما لا يمر أي تيار في الملف (1) (الشكل 3.7).



الشكل 3-7 التحريض المتبادل ( $M_{21}$ ) للملف (1) بالنسبة للملف (2)

يتكون التدفق المغناطيسي ( $\phi_2$ ) المنبثق عن الملف (2) من مركبتين: ترتبط المركبة الأولى ( $\phi_{22}$ ) بالملف (2)، وترتبط المركبة الثانية ( $\phi_{21}$ ) بكلا الملفين. وبالتالي،

$$\phi_2 = \phi_{22} + \phi_{21} \quad (12.7)$$

يرتبط كامل التدفق المغناطيسي ( $\phi_2$ ) بالملف (2)، لذلك يكون الجهد المتحرض في الملف (2)،

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_2}{di_2} \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (13.7)$$

حيث أن ( $L_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{di_2}$ ) هو التحريض الذاتي للملف (2). وبما أن التدفق المغناطيسي ( $\phi_{21}$ ) يرتبط بالملف (1)، يكون الجهد المتحرض في الملف (1).

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dt} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} \frac{di_2}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (14.7)$$

حيث أن:

$$M_{12} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} \quad (15.7)$$

تُعرف ( $M_{12}$ ) بالتحريض المتبادل للملف (1) بالنسبة للملف (2). وهكذا، فإن الجهد المتبادل للدائرة المفتوحة عبر الملف (1) هو،

$$v_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (16.7)$$

يمكن برهان أن ( $M_{12}$ ) و ( $M_{21}$ ) متساويتان،

$$M_{12} = M_{21} = M \quad (17.7)$$

نرمز للتحريض المتبادل بين الملفين بالرمز  $(M)$ ، وللتحريض الذاتي بالرمز  $(L)$ . يُقاس التحريض المتبادل بين الملفين  $(M)$  بالهنري  $(H)$ . يكون الترابط المتبادل حاضراً فقط عندما تكون الملفات على مقربة شديدة من بعضها البعض، وعندما تُغذى دارات الملفات بمنابع متناوبة. تسلك الملفات في حالة المنابع المستمرة سلوك دائرة القصر.

نستنتج من الحالتين المبينتين في الشكلين (2.7) و(3.7) أن التحريض المتبادل يكون حاضراً عندما يتحرض جهد كهربائي في دائرة بفعل مرور التيار المتناوب (المتغير مع الزمن) في الدائرة الأخرى. وهذه هي خاصية الملف الذي يُنتج جهداً بالتفاعل مع التيار المتغير في ملف آخر قريب منه.

التحريض المتبادل (Mutual inductance)، هو قدرة ملف يمر به تيار متغير على تحريض جهد كهربائي على طرفي ملف مجاور، ويقاس التحريض المتبادل بالهنري  $(H)$ . وعلى الرغم من أن التحريض المتبادل

$(M)$  هو مقدار موجب دوماً، فإن الجهد المتبادل  $(M \frac{di}{dt})$  قد يكون موجباً أو سالباً، تماماً كما هو الحال

بالنسبة لجهد التحريض الذاتي لملف  $(L \frac{di}{dt})$ . مع ذلك، ليس من السهل تحديد قطبية الجهد المتبادل  $(M \frac{di}{dt})$

بسبب وجود أربعة أطراف، على عكس جهد التحريض الذاتي  $(L \frac{di}{dt})$ ، الذي تتحدد قطبيته بالاتجاه المرجعي

للتيار وبالقطبية المرجعية للجهد. يتحدد اختيار القطبية الصحيحة للجهد المتبادل  $(M \frac{di}{dt})$  عن طريق تفحص

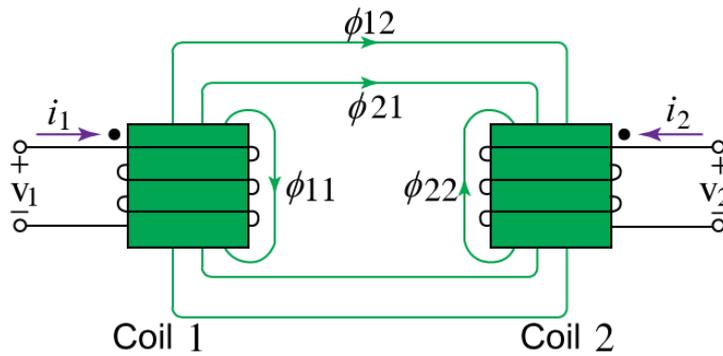
توجيه اللف، أو بطريقة أخص، يجري بها تعليم الملفين وتطبيق قانون لينز (Lenz's law) بالتزامن مع قاعدة

أصابع اليد اليمنى (right-hand rule). بما أنه ليس من المناسب إظهار تفاصيل بناء الملفات على مخطط

الدائرة الكهربائية، نطبق مصطلح نقطة العلام (dot convention) عند تحليل الدارات.

بموجب هذا المصطلح، توضع نقطة علام عند أحد أطراف كل من الملفين المترابطين مغناطيسياً في الدائرة،

للدلالة على اتجاه التدفق المغناطيسي إذا دخل التيار من هذا الطرف. وهذا ما يوضحه الشكل 4.7.



الشكل 4-7 توضيح اصطلاح التعليم بنقطة العلام

نجد نقاط العلام على أحد طرفي كل ملف من ملفات أية دائرة معطاة، بحيث لا نحتاج إلى عناء في البحث عن كيفية وضعها. وتُستعمل النقاط وفقاً للاصطلاح التالي لنقطة العلام بغية تحديد قطبية الجهد المتبادل: إذا دخل التيار من نقطة العلام على طرف الملف الأول، تكون القطبية المرجعية للجهد المتبادل على طرفي الملف الثاني موجبة عند الطرف المعلم له.

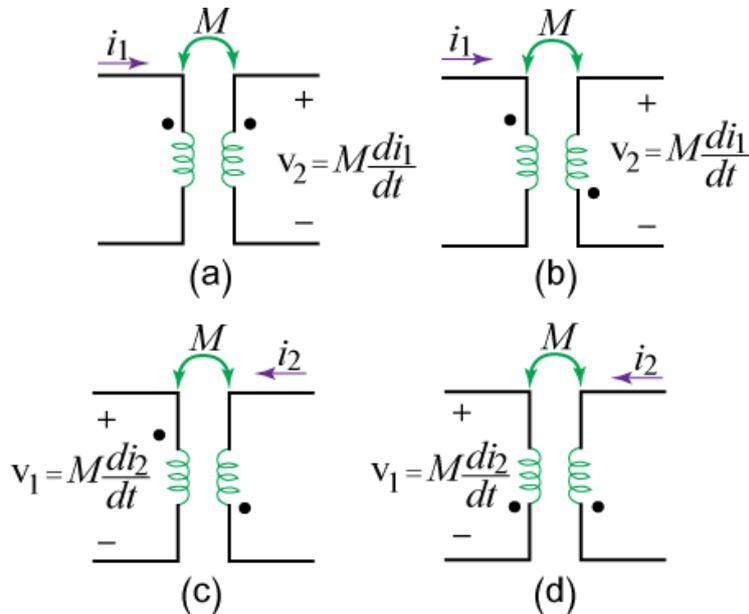
وبعبارة أخرى،

إذا خرج التيار من نقطة العلام على طرف الملف الأول، تكون القطبية المرجعية للجهد المتبادل على طرفي الملف الثاني سالبة عند الطرف المعلم له.

بالتالي، تعتمد القطبية المرجعية، للجهد المتبادل على طرفي ملف، على الاتجاه المرجعي للتيار المحرض وعلى نقاط العلام الموجودة على أطراف الملفات المترابطة.

يوضح الشكل 5.7 تطبيق اصطلاح نقطة العلام لأربعة أزواج من الملفات المترابطة تبادلياً. تُحدد إشارة الجهد المتبادل ( $v_2$ ) في دائرة الملفات المترابطة المبينة في الشكل 5.7(a)، وفقاً لقطبية الجهد ( $v_2$ ) المرجعية واتجاه التيار ( $i_1$ ) المرجعي. بما أن التيار ( $i_1$ ) يدخل من طرف الملف (1) المعلم بنقطة العلام، يكون الجهد ( $v_2$ ) موجباً عند طرف الملف (2) المعلم بنقطة العلام، والجهد المتبادل هو  $(+M \frac{di_1}{dt})$ .

في حالة الملفات المترابطة المبينة في الشكل 5.7(b)، يدخل التيار ( $i_1$ ) من طرف الملف (1) المعلم بنقطة العلام والعلام ويكون الجهد ( $v_2$ ) سالباً عند طرف الملف (2) المعلم بنقطة العلام. لهذا السبب يكون الجهد المتبادل  $(-M \frac{di_1}{dt})$ . ويُطبق نفس المنطق على الملفات في الشكلين 5.7(c) و 5.7(d).



الشكل 5-7 أمثلة توضح كيفية تطبيق اصطلاح التعلیم بنقطة العلام

يبين الشكل 6.7 اصطلاح نقطة العلام لمفدين مترابطين موصولين على التسلسل. بالنسبة للملف المبين في الشكل 6.7(a)، يُعطى التحريض الكلي بالعلاقة التالية:

$$L = L_1 + L_2 + 2M \quad (18.7)$$

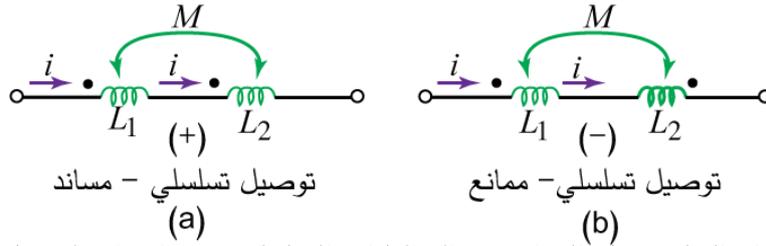
(وصل تسلسلي مساند)

وبالنسبة للملف المبين في الشكل 6.7(b)، يُعطى التحريض الكلي بالعلاقة التالية:

$$L = L_1 + L_2 - 2M \quad (19.7)$$

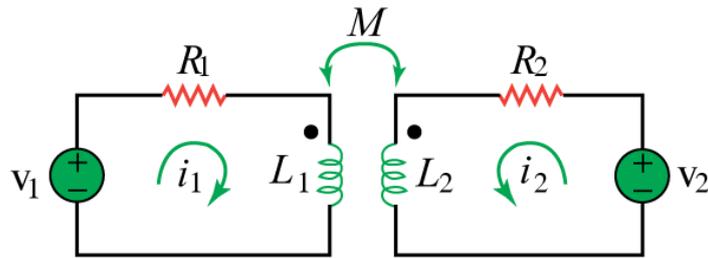
(وصل تسلسلي معاكس)

تعلمنا الآن كيف نحدد قطبية الجهد المتبادل، وكيف نحلل الدارات التي تحتوي على التحريض المتبادل.



الشكل 6-7 اصطلاح التعليم بنقطة العلام في حالة الملفات التسلسلية تشير الإشارة إلى قطبية الجهد المتبادل

كمثال أول، نفترض الدارة المبينة في الشكل 7.7.



الشكل 7-7 التحليل بمستوى الزمن لدارة تحتوي على ملفات مترابطة

يُعطى تطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الملف (1):

$$v_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad ((a)20.7)$$

يُعطى تطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الملف (2):

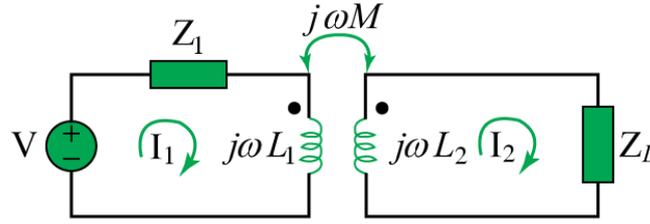
$$v_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad ((b)20.7)$$

يُمكن أن نكتب العلاقة 20.7 في مجال التردد كما يلي:

$$V_1 = (R_1 + j\omega L_1)I_1 + j\omega M I_2 \quad ((a)21.7)$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + (R_2 + j\omega L_2)I_2 \quad ((b)21.7)$$

كمثال ثان، نفترض الدارة المبينة في الشكل 8.7. نُحلل هذه الدارة في مجال التردد.



الشكل 8-7 التحليل بمستوى التردد لدارة تحتوي على ملفات مترابطة

يُعطى تطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الملف (1):

$$V = (Z_1 + j\omega L_1)I_1 - j\omega M I_2 \quad ((a)22.7)$$

يُعطى تطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الملف (2):

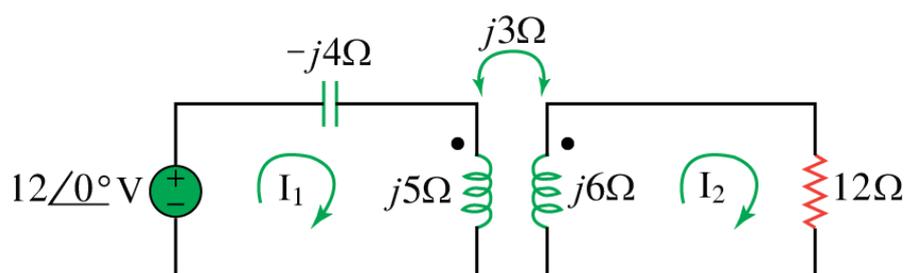
$$0 = -j\omega M I_1 + (Z_L + j\omega L_2)I_2 \quad ((b)22.7)$$

يمكن إيجاد قيم التيارات بحل المعادلتين (21.7) و (22.7) بالطرق المعتادة.

عند هذا المستوى من المقدمة، لم نكن معنيين بتحديد قيم معاملات التحريض المتبادل للملفات، ولا بتوضيح التعليم النقطي لها. يعتمد حساب معامل التحريض المتبادل ( $M$ ) على تطبيق النظرية الكهرطيسية وعلى الخواص الفيزيائية الفعلية للملفات، كما هو الحال بالنسبة لحساب المقاومة ( $R$ ) والملف ( $L$ ) والمكثف ( $C$ ). نفترض في هذا الفصل أن معامل التحريض المتبادل وتوضيح نقاط العلام هي من معطيات المسألة المراد حلها، مثلها مثل مكونات الدارة الأخرى كالمقاومة ( $R$ )، والملف ( $L$ )، والمكثف ( $C$ ).

### مثال 1:

نفترض الدارة المبينة في الشكل 9.7. يُطلب حساب مطوار التيارات ( $I_1$ )، و( $I_2$ ).



الشكل 9-7 دارة المثال 1

### الحل 1:

يُعطى تطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الملف (1):

$$\begin{aligned} -12 + (-j4 + j5)I_1 - j3I_2 &= 0 \\ jI_1 - j3I_2 &= 12 \end{aligned}$$

ويُعطى تطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الملف (2):

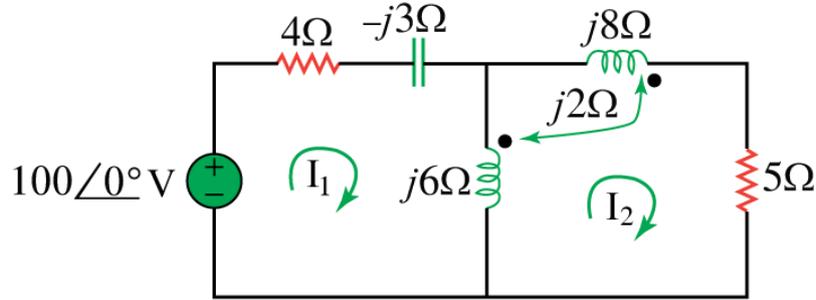
$$\begin{aligned} -j3I_1 + (12 + j6)I_2 &= 0 \\ I_1 &= \frac{(12 + j6)I_2}{j3} = (2 - j4)I_2 \end{aligned}$$

بالحل المشترك نجد:

$$I_1 = (2 - j4)I_2 = (4.472 \angle -63.43^\circ)(2.91 \angle 14.04^\circ) = 13.01 \angle -49.39^\circ \text{ A}$$

مثال 2:

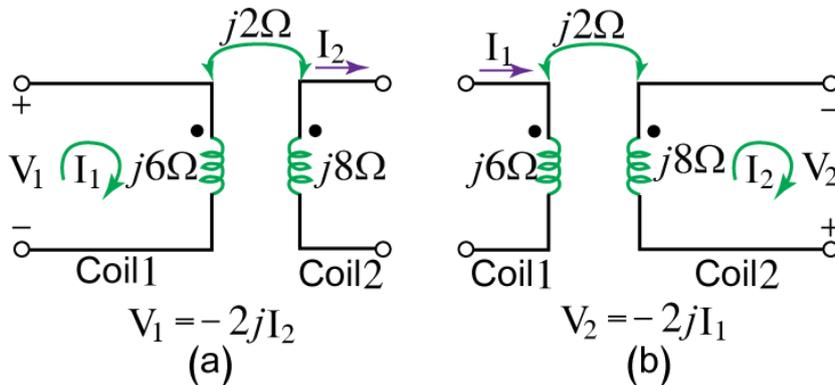
نفترض الدارة المبينة في الشكل 10.7. يُطلب حساب تيارات الحلقات  $(I_1)$  و  $(I_2)$ .



الشكل 10-7 دائرة المثال 2

الحل 2:

مفتاح تحليل الدارات المترابطة مغناطيسيا هو معرفة قطبية الجهد المتبادل، وتطبيق قاعدة نقطة العلام. نفترض في دائرة الشكل 10.7 أن ممانعة الملف (1) هي  $(6 \Omega)$  وأن ممانعة الملف (2) هي  $(8 \Omega)$ . سنحدد قطبية الجهد المتبادل في الملف (1) والناجم عن التيار  $(I_2)$ ، نلاحظ أن التيار  $(I_2)$  يترك نقطة العلام في الملف (2). وبما أننا نطبق قانون كيرشوف للجهود (KVL) باتجاه عقارب الساعة، فإن هذا يعني أن الجهد المتبادل سلبى وقيمته  $(-j2I_2)$ . لمعرفة الجهد المتبادل في الملف (1) الناجم عن التيار  $(I_2)$ ، نأخذ بالحسبان الجزء المعنى من الدارة والمبين في الشكل 11.7(a). من الواضح أن الجهد المتبادل هو  $(V_1 = -2jI_2)$ .



الشكل 11-7 دائرة المثال 2 إعادة رسم الجزء المعنى من دائرة الشكل 10-7 لإيجاد الجهود المتبادلة باستعمال اصطلاح نقطة العلام

وهكذا، يعطي تطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الحلقة (1) في الشكل 11.7:

$$\begin{aligned} -100 + I_1(4 - j3 + j6) - j6I_2 - j2I_2 &= 0 \\ 100 &= (4 + j3)I_1 - j8I_2 \end{aligned}$$

وبالمثل، لمعرفة الجهد المتبادل في الملف (2) الناتج عن التيار ( $i_1$ )، نأخذ بالحسبان الجزء المعني من الدارة والمبين في الشكل 11.7(b). ويتطبيق اصطلاح نقطة العلام نحصل على الجهد المتبادل ( $V_2 = -2jI_1$ ). أيضاً يرى التيار ( $i_2$ ) الملفين المترابطين في الشكل 11.7 على التسلسل؛ بما أنه يخرج من نقطتي العلام على كلا الملفين، تُطبق العلاقة (18.7). وهكذا، يعطي تطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الحلقة (2):

$$\begin{aligned} 0 &= -2jI_1 - j6I_1 + (j6 + j8 + j2 \times 2 + 5)I_2 \\ 0 &= -j8I_1 + (5 + j18)I_2 \end{aligned}$$

باستعمال صيغة المصفوفات:

$$\begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + j3 & -j8 \\ -j8 & 5 + j18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

نجد بالتالي المحددات:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 4 + j3 & -j8 \\ -j8 & 5 + j18 \end{bmatrix} = 30 + j87, \quad \Delta_1 = \begin{bmatrix} 100 & -j8 \\ 0 & 5 + j18 \end{bmatrix} = 100(5 + j18),$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 4 + j3 & 100 \\ -j8 & 0 \end{bmatrix} = j800,$$

فنحصل على تيارات الحلقات:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{100(5 + j18)}{(30 + j87)} = \frac{1868.2 \angle 74.5^\circ}{92.03 \angle 71^\circ} = 20.3 \angle 3.5^\circ \text{ A},$$

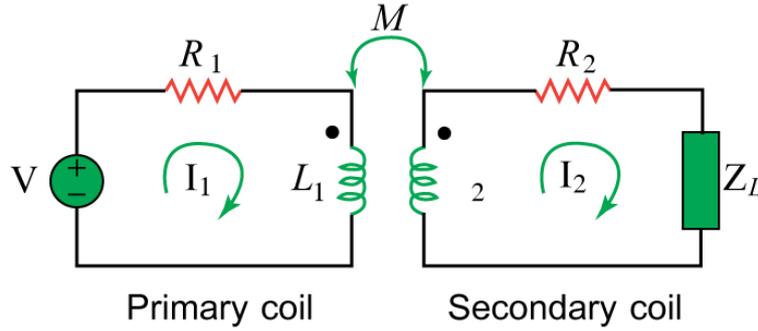
$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{j800}{(30 + j87)} = \frac{800 \angle 90^\circ}{92.03 \angle 71^\circ} = 8.693 \angle 19^\circ \text{ A},$$

## 2. المحولات الخطية LINEAR TRANSFORMERS

نقدم هنا عنصراً جديداً من عناصر الدارة الكهربائية هو المحول (transformer). يمتاز المحول، الذي هو عنصر مغناطيسي، بأن له تحريض متبادل.

المحول هو عنصر رباعي الأقطاب، يتكون من ملفين مترابطين مغناطيسياً أو أكثر.

يسمى الملف الموصول مباشرة إلى منبع الجهد بالملف الابتدائي (primary winding) كما هو مبين في الشكل 12.7. ويُسَمَّى الملف الموصول بالحمل بالملف الثانوي (secondary winding).



الشكل 7-12 محول خطي

يجري تضمين المقاومتين ( $R_1$ ) و ( $R_2$ ) في الملف لحساب الفقد أو تبديد الطاقة (power dissipation). ويقال أن المحولات تكون خطية إذا لُفَّت على قلب مصنوع من مواد مغناطيسية خطية، كالمواد التي معامل نفوذيتها المغناطيسي (magnetic permeability) ثابت. وتشمل هذه المواد الهواء، والبلاستيك، والباكليت، والخشب. في الواقع، معظم المواد المغناطيسية هي مواد خطية. تسمى المحولات الخطية (linear transformers) أحياناً المحولات ذات القلب الهوائي (air-core transformers)، على الرغم من أنه ليس بالضرورة كلها ذات قلب هوائي. وهي تستعمل في أجهزة الراديو والتلفزيون. ويبين الشكل 13.7 أنواعاً مختلفة من المحولات.



محول استطاعة بملف نحاسي جامد

(a)

محولات صوتية

(b)

الشكل 7-13 أنواع متعددة من المحولات

نحسب ممانعة الدخل ( $Z_{in}$ ) كما تُرى من المنبع، لأن ( $Z_{in}$ ) تحكم سلوك الدارة الابتدائية. بتطبيق قانون كيرشوف للجهود (KVL) على الحلقتين في الشكل 12.7 نحصل على،

$$V = (R_1 + j\omega L_1)I_1 - j\omega M I_2 \quad ((a)23.7)$$

$$0 = -j\omega M I_1 + (R_2 + j\omega L_2 + Z_L)I_2 \quad ((b)23.7)$$

ونحسب التيار ( $I_2$ ) من المعادلة ((b)23.7) بدلالة التيار ( $I_1$ )، ثم نعوض قيمته في المعادلة ((a)23.7)، فنحصل على ممانعة الدخل ( $Z_{in}$ ).

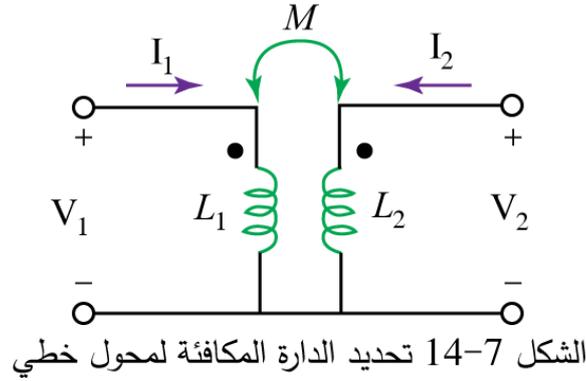
$$Z_{in} = \frac{V}{I_1} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + Z_L} \quad (24.7)$$

تتضمن ممانعة الدخل حدين: الحد الأول ( $R_1 + j\omega L_1$ ) هو ممانعة الملف الأولي، والحد الثاني هو الممانعة الناتجة عن الترابط بين ملفات الابتدائي والثانوي. وهذه الممانعة هي الممانعة المنعكسة إلى الملف الابتدائي ( $Z_R$ )، وتعطى بالعلاقة:

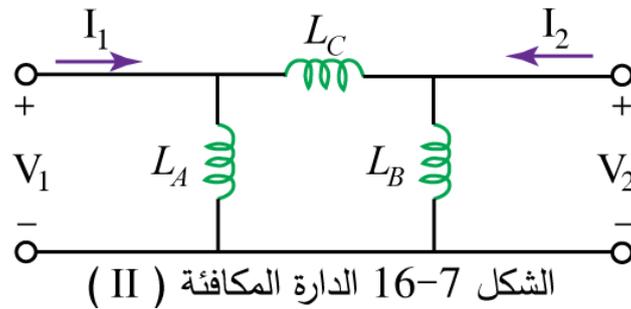
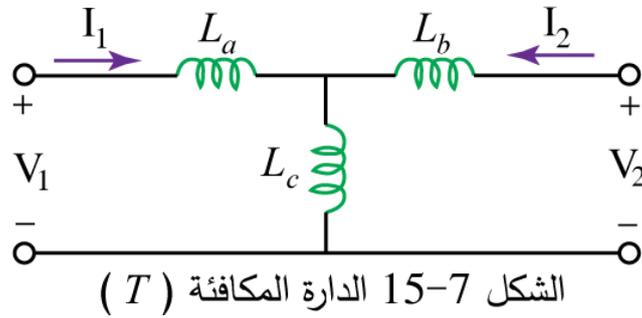
$$Z_R = \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + Z_L} \quad (25.7)$$

تجدر الإشارة إلى أن النتيجة في المعادلة (24.7) أو (25.7) لم تتأثر بمواقع نقاط العلام على المحولات، إذ نحصل على نفس النتيجة عندما نستبدل ( $-M$ ) ب ( $M$ ). من يمتلك بعض الخبرة في تحليل الدارات المترابطة مغناطيسياً، يمكن أن يُفنع أي شخص بأن تحليل هذه الدارات ليس سهلاً، كما هو الحال بالنسبة للدارات التي مرت معنا في الفصول السابقة. لهذا السبب، يكون من المناسب في بعض الأحيان أن نستبدل دارة مكافئة بدون ترابط مغناطيسي بدارة مترابطة مغناطيسياً.

يمكن أن نستبدل الدارة المكافئة (  $T$  ) أو (  $\Pi$  ) بدون تحريض متبادل بدارة المحول الخطي المبينة في الشكل 12.7. نتجاهل هنا مقاومات الملفات، ونفترض أن الملفات لديها نقطة مرجعية مشتركة (أرضي) كما هو مبين في الشكل 14.7.



إن افتراض وجود أرضي مشترك للملفين يفضي إلى تقييد رئيس في الدارة المكافئة. فُرض الأرضي المشترك على المحول الخطي المبين في الشكل 14.7 لضرورة وجود أرضي مشترك في الدارة المكافئة (  $T$  ) أو (  $\Pi$  )؛ انظر الشكلين 15.7 و 16.7.



تقضي علاقات الجهد - التيار للمففين الابتدائي والثانوي إلى معادلة المصفوفة التالية:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (26.7)$$

بإيجاد معكوس المصفوفة، نجد:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_2}{j\omega(L_1 L_2 - M^2)} & \frac{-M}{j\omega(L_1 L_2 - M^2)} \\ \frac{-M}{j\omega(L_1 L_2 - M^2)} & \frac{L_1}{j\omega(L_1 L_2 - M^2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (27.7)$$

هدفنا هو توافق المعادلتين (26.7) و(27.7) مع المعادلات المقابلة (T) و(Π). في حالة الشبكة T أو (Y) من الشكل 15.7، يُعطي التحليل بالحلقات المعادلات النهائية كما يلي:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega(L_a + L_c) & j\omega L_c \\ j\omega L_c & j\omega(L_a + L_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (28.7)$$

إذا كانت الدارتان في الشكلين 14.7 و 15.7 متكافئتين، ينبغي أن تكون المعادلتان (26.7) و(28.7) متماثلتين. يؤدي ساواة الحدود في مصفوفات الممانعات للمعادلتين (26.7) و(28.7) إلى:

$$L_a = L_1 - M, \quad L_b = L_2 - M, \quad L_c = M \quad (29.7)$$

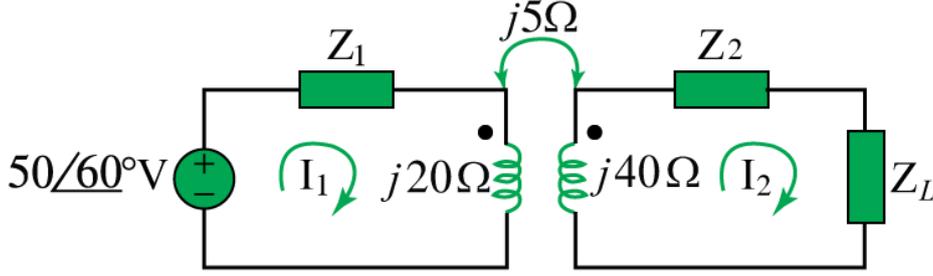
يُعطي التحليل بالحلقات للدارة المكافئة Π أو (Δ) المبينة في الشكل 16.7 المعادلات النهائية التالية:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega L_A} + \frac{1}{j\omega L_C} & \frac{1}{j\omega L_C} \\ -\frac{1}{j\omega L_C} & \frac{1}{j\omega L_B} + \frac{1}{j\omega L_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (30.7)$$

بمساواة الحدود في مصفوفات السماحيات للمعادلتين (27.7) و(30.7)، نحصل على:

$$L_A = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2 - M}, \quad L_B = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - M}, \quad L_C = \frac{L_1 L_2 - M^2}{M} \quad (31.7)$$

نلاحظ من الشكلين 16.7 و 17.7 أن الملفات غير مترابطة مغناطيسياً. ونلاحظ أيضاً أن تغيير مواقع نقاط العلام في الشكل 14.7 يمكن أن يغير ( $M$ ) إلى ( $-M$ ).



الشكل 7-17 دائرة المثال 3

المثال 3:

في الدارة المبينة في الشكل 17.7، يُطلب حساب ممانعة الدخل وتيار الحلقة الأولى ( $I_3$ ).

الحل 3:

من المعادلة،

$$Z_{in} = \frac{V}{I_1} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + Z_L} \quad (24.7)$$

$$Z_{in} = Z_1 + j20 + \frac{(5)^2}{j40 + Z_2 + Z_L} = 60 - j100 + j20 + \frac{25}{110 + j140} = 60 - j80 + 0.14 \angle -51.84^\circ$$

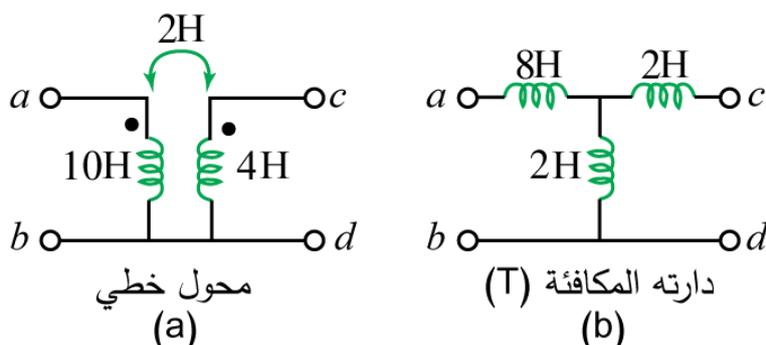
$$Z_{in} = 60.09 - j80.11 = 100.14 \angle -53.1^\circ \Omega$$

وهكذا،

$$I_1 = \frac{V}{Z_{in}} = \frac{50 \angle 60^\circ}{100.14 \angle -53.1^\circ} = 0.5 \angle 113.1^\circ A$$

المثال 4:

يُطلب إيجاد الدارة المكافئة (T) للمحول الخطي المبين في الشكل 18.7(a).



الشكل 18-7 دائرة المثال 4

الحل 4:

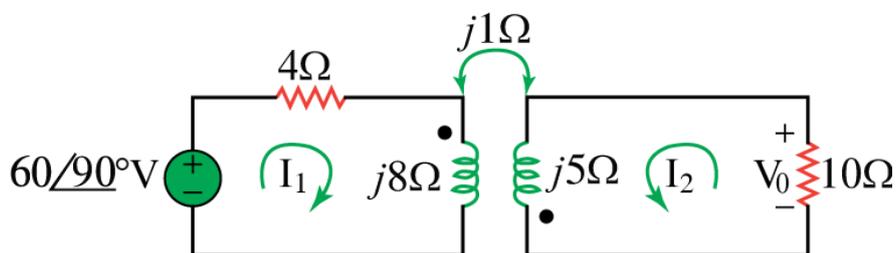
بمعرفة أن:  $L_1 = 10$ ,  $L_2 = 4$ , and  $M = 2$ ، تكون محددات الدارة المكافئة (T):

$$L_a = L_1 - M = 10 - 2 = 8 H, \quad L_b = L_2 - M = 4 - 2 = 2 H, \quad L_c = M = 2 H,$$

يبين الشكل 18.7(b) الدارة المكافئة (T). كنا قد افترضنا تطابق اتجاهات التيارات وقطبية الجهود للملفين الابتدائي والثانوي مع مثيلاتها في الشكل 14.7. وإلا ينبغي أن نستبدل  $(-M)$  بـ  $(M)$ .

المثال 5:

يُطلب إيجاد التيارات  $(I_1)$ ، و  $(I_2)$  والجهد  $(v_o)$  للدارة المبينة في الشكل 19.7 مستعملاً الدارة المكافئة (T) للمحول الخطي.



الشكل 19-7 دائرة المثال 5

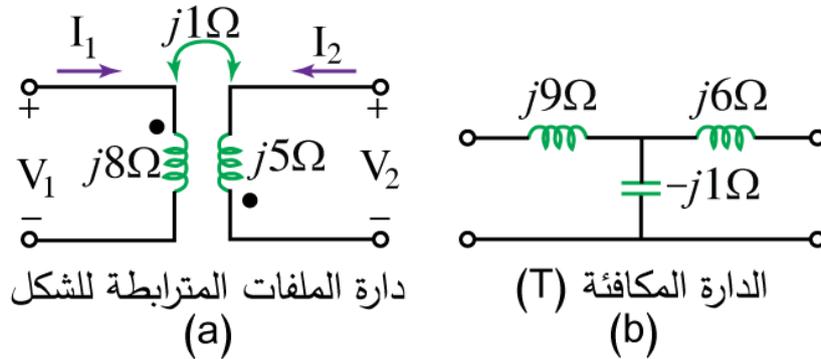
## الحل 5:

نحتاج إلى استبدال الدارة المكافئة (T) بالملفات المترابطة مغناطيسياً. يبين الشكل 20.7(a) الجزء من الدارة ذات الصلة بالشكل 19.7. بمقارنة الشكل 20.7(a) مع الشكل 14.7 نجد أن هناك فرقين: الفرق الأول هو اتجاه التيارات وقطبية الجهود، مما يستدعي لاستبدال  $(-M)$  بـ  $(M)$  كي نجعل الدارة في الشكل 20.7(a) متطابقة مع دارة الشكل 14.7. والفرق الثاني هو أن دارة الشكل 14.7 هي دارة في مجال الزمن، بينما دارة الشكل 20.7(a) هي دارة في مجال التردد. والفرق بينهما هو المعامل  $(j\omega)$ ؛ أي أن  $(j\omega L)$  في دارة الشكل 20.7(a) استُبدلت بـ  $(L)$  في دارة الشكل 14.7، وأن  $(j\omega M)$  استُبدل بـ  $(M)$ . بما أن قيمة  $(\omega)$  غير محددة، يمكننا أن نفترض أن  $(\omega = 1)$  أو نفترض أية قيمة أخرى. إذا وضعنا هذين الفرقين بالحسبان نجد،

$$L_a = L_1 - (-M) = 8 + 1 = 9 H, \quad L_b = L_2 - (-M) = 5 + 1 = 6 H, \quad L_c = -M = -1 H,$$

يبين الشكل 20.7(b) الدارة المكافئة (T) للملفات المترابطة. يعطي إدراج الدارة المكافئة (T) في الشكل 20.7(b)، لتحل محل الملفين في الشكل 19.7، الدارة المكافئة المبينة في الشكل 21.7، والتي يمكن حلها باستعمال تحليل العقد أو تحليل الحلقات. بتطبيق تحليل الحلقات، نحصل على،

$$\begin{aligned} j6 &= I_1(4 + j9 - j1) + I_2(-j1) \\ 0 &= I_1(-j1) + I_2(10 + j6 - j1) \\ I_1 &= \frac{(10 + j5)}{j} I_2 = (5 - j10) I_2 \\ j6 &= (4 + j8)(5 - j10) I_2 - jI_2 = (100 - j) I_2 \approx 100 I_2 \end{aligned}$$



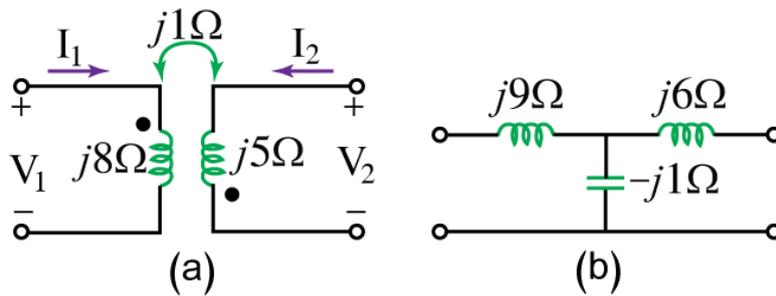
الشكل 7-20 دارة المثال 5

بما أن (100) أكبر بكثير من (1)، يمكن تجاهل الجزء التخيلي من الحد  $(100 - j)$ ، مما يعني أن  $(100 - j \cong 100)$ . بالتالي:

$$I_1 = (5 - j10)j0.06 = 0.6 + j0.3 \text{ A}$$

$$V_o = -10I_2 = -j0.6 = 0.6 \angle -90^\circ \text{ V}$$

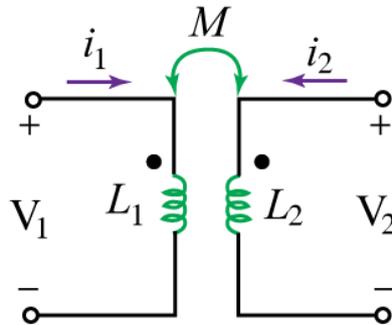
تبين الدارة المبينة في الشكل 21.7 ميزة استعمال الدارة المكافئة  $(T)$  للملفات المترابطة مغناطيسياً، والتي لا تحتاج إلى عناء لتحديد نقاط العلام على الملفات المترابطة.



الشكل 21-7 دائرة المثال 5

### 3. المحولات المثالية IDEAL TRANSFORMERS

المحول المثالي هو محول عامل الترابط فيه مثالي  $(k = 1)$ . يتكون المحول المثالي من ملفين أو أكثر، عدد لفاتهما كبير جداً، وملفوفين على قلب مشترك له معامل نفوذية (Permeability) كبير. يصل التدفق إلى كل اللفات لكلا الملفين بسبب النفوذية العالية لقلب الملف، مما يجعل الترابط مثالياً. لتكن دائرة الشكل 22.7 في مجال التردد، ولنبين كيف يكون المحول المثالي حالة محدودة لملفين مترابطين بمعامل تحريض يقترب من اللانهاية، وبتربط مثالي.



الشكل 22-7 دائرة لقيادة الطاقة المخزنة في دائرة مترابطة

$$\begin{aligned} V_1 &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 & ((a)32.7) \\ V_2 &= j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 & ((b)32.7) \end{aligned}$$

نجد من المعادلة ((a)32.7) أن  $I_1 = V_1 - \frac{j\omega M I_2}{j\omega L_1}$ . بتعويض ذلك في المعادلة ((b)32.7) نحصل على

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 + \frac{M V_1}{L_1} - \frac{j\omega M^2 I_2}{L_1}$$

في حالة الترابط المثالي ( $k = 1$ ). بالتالي:

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 + \frac{\sqrt{L_1 L_2} V_1}{L_1} - \frac{j\omega L_1 L_2 I_2}{L_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} V_1 = n V_1$$

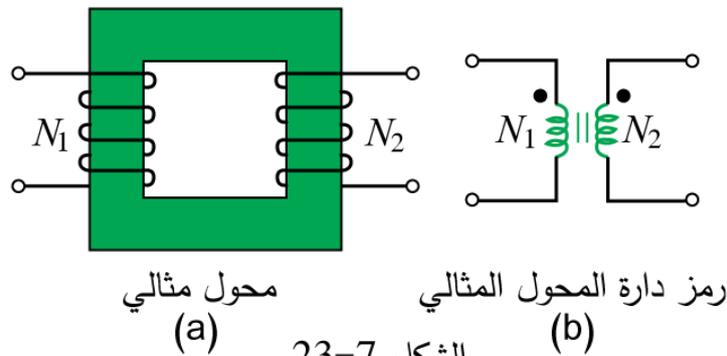
حيث أن  $n = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$  وتسمى نسبة عدد اللفات (turns ratio). بما أن  $(L_1, L_2, M \rightarrow \infty)$  فإن  $n$  تبقى كما

هي، ويصبح الملفان المترابطان محولاً مثالياً. ويُقال عن المحول أنه مثالي عندما يكون له الخصائص التالية:

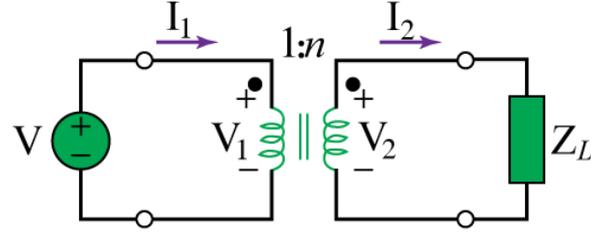
- لملفاته ممانعات كبيرة جداً ( $L_1, L_2, M \rightarrow \infty$ ).
- له معامل ترابط واحد ( $k = 1$ ).
- ليس لمففيه الابتدائي أو الثانوي أي ضياع ( $R_1 = 0 = R_2$ ).

المحول المثالي هو محول معامل ترابطه واحد، وعديم الضياع، والتحريض الذاتي في كل من ملفيه الابتدائي والثانوي لانتهائي.

المحولات ذات القلوب الحديدية هي أقرب المحولات إلى المحولات المثالية. وتُستعمل في أنظمة الاستطاعة والإلكترونيات. يبين الشكل (a)23.7 محولاً مثالياً نموذجياً؛ ويبين الشكل (b)23.7 رمز دارته. تشير الخطوط الشاقولية بين الملفين إلى القلب الحديدي، وهو ما يميزه عن المحول الخطي ذي القلب الهوائي. للملف الابتدائي ( $N_1$ ) لفة، وللملف الثانوي ( $N_2$ ) لفة.



عند تطبيق جهد كهربي جيبي على الملف الابتدائي، يمر نفس التدفق المغناطيسي ( $\phi$ ) عبر الملفين كما هو موضح في الشكل 24.7، يكون الجهد الكهربي على ابتدائي المحول وفقاً لقانون فاراداي (Faraday's law).



الشكل 24-7 العلاقة بين المقادير المتعلقة بابتدائي وثانوي المحول المثالي

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad ((a)33.7)$$

ويكون الجهد الكهربي على ثانوي المحول:

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad ((b)33.7)$$

ويقسمة المعادلة (b)23.7 على المعادلة (a)23.7، نجد:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1} = n \quad (34.7)$$

حيث ( $n$ ) مرة أخرى هي نسبة عدد اللفات (turns ratio) أو نسبة التحويل (transformation ratio).

يمكن أن نستعمل جهود المطوار ( $V_1$ ) و ( $V_2$ ) عوضاً عن القيم اللحظية للجهود ( $v_1$ ) و ( $v_2$ ). بالتالي يمكن إعادة كتابة العلاقة (34.7) كما يلي:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = n \quad (35.7)$$

ينبغي أن تتساوى الطاقة المقدمة إلى ملف الابتدائي مع الطاقة المستهلكة في الملف الثانوي، حسب مبدأ انحفاظ الطاقة، ولأنه لا يوجد ضياع في المحول المثالي. يقتضي ذلك أن:

$$v_1 i_1 = v_2 i_2 \quad (36.7)$$

من المعادلتين (35.7) و (36.7) نجد،

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = n \quad (37.7)$$

علاقة التناسب بين تيار الابتدائي وتيار الثانوي بالنسبة إلى عدد اللفات هي بعكس علاقة الجهود. أي،

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{n} \quad (38.7)$$

عندما يكون ( $n = 1$ )، نسمي عموماً المحول محول عزل (isolation transformer). وفي حالة ( $n > 1$ )، يكون المحول محولاً رافعاً للجهود (step-up transformer)، أي يكون جهد الثانوي أكبر من جهد الابتدائي ( $v_2 > v_1$ ). من ناحية أخرى، عندما يكون ( $n < 1$ )، يكون المحول محولاً خافضاً للجهود (step-down transformer)، أي يكون جهد الثانوي أصغر من جهد الابتدائي ( $v_2 < v_1$ ). المحول الخافض للجهود (step-down transformer) هو محول جهد ملفه الثانوي أصغر من جهد ملفه الابتدائي.

المحول الرافع للجهود (step-up transformer) هو محول جهد ملفه الثانوي أكبر من جهد ملفه الابتدائي.

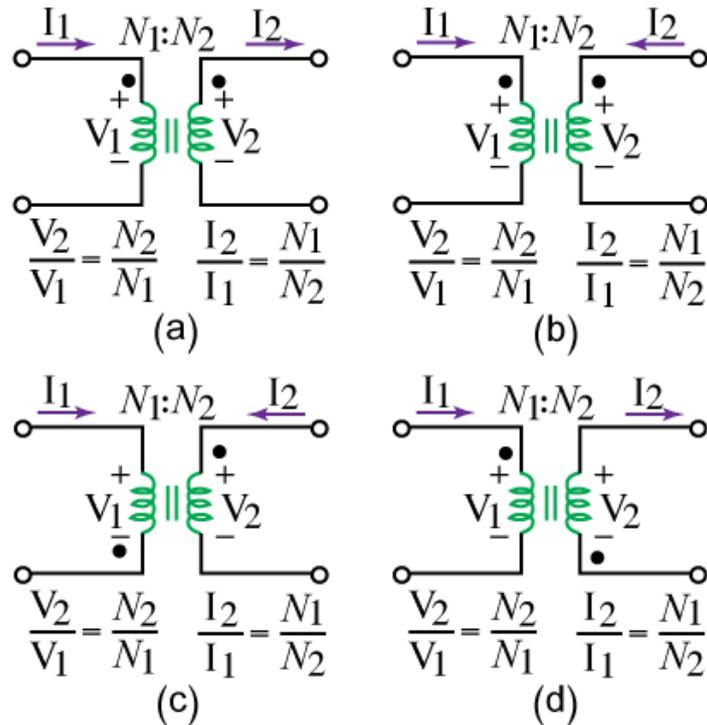
تُحدد عادة قيمة معدلات المحولات بـ ( $\frac{V_1}{V_2}$ ). محول بمعدل ( $\frac{2400}{120 \text{ v}}$ )، ينبغي أن يكون جهد ملفه الابتدائي

(2400 v)، وجهد ملفه الثانوي (120 v)، أي هو محول خافض للجهود.

نضع في اعتبارنا أن معدلات الجهود هي قيم جهود فعالة (rms). كثيراً ما تولد شركات الطاقة جهداً كهربائياً مناسباً، وتستهلك محولاً رافعاً للجهد لتتنقل الطاقة عبر خطوط النقل، باستعمال جهد عال جداً وتيار منخفض، مما يخفض التكاليف. وعلى مقربة من المباني السكنية للمستهلكين، تستعمل تلك الشركات محولات لخفض الجهد وصولاً إلى (120 v). سنحدد قطبية الجهود واتجاهات التيارات للمحول المبين في الشكل 24.7. إذا جرى تغيير قطبية الجهدين ( $v_1$ ) أو ( $v_2$ ) أو اتجاه التيارين ( $I_1$ ) أو ( $I_2$ )، فإن نسبة التحويل ( $-n$ ) يجري استبدالها بـ ( $n$ ) في المعادلات من (34.7) إلى (38.7). والقاعدتان البسيطتان المتبعتان في هذا الشأن هما:

- إذا كان الجهدان ( $v_1$ ) و ( $v_2$ ) موجبين أو سالبين على حد سواء عند نقاط العلام عند أطراف الملفات، نستعمل ( $+n$ ) في المعادلة (35.7) وإلا نستعمل ( $-n$ ).
- إذا دخل التياران ( $I_1$ ) و ( $I_2$ ) أو خرجا من نقاط العلام عند أطراف الملفات، نستعمل ( $-n$ ) في المعادلة (38.7). وإلا نستعمل ( $+n$ ).

تبين الدارات الأربع في الشكل 25.7 هاتين القاعدتين.



الشكل 25-7 دارات نموذجية لتوضيح قطبية الجهود واتجاهات التيارات في محول مثالي

باستعمال العلاقات (35.7) إلى (38.7) يمكن أن نكتب الجهد ( $v_1$ ) بدلالة ( $v_2$ ) و ( $I_1$ ) بدلالة ( $I_2$ )، أو العكس بالعكس.

$$V_1 = \frac{V_2}{n} \quad \text{or} \quad V_2 = n V_1 \quad (39.7)$$

$$I_1 = n I_2 \quad \text{or} \quad I_2 = \frac{I_1}{n} \quad (40.7)$$

الاستطاعة العقدية في الملف الابتدائي هي:

$$S_1 = V_1 I_1^* = \frac{V_2}{n} (n I_2)^* = V_2 I_2^* = S_2 \quad (41.7)$$

وهذا ما يبين أن الاستطاعة العقدية المقدمة إلى الملف الابتدائي تُسلم إلى الملف الثانوي من دون أي ضياع. بالتالي لا يبذل المحول أية استطاعة. وبطبيعة الحال، ينبغي لنا أن نتوقع هذا لأن المحول مثالي، فلا توجد أية ضياعات للاستطاعة. يمكن إيجاد ممانعة الدخل التي يراها المنبع والمبينة في الشكل 24.7. من المعادلتين (39.7) و (40.7) نجد:

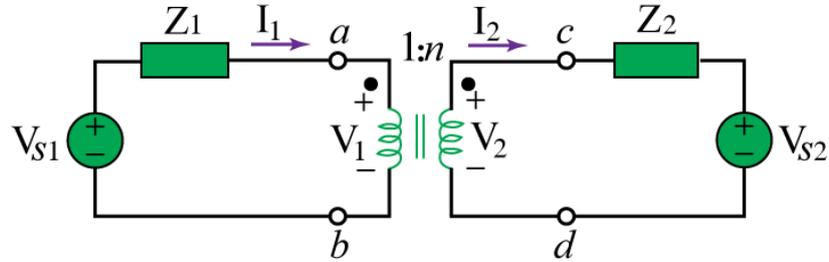
$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{n^2} \frac{V_2}{I_2} \quad (42.7)$$

ولكن ( $\frac{V_2}{I_2} = Z_L$ ) فيكون التالي:

$$Z_{in} = \frac{Z_L}{n^2} \quad (43.7)$$

ويطلق على ممانعة الدخل أيضا الممانعة المنعكسة (reflected impedance)، لأنها تظهر عندما تنعكس ممانعة الحمل إلى الجانب الابتدائي. قدرة المحول هذه لتحويل ممانعة ما إلى ممانعة أخرى، تعطي مفهوم توافق الممانعات (impedance matching) والتي تضمن نقل الاستطاعة العظمى.

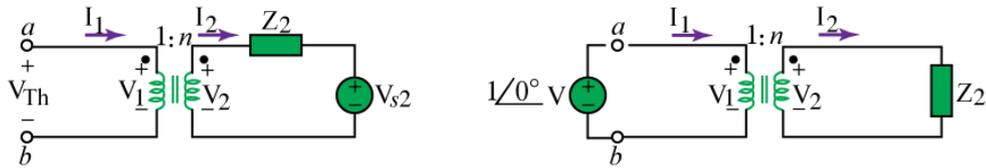
عند تحليل دارة تحتوي على محول مثالي، من الشائع عملياً حذف المحول، عن طريق عكس الممانعات والمنابع من أحد جوانب المحول إلى الجانب الآخر. نفترض في دارة الشكل 26.7، أننا نريد أن نعكس الجانب الثانوي من الدارة إلى الجانب الابتدائي.



الشكل 26-7 دارة محول مثالي لإيجاد دارتها المكافئة

نوجد مكافئ ثيفينين للدارة التي تقع على يمين المقطع (a-b). ونحصل على جهد ثيفينين ( $V_{Th}$ ) كجهد للدارة المفتوحة عند (a-b)، كما هو مبين في الشكل 27.7(a). بما أن المقطع (a-b) مفتوح، ( $I_1 = 0 = I_2$ ) وأيضاً ( $V_2 = V_{s2}$ ). وبالتالي، نجد من المعادلة (39.7)،

$$V_{Th} = V_1 = \frac{V_2}{n} = \frac{V_{s2}}{n} \quad (44.7)$$



الحصول على جهد ثيفينين ( $V_{Th}$ ) المكافئ لدارة الشكل (26-7) (a)

الحصول على ممانعة ثيفينين ( $Z_{Th}$ ) المكافئة لدارة الشكل (26-7) (b)

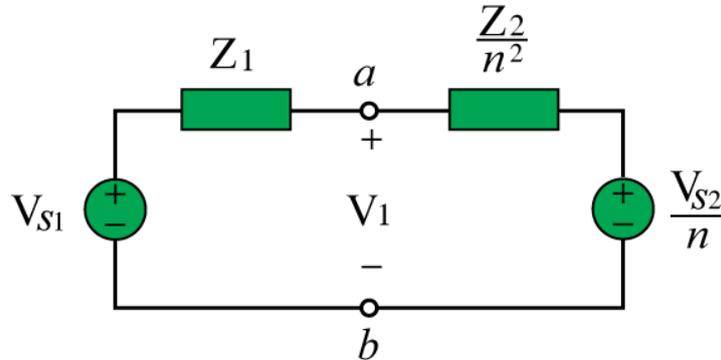
الشكل 27-7

لنحصل على ممانعة ثيفينين ( $Z_{Th}$ )، نزيل منبع الجهد من الملف الثانوي ندخل وحدة منبع عند المقطع (a-b)، كما هو مبين في الشكل 27.7(b). من المعادلتين (39.7) و (40.7)، ( $I_1 = n I_2$ ) و

$$V_1 = \frac{V_2}{n} \quad \text{بالتالي:}$$

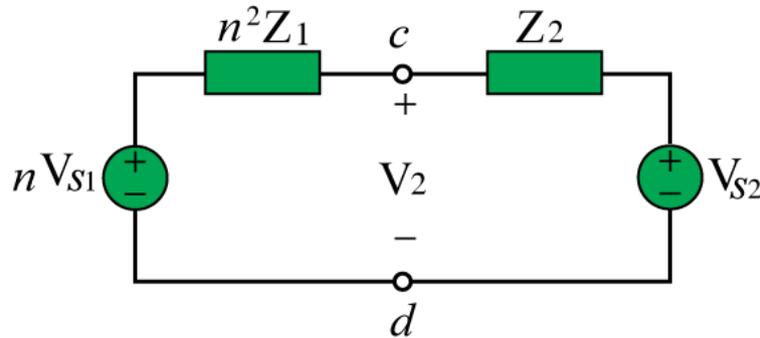
$$Z_{Th} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{\frac{V_2}{n}}{n I_2} = \frac{Z_2}{n^2}, \quad V_2 = Z_2 I_2 \quad (45.7)$$

وهو ما ينبغي علينا أن نتوقعه من المعادلة (43.7). حينما نحصل على  $(V_{Th})$  و  $(Z_{Th})$ ، نضيف مكافئ ثيفينين إلى جزء دائرة الشكل (26.7) إلى اليسار من المقطع (a-b). ويبين الشكل 28.7 النتيجة.



الشكل 28-7 الدارة المكافئة لدائرة الشكل (26-7)

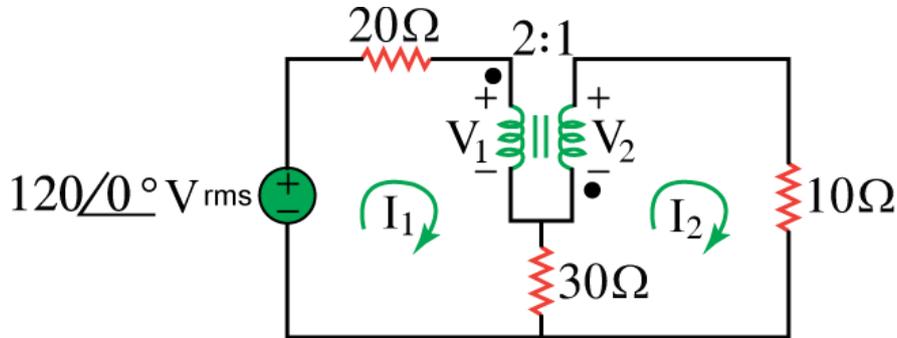
القاعدة العامة لحذف المحول الذاتي وعكس دائرة الثانوي إلى الابتدائي تتم بتقسيم ممانعة الثانوي على  $(n^2)$ ، وتقسيم جهد الثانوي على  $(n)$ ، وضرب تيار الثانوي بـ  $(n)$ .  
يمكننا أيضاً أن نعكس الجانب الابتدائي لدائرة الشكل 26.7 إلى الجانب الثانوي. يبين الشكل 29.7 الدارة المكافئة.



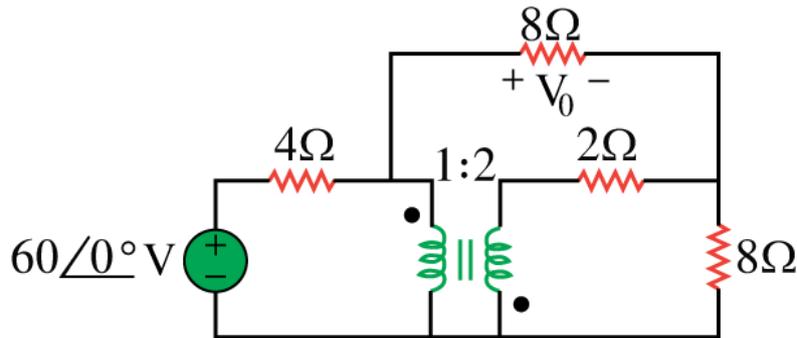
الشكل 29-7 الدارة المكافئة لدائرة الشكل (26-7)

القاعدة العامة لحذف المحول وانعكاس دائرة الابتدائي إلى الثانوي تتم بضرب ممانعة الابتدائي بـ  $(n^2)$ ، وضرب جهد الابتدائي بـ  $(n)$ ، وتقسيم تيار الابتدائي على  $(n)$ .  
وفقاً للمعادلة (41.7)، تبقى الاستطاعة نفسها سواء كانت محسوبة على الجانب الابتدائي أو الجانب الثانوي للمحول. ولكن ندرك أن نهج الانعكاس يطبق فقط إذا لم يكن هناك أي وصل خارجي بين الملف الابتدائي والثانوي. عندما يكون لدينا وصلات خارجية بين الملف الابتدائي والثانوي، نستعمل ببساطة تحليل العقد وتحليل الحلقات.

يبين الشكلين (30.7) و(31.7) أمثلة عن الدارات التي توجد فيها وصلات خارجية بين الملف الابتدائي والثانوي. لاحظ أيضا أنه تبدلت مواقع النقاط في الشكل 26.7، لذلك يكون لزاماً علينا استبدال  $(-n)$  بـ  $(n)$  من أجل تحقيق قاعدة نقطة العلام، ويوضح ذلك الشكل 25.7.



الشكل 30-7 الدارة المكافئة لدارة الشكل (26-7)



الشكل 31-7 الدارة المكافئة لدارة الشكل (26-7)

المثال 6:

محول مثالي معدله  $(\frac{2400}{120} V, 9.6 kVA)$ ، ولملفه الثانوي (50) لفة. يُطلب حساب:

- نسبة عدد اللفات،
- عدد لفات الابتدائي،
- معدلات تيارات الملفين الابتدائي والثانوي.

## الحل 6:

نسبة عدد اللفات، بما أن  $(V_1 = 2400 V > V_2 = 120 V)$  فالمحول هو محول خافض للجهد.

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{120}{2400} = 0.05$$

عدد لفات الابتدائي،

$$n = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow 0.05 = \frac{50}{N_1} \Rightarrow N_1 = \frac{50}{0.05} = 1000 \text{ turns}$$

معدلات تيارات الملفين الابتدائي والثانوي،

$$S = V_1 I_1 = V_2 I_2 = 9.6 \text{ kVA}$$

$$I_1 = \frac{9600}{V_1} = \frac{9600}{2400} = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{9600}{V_2} = \frac{9600}{120} = 80 \text{ A}$$

أو،

$$I_2 = \frac{I_1}{n} = \frac{4}{0.05} = 80 \text{ A}$$

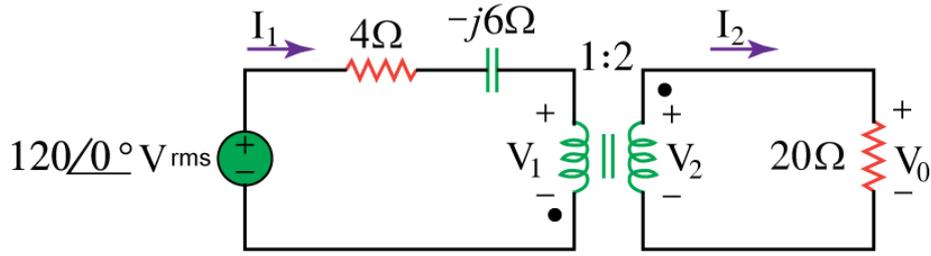
المثال 7:

ليكن المحول المثالي المبين في الشكل 32.7، يُطلب حساب:

(a) تيار المنبع ( $I_1$ )،

(b) جهد الخرج ( $V_o$ )،

(c) الاستطاعة العقدية التي يقدمها المنبع.



الشكل 32-7 دائرة المثال 7

الحل 7:

(a) يُمكن أن تنعكس الممانعة ( $20 \Omega$ ) إلى الابتدائي فنحصل على،

$$Z_R = \frac{20}{n^2} = \frac{20}{4} = 5 \Omega$$

بالتالي،

$$Z_{in} = 4 - j6 + Z_R = 9 - j6 = 10.82 \angle -33.69^\circ \Omega$$

$$I_1 = \frac{120 \angle 0^\circ}{Z_{in}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{10.82 \angle -33.69^\circ} = 11.09 \angle 33.69^\circ A$$

(b) جهد الخرج ( $V_o$ ): بما أن كلا التيارين ( $I_1$ ) و ( $I_2$ ) يتركان نقطة العلام،

$$I_2 = -\frac{1}{n} I_1 = -5.545 \angle 33.69^\circ A$$

$$V_o = 20 I_2 = 110.9 \angle 213.69^\circ V$$

(c) الاستطاعة العقدية التي يقدمها المنبع،

$$S = V_s I_1^* = (120 \angle 0^\circ)(11.09 \angle -33.69^\circ) = 1330.8 \angle -33.69^\circ \text{ VA}$$

المثال 8:

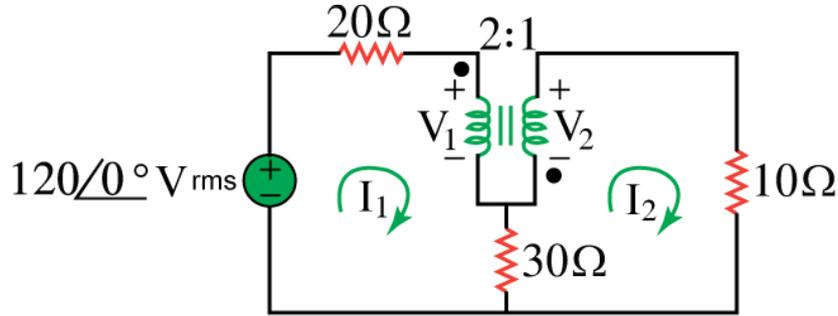
يُطلب حساب الاستطاعة التي يقدمها المنبع ( $20 \Omega$ ) في دارة المحول المثالي المبين في الشكل 33.7.

وحساب،

(a) تيار المنبع ( $I_1$ )،

(b) جهد الخرج ( $V_o$ )،

(c) الاستطاعة العقدية التي يقدمها المنبع.



الشكل 33-7 دارة المثال 8

الحل 8:

(a) لا يُمكن إجراء الانعكاس إلى الابتدائي أو إلى الثانوي في حالة الدارة هذه لوجود وصل مباشر بين

الابتدائي والثانوي عن طريق المقاومة ( $30 \Omega$ ). نطبق تحليل الحلقات. من الحلقة 1،

$$-120 + (20 + 30)I_1 - 30I_2 + V_1 = 0$$

أو،

$$50I_1 - 30I_2 + V_1 = 120$$

من الحلقة 2،

$$-V_2 + (10 + 30)I_2 - 30I_1 = 0$$

أو،

$$-30I_1 + 40I_2 - V_2 = 0$$

عند أطراف المحول،

$$V_2 = -\frac{1}{2}V_1$$

$$I_2 = -2I_1$$

لدينا أربع معادلات وأربعة مجاهيل، بالحل بالتعويض نجد:

$$-55I_2 - 2V_2 = 120$$

$$15I_2 + 40I_2 - V_2 = 0 \Rightarrow V_2 = 55I_2$$

$$-165I_2 = 120 \Rightarrow I_2 = -\frac{120}{165} = -0.7272 \text{ A}$$

الاستطاعة المستهلكة في المقاومة (10 Ω):

$$p = (-0.7272)^2 (10) = 5.3 \text{ W}$$

#### 4. المحولات الذاتية المثالية IDEAL AUTOTRANSFORMERS

على العكس من المحولات التقليدية ذات الملفين المدروسة آنفاً، للمحول الذاتي (autotransformer) ملف وحيد مستمر، له نقطة اتصال بين الجانبين الابتدائي والثانوي؛ تُسمى نقطة الوصل (tap). غالباً ما تكون نقطة الوصل قابلة للتعديل، وذلك لإعطاء نسبة عدد لفات مناسب بهدف الحصول على رافع أو خافض مناسب للجهد. بهذه الطريقة، يُعطى الجهد المتغير للحمل الموصول مع المحول الذاتي.

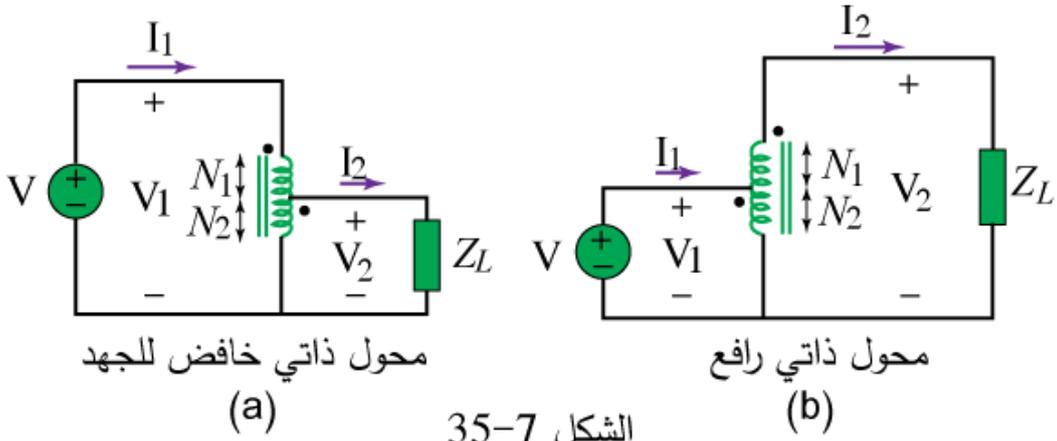
المحول الذاتي هو محول يقع فيه الابتدائي والثانوي على ملف واحد.

ويبين الشكل 34.7 محولاً ذاتياً نموذجياً.



الشكل 34-7 محول ذاتي

يمكن أن يعمل المحول الذاتي رافعاً أو خافضاً للجهد كما هو مبين في الشكل 35.7.



المحول الذاتي هو نوع من أنواع محولات الاستطاعة. له ميزة رئيسية، مقارنة بالمحول ذي الملفين، هي قدرته على نقل استطاعة ظاهرية أكبر. وميزته الأخرى، هي أنه أصغر حجماً وأخف وزناً من المحول ذي الملفين. ومع ذلك، لا يوجد عزل كهربائي بين الملفين الابتدائي والثانوي لأنه يجمعهما سلك واحد، فالعيب الرئيس للمحول الذاتي إذن هو عدم وجود العزل الكهربائي بين الملفين الابتدائي والثانوي. تنطبق بعض الصيغ المشتقة للمحولات المثالية ذات الملفين على المحولات الذاتية المثالية أيضاً. تعطي المعادلة (35.7) في حالة دارة المحول الذاتي المبينة في الشكل 35.7 (a).

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = 1 + \frac{N_1}{N_2} \quad (35.7)$$

لا توجد استطاعة مفقودة في المحول الذاتي المثالي، وتبقى الاستطاعة نفسها في الملفين الابتدائي والثانوي:

$$S_1 = V_1 I_1^* = S_2 = V_2 I_2^* \quad (36.7)$$

ويمكن أيضاً التعبير عن المعادلة (36.7) باستعمال القيم الفعالة،

$$\begin{aligned} V_1 I_1 &= V_2 I_2 \\ \frac{V_2}{V_1} &= \frac{I_1}{I_2} \end{aligned} \quad (37.7)$$

وهكذا، فإن علاقة التيار تصبح،

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \quad (38.7)$$

في حالة المحول الذاتي الرفع للجهد المبين في الشكل 35.7 (b).

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{N_1} &= \frac{V_2}{N_1 + N_2} \\ \frac{V_1}{V_2} &= \frac{N_1}{N_1 + N_2} \end{aligned} \quad (39.7)$$

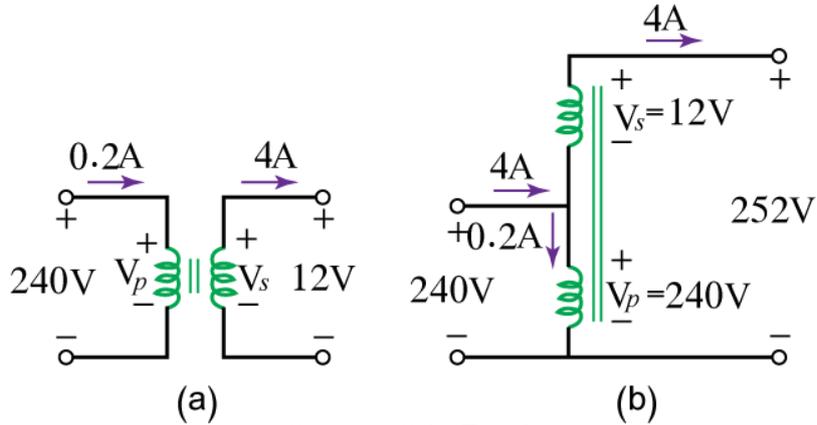
تُطبق علاقة الاستطاعة العقدية المبينة في العلاقة (36.7) على المحول الذاتي الرفع للجهد بحيث تُطبق مرة أخرى المعادلة (37.7). بالتالي تكون النسبة بين التيارين،

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} = 1 + \frac{N_2}{N_1} \quad (40.7)$$

يوجد فرق كبير بين المحولات التقليدية والمحولات الذاتية، حيث أن الملفين الابتدائي والثانوي من المحول الذاتي لا يتربطان فقط مغناطيسيا ولكن يتربطان أيضا من ناحية التوصيل. يمكن أن نستعمل المحول الذاتي بدلا من المحول التقليدي عندما لا تكون هناك حاجة إلى العزل الكهربائي.

### المثال 9:

يُطلب مقارنة الاستطاعة للمحول التقليدي المبين في الشكل 36.7 (a) مع الاستطاعة للمحول الذاتي المبين في الشكل 36.7 (b).



الشكل 36-7 المثال 9

### الحل 9:

على الرغم من أن الملفين الابتدائي والثانوي للمحول الذاتي هما ملف واحد فيزيائياً، فقد جرى إظهارهما منفصلين في الشكل 36.7 (b) بهدف الإيضاح. نلاحظ أن التيار والجهد لكل ملف من المحول الذاتي في الشكل 36.7 (b) هي نفسها في المحول التقليدي في الشكل 36.7 (a). وهذا هو الأساس في مقارنة الاستطاعة بينهما. تعطى الاستطاعة في حالة المحول التقليدي ذي الملفين كما يلي،

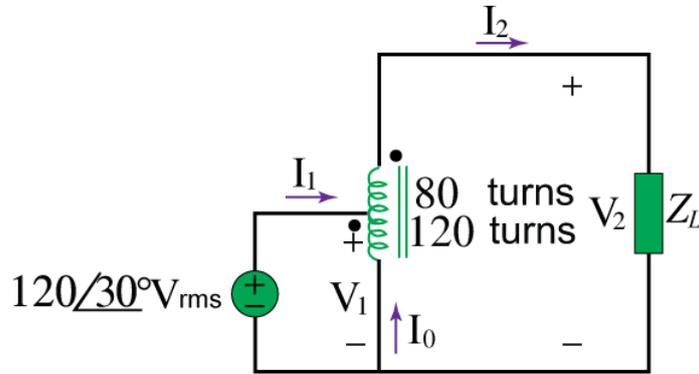
$$S_1 = 0.2(240) = 48 \text{ VA} \quad \text{or} \quad S_2 = 4(12) = 48 \text{ VA}$$

وتعطى الاستطاعة في حالة المحول الذاتي كما يلي،

$$S_1 = 4.2(240) = 1008 \text{ VA} \quad \text{or} \quad S_2 = 4(252) = 1008 \text{ VA}$$

### المثال 10:

يُطلب مقارنة الاستطاعة للمحول التقليدي المبين في الشكل (a) 37.7 مع الاستطاعة للمحول الذاتي المبين في الشكل (b) 37.7.



الشكل 37-7 دائرة المثال 10

الحل 10:

(a) هذا المحول هو محول ذاتي رافع للجهد له  $(N_1 = 80, N_2 = 120, V_1 = 120 \angle 30^\circ)$ ، بالتالي يمكن استعمال المعادلة (39.7) لإيجاد  $(V_2)$ ،

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{80}{200}$$

$$V_2 = \frac{200}{80} V_1 = \frac{200}{80} (120 \angle 30^\circ) = 300 \angle 30^\circ V$$

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_L} = \frac{300 \angle 30^\circ}{8 + j6} = \frac{300 \angle 30^\circ}{10 \angle 36.87^\circ} = 30 \angle -6.87^\circ A$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} = \frac{200}{80}$$

$$I_1 = \frac{200}{80} I_2 = \frac{200}{80} (30 \angle -6.87^\circ) = 75 \angle -6.87^\circ A$$

$$I_1 + I_o = I_2$$

$$I_o = I_2 - I_1 = 30 \angle -6.87^\circ - 75 \angle -6.87^\circ = 45 \angle 173.13^\circ A$$

(b) الاستطاعة العقدية المقدمة إلى الحمل هي،

$$S_2 = V_2 I_2^* = |I_2|^2 Z_L = (30)^2 (10 \angle 36.87^\circ) = 9 \angle 36.87^\circ kVA$$

## 5. ملخص SUMMARY

1. يقال أن ملفين مترابطين مغناطيسياً إذا انبثق التدفق المغناطيسي ( $\phi$ ) عن أحدهما ومن خلال الآخر. يُعطى التحريض المتبادل بالعلاقة التالية،

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

حيث أن ( $k$ ) هو معامل الترابط ( $0 < k < 1$ ).

2. إذا كان ( $v_1$ ) و ( $i_1$ ) هما الجهد والتيار في الملف (1)، وكان ( $v_2$ ) و ( $i_2$ ) هما الجهد والتيار في الملف (2)، عندئذ،

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}, \quad v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

بالتالي، يتكون الجهد المتحرض في الملف المترابط من الجهد المتحرض الذاتي، ومن جهد الترابط.

3. يعبر عن قطبية الجهد المتحرض على المخطط الكهربائي بنقطة العلام الاصطلاحية.

4. الطاقة المخزنة في الملفين المترابطين هي،

$$\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm M i_1 i_2$$

5. المحول هو رباعي أقطاب يحتوي على ملفين مترابطين أو أكثر. يُستعمل في دارة ما لتغيير التيار، أو الجهد، أو الممانعة.

6. المحول الخطي هو المحول الذي يجري لف ملفاته على مادة مغناطيسية خطية. ويستبدل بدارة مكافئة (T) أو ( $\Pi$ ) عند تحليل دارته.

**7.** المحول المثالي (ذو القلب الحديدي) هو محول عديم الفقد (الضياع) ( $R_1 = R_2 = 0$ )، له معامل ترابط يساوي (1)، ومعاملات التحريض لانتهائية ( $L_1, L_2, M \rightarrow \infty$ ).

**8.** في حالة المحول المثالي،

$$V_2 = n V_1, \quad I_2 = \frac{I_1}{n}, \quad S_1 = S_2, \quad Z_R = \frac{Z_L}{n^2}$$

حيث أن ( $n = \frac{N_2}{N_1}$ )، هي نسبة عدد اللفات. ( $N_1$ ) هي عدد لفات الملف الابتدائي، و ( $N_2$ ) هي عدد لفات الملف الثانوي. يرفع المحول جهد الابتدائي عندما تكون ( $n > 1$ )، ويخفضه عندما يكون ( $n < 1$ )، ويستعمل كعنصر موافق للمانعات عندما يكون ( $n = 1$ ).

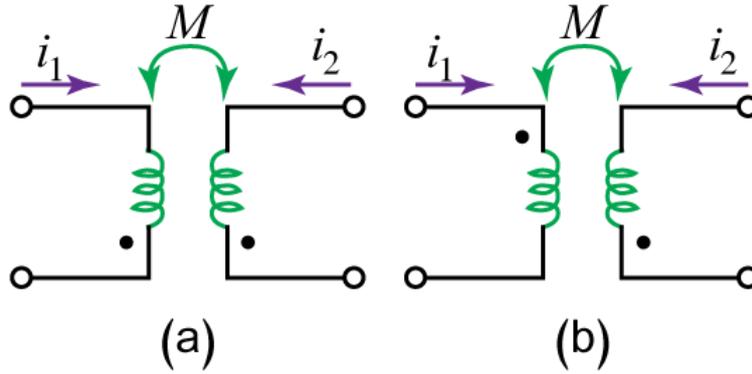
**9.** المحول الذاتي هو محول ذو سلك مشترك لملفيه الابتدائي والثانوي.

**10.** من أهم استعمالات المحولات في التطبيقات الإلكترونية، العزل الكهربائي وتوافق الممانعات.

## 6. أسئلة ومسابئلة الفصل السابع QUESTIONS AND PROBLEMES

### أسئلة الفصل السابع

1. تكون قطبية الجهد المتبادل للملفين المترابطين مغناطيسياً المبينين في الشكل (38.7 (a)  
(a) موجبة (Positive)  
(b) سالبة (Negative).



الشكل 38-7 دائرة السؤال (7-1, 7-2)

2. تكون قطبية الجهد المتبادل للملفين المترابطين مغناطيسياً المبينين في الشكل (38.7 (b)  
(a) موجبة (Positive)  
(b) سالبة (Negative).

3. تكون قيمة معامل الترابط لمفليهما ( $L_1 = 2 H$ ,  $L_2 = 8 H$ ,  $M = 3 H$ )،

(a) 0.1875

(b) 0.75

(c) 1.333

(d) 5.333

4. يستعمل المحول لخافض للجهد أو الرفع له في حالة،

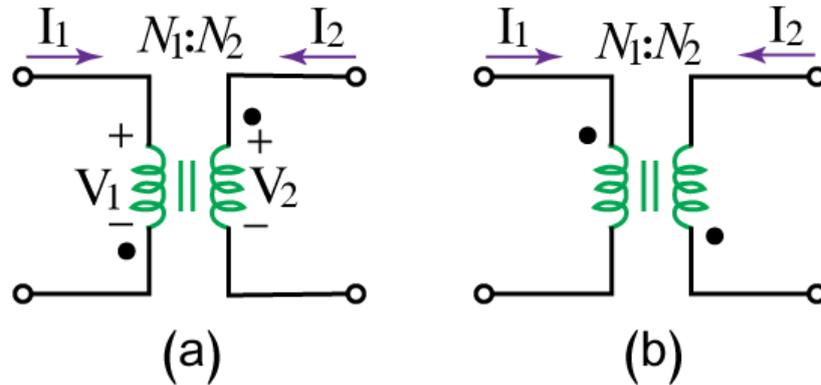
(a) الجهود المستمرة (dc voltages)

(b) الجهود المتناوبة (ac voltages)

(c) الجهود المستمرة والمتناوبة (both dc and ac voltages)

5. تكون نسبة الجهودين  $(\frac{V_2}{V_1})$  في المحول المثالي المبين في الشكل (39.7 (a)) والذي له  $(\frac{N_2}{N_1} = 10)$ ،

- (a) 10
- (b) 0.1
- (c) - 0.1
- (d) - 10



الشكل 39-7 دائرة السؤال (6-7,5-7)

6. تكون نسبة التيارين  $(\frac{I_2}{I_1})$  في لمحول المثالي المبين في الشكل (39.7 (b)) والذي له  $(\frac{N_2}{N_1} = 10)$ ،

- (a) 10
- (b) 0.1
- (c) - 0.1
- (d) - 10

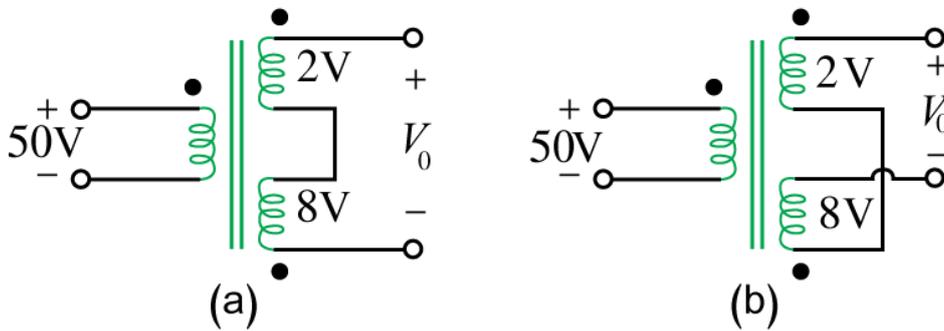
7. يكون جهد الخرج ( $V_o$ ) لمحور ثلاثي الملفات والموصول كما هو موضح في الشكل (40.7 (a))،

10 V (a)

6 V (b)

- 6 V (c)

- 10 V (d)



الشكل 40-7 دائرة السؤال (7-7,7-8)

8. يكون جهد الخرج ( $V_o$ ) للمحور ثلاثي الملفات والموصول كما هو موضح في الشكل (40.7 (b))،

10 V (a)

6 V (b)

- 6 V (c)

- 10 V (d)

9. كي نوافق بين منبع ممانعته ( $500 \Omega$ ) مع حمل ممانعته ( $15 \Omega$ )، نحتاج إلى

(a) محور خطي رافع للجهد (step-up linear transformer)

(b) محور خطي خافض للجهد (step-down linear transformer)

(c) محور مثالي رافع للجهد (step-up ideal transformer)

(d) محور مثالي خافض للجهد (step-down ideal transformer)

(e) محور ذاتي (autotransformer)

10. ما هو المحول الذي يمكن أن نستعمله كمحول عزل؟

(a) المحول الخطي (linear transformer)

(b) المحول المثالي (ideal transformer)

(c) المحول الذاتي (autotransformer)

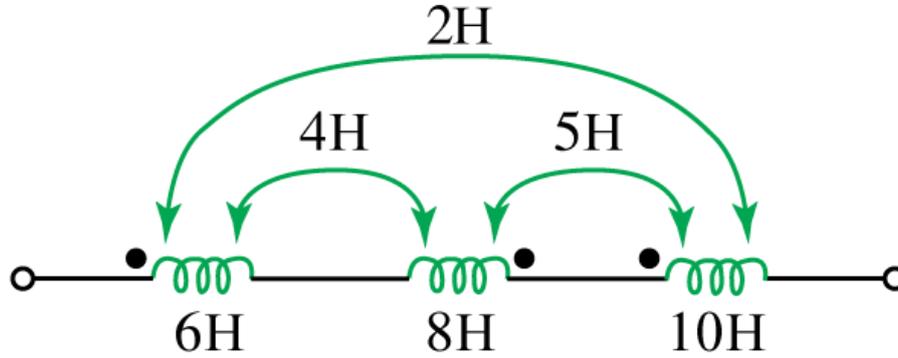
(d) كل ما ذكر أعلاه

---

Answers : 7.1b, 7.2a, 7.3b, 7.4b, 7.5d, 7.6b, 7.7c, 7.8a, 7.9d, 7.10b.

مسائل الفصل السابع

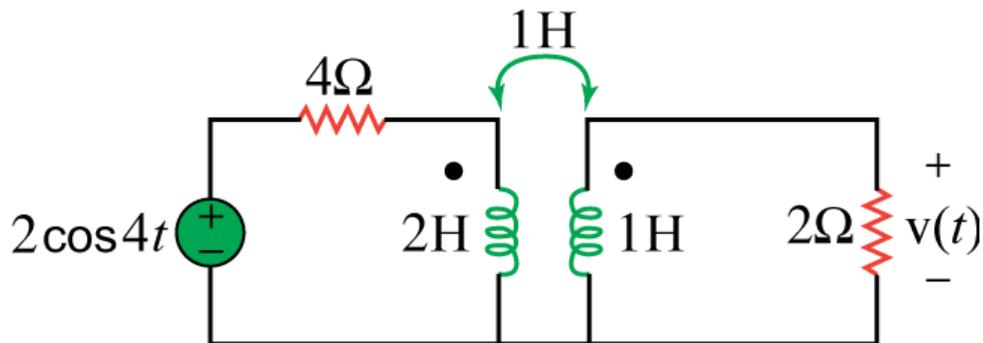
1. احسب التحريض الكلي للملفات الثلاثة المترابطة والمبينة في الشكل (41.7).



الشكل 41-7 دائرة المسألة (1-7)

Ans. 22 H.

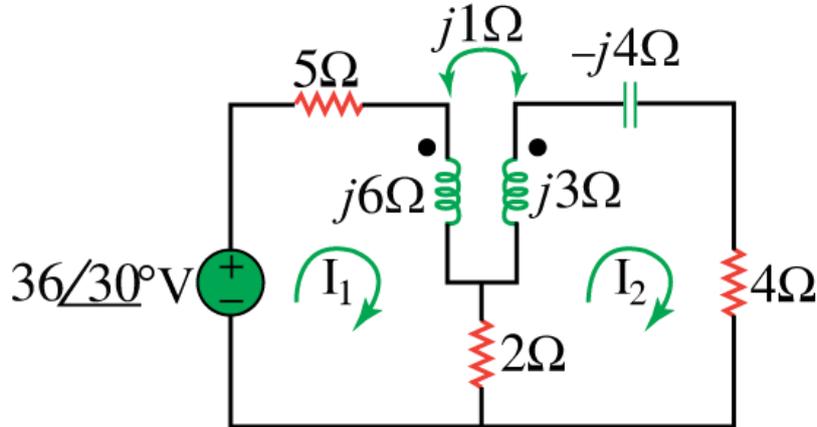
2. أوجد الجهد (  $v(t)$  ) في الدارة المبينة في الشكل (42.7).



الشكل 42-7 دائرة المسألة (2-7)

Ans.  $v(t) = 0.4851 \cos(4t - 14.04^\circ) \text{ V}$ .

3. أوجد قيمة التيارين ( $I_1$ ) و ( $I_2$ ) في دارة الشكل (43.7). واحسب قيمة الاستطاعة المستهلكة في المقاومة ( $50 \text{ kW}$ ).



الشكل 43-7 دارة المسألة (3-7)

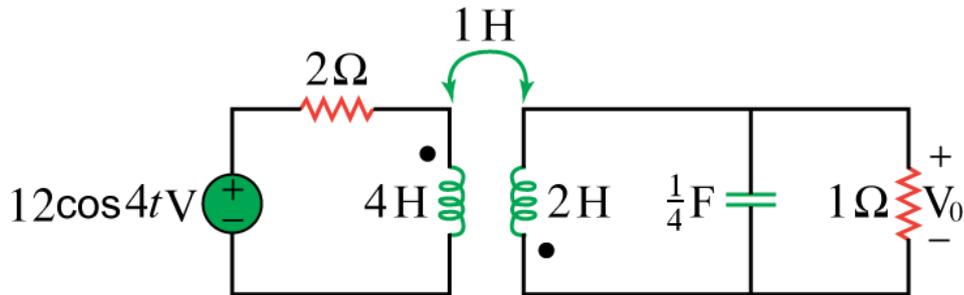
Ans.  $I_1 = 4.254 \angle -8.51^\circ \text{ A}$ , (c)  $I_2 = 1.5637 \angle 27.52^\circ \text{ A}$ ,  $P = 4.89 \text{ W}$ .

4. في دارة الشكل (44.7).

(a) أوجد معامل الترابط ( $k$ )

(b) واحسب قيمة الجهد ( $v_o$ )

(c) ثم احسب الطاقة المخزنة في ملفي الترابط عند ( $t = 2 \text{ s}$ )



الشكل 44-7 دارة المسألة (4-7)

Ans. (a)  $k = 0.3535$ , (b)  $v_o = 321.7 \cos(4t + 57.6^\circ) \text{ mV}$ , (c)  $w = 1.168 \text{ J}$ .

5. محول مثالي رافع للجهد (  $\frac{480}{2,400 - V_{\text{rms}}}$  )، يقدم (50 kW) إلى مقاومة الحمل. احسب:

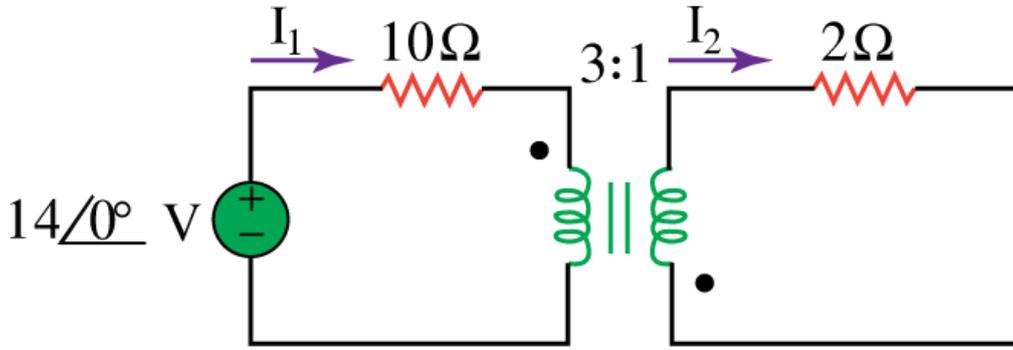
(a) نسبة التحويل ( $n$ )

(b) تيار الملف الابتدائي ( $I_1$ )

(c) تيار الملف الثانوي ( $I_2$ ).

Ans. (a)  $n = 5$ , (b)  $I_1 = 104.17 \text{ A}$ , (c)  $I_2 = 20.83 \text{ A}$ .

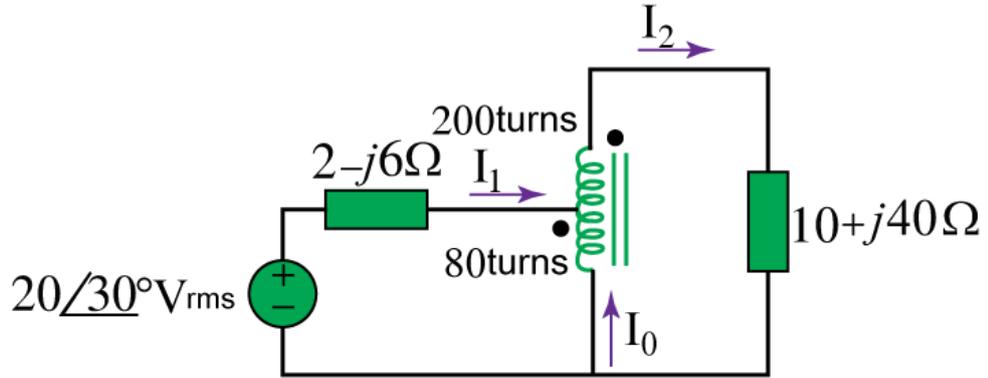
6. أوجد قيمة التيارين ( $I_1$ ) و ( $I_2$ ) في دارة الشكل (45.7).



الشكل 45-7 دارة المسألة (6-7)

Ans.  $I_1 = 0.5 \text{ A}$ ,  $I_2 = -1.5 \text{ A}$

7. احسب قيمة التيارات ( $I_1$ ) و ( $I_2$ ) و ( $I_0$ )، ثم أوجد قيمة الاستطاعة المقدمة إلى الحمل، في دارة المحول الذاتي المبينة في الشكل (46.7).

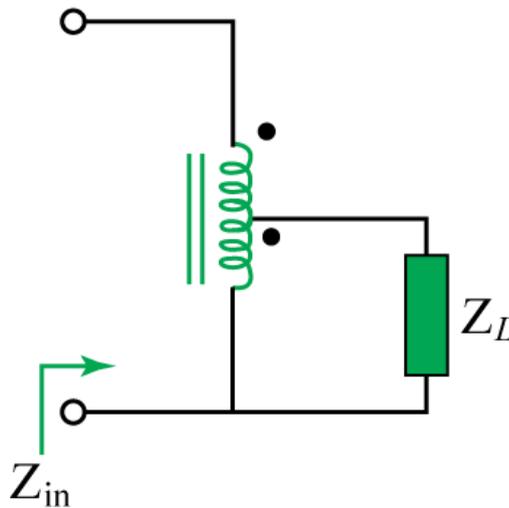


الشكل 46-7 دارة المسألة (7-7)

Ans.

$$I_1 = 1.245 \angle -33.76^\circ \text{ A}, I_2 = 0.8893 \angle -33.76^\circ \text{ A}, I_0 = 0.3557 \angle 146.2^\circ \text{ A}, p = 7.51 \text{ W}.$$

8. أثبت أن  $Z_{in} = \left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_L$  في دارة المحول الذاتي المبينة في الشكل (47.7).



الشكل 47-7 دارة المسألة (8-7)